

## CFA/VISHNO 2016

**Etude des corrélations croisées température-vitesse  
acoustique dans un système thermoacoustique à l'aide  
d'une technique d'anémométrie à tension constante**

S. Cleve, E. Jondeau, P. Blanc-Benon et G. Comte-Bellot  
LMFA UMR 5509 , Ecole Centrale Lyon, 36 avenue Guy de Collongue, 69130 Ecully,  
France  
[sarah.cleve@master.ec-lyon.fr](mailto:sarah.cleve@master.ec-lyon.fr)



LE MANS

Les fluctuations de température sont mesurées par anémométrie à fil froid, où le fil se comporte comme un thermomètre à résistance. Le fil froid est connecté à un prototype d'anémomètre à tension constante (CVA - *constant voltage anemometer*) adapté à des fils de petit diamètre, de grande résistance et parcourus de petites intensités de courant. Malgré leur petite taille, les fils présentent une inertie thermique qu'il convient de corriger. La constante de temps des fils dépend notamment de la vitesse de déplacement des particules fluides de l'onde. Cette vitesse est mesurée par le même fil opéré par un anémomètre à tension constante classique, en prenant en compte le fait que le fil chaud ne différencie pas le sens de la vitesse.

Pour valider cette méthode, des valeurs théoriques des fluctuations de température servent de références. Pour cela on utilise un résonateur acoustique dans lequel le champ acoustique est connu. L'évolution adiabatique des ondes acoustiques permet en effet de relier les fluctuations de température aux fluctuations de pression transmises par un microphone.

La mesure de température par anémométrie à tension constante, associée à une mesure de vitesse va nous permettre d'étudier la corrélation température-vitesse aux extrémités du stack d'un réfrigérateur thermoacoustique.

## 1 Introduction

La mesure des fluctuations de température en présence d'un champ de vitesse a été jusqu'ici effectuée en utilisant des anémomètres à courant constant (CCA - *constant current anemometer*). Ceux-ci offrent naturellement la possibilité d'alimenter des fils métalliques très fins par de petites intensités de courant, de façon à se comporter comme des thermomètres à résistance, ce qui constitue la technique dite du fil froid. Dans la présente contribution nous présentons l'emploi d'un anémomètre à tension constante (CVA - *constant voltage anemometer*) pour alimenter les fils froids et corriger leur inertie thermique ([1, 2]). Un avantage d'un système CVA par rapport à un système CCA est qu'il présente une inertie thermique plus faible.

Le plan de notre exposé est le suivant. La technique du fil froid est rappelée au paragraphe 2, le résonateur acoustique quart d'onde qui a été choisi est décrit au paragraphe 3 et les deux anémomètres CVA utilisés sont présentés au paragraphe 4. L'étude de la constante de temps est décrite au paragraphe 5 et enfin les résultats obtenus sont présentés et discutés au paragraphe 6.

## 2 Technique du fil froid

La méthode proposée par Berson *et al.* [3] est développée ici pour un fil froid connecté à un CVA.

La relation qui lie la résistance d'un fil idéal  $R_w^*$  à la température de surchauffe du fil  $T_w$  est

$$R_w^*(t) = R_0 (1 + \chi(T_w(t) - T_0)) \quad (1)$$

où  $R_0$  est la résistance à la température de référence  $T_0$  et  $\chi$  est le coefficient thermique de résistance du fil.

Un fil réel présente de l'inertie thermique et la relation entre sa résistance  $R_w$  et la résistance  $R_w^*$  du fil idéal est donnée par l'équation différentielle

$$R_w^*(t) = R_w(t) + \mathcal{M}_w(t) \frac{dR_w(t)}{dt} \quad (2)$$

Le coefficient  $\mathcal{M}_w(t)$  est supposé être constant dans la plupart des études antérieures. Par abus de langage, il est alors appelé constante de temps du fil. Berson *et al.* [3] proposent de calculer à chaque instant  $t$  la valeur de  $\mathcal{M}_w(t)$ . Ces auteurs ont montré que la constante de temps  $\mathcal{M}_w(t)$  se factorise sous la forme

$$\mathcal{M}_w(t) = \frac{m_w c_w}{\chi R_0} \frac{1}{f[U(t)]} \quad (3)$$

Dans l'équation (3) le facteur  $m_w c_w / \chi R_0$  est une constante qui dépend uniquement des propriétés du fil, plus précisément de sa masse  $m_w$ , de sa capacité thermique  $c_w$ , de son coefficient thermique de résistance  $\chi$  et de sa résistance de référence  $R_0$ . Le facteur  $1/f[U(t)]$  dépend uniquement de l'effet de l'écoulement sur le fil.

Pour connaître la résistance  $R_w^*$  et ensuite la température d'un fil froid idéal il est nécessaire de résoudre la relation (2) à chaque instant. Pour cela il faut connaître la constante de temps  $\mathcal{M}_w(t)$ . Au paragraphe 5, nous expliquerons la méthode pour atteindre les facteurs de la relation (3).

## 3 Le résonateur

Le résonateur utilisé a un diamètre de 30 mm et une longueur de 150 mm (voir figure 1). Les mesures à proximité du fond du résonateur,  $x < 20$  mm, ne sont pas exploitées car la géométrie du support de la sonde modifie la condition de fond rigide du résonateur.

Nous avons choisi un résonateur quart d'onde, ce qui conduit à une fréquence de résonance de 460 Hz. Le haut-parleur est contrôlé pour fournir une amplitude de pression de 3000 Pa. Le microphone de référence, Brüel & Kjaer 4938 1/4" est placé à la paroi à  $x = 7$  mm. Il permet de calculer les répartitions théoriques des fluctuations de température et de vitesse le long du tube. La répartition de la température théorique pour une alternance de l'onde pour  $x = 70$  mm est visible sur la figure 6. Celle de la vitesse théorique est visible sur la figure 5. On observe bien la quadrature qui existe entre température et vitesse au temps  $t = 0.045$  s, la température étant à son maximum et la vitesse passant par zéro.

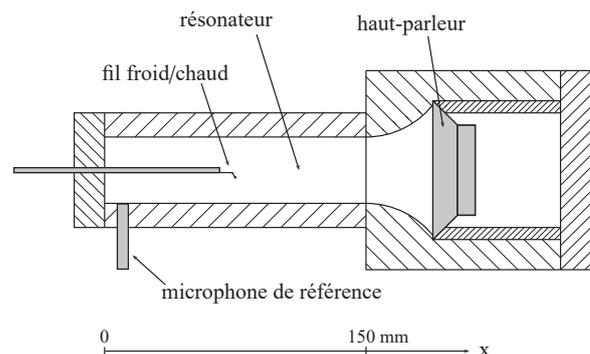


FIGURE 1 – Schéma du résonateur utilisé.

## 4 Fils et anémomètres utilisés

Les fils utilisés sont en tungstène brut avec 7 à 10 % de platine. Le coefficient thermique de résistance du matériau est  $0.037\% \text{K}^{-1}$  et sa résistivité est de  $5.5 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$ . Le diamètre déterminé au microscope électronique est d'environ  $d \approx 3 \mu\text{m}$ . Nous avons fabriqué trois sondes avec des rapports d'allongement  $l/d \approx 500, 1000$  et  $2000$ . Comme nous verrons plus loin, la géométrie joue un rôle sur les pertes de chaleur vers les broches. A la température ambiante, les résistances des fils sont respectivement de  $R_0 = 10.4 \Omega, 22.4 \Omega$  et  $43.3 \Omega$ .

Un prototype d'anémomètre à tension constante, Model 5001 CVA, a été conçu et fabriqué par la société TAO Systems. Il permet d'alimenter des fils fins lorsqu'ils opèrent à très faible surchauffe. Le courant qui les parcourt peut alors être ajusté à l'ordre de  $\approx 0.3 \text{mA}$ . Ceci permet de disposer à la fois d'un fil quasi froid et d'un signal à faible bruit. Pour une configuration sans circuit R-C intégré le signal de sortie  $V_{sC}$  est alors

$$V_{sC} = V_{wC} \left[ 1 + \frac{R_f}{R_{wC} + r_L} \right], \quad (4)$$

où  $R_f$  est fixée à  $40 \text{k}\Omega$ , et où  $R_{wC}$  est la résistance du fil froid et  $r_L$  la résistance du câble, du support et des broches ( $\approx 1.6 \Omega$ ).  $V_{wC}$  est la tension maintenue constante aux bornes du fil. L'anémomètre dispose de la possibilité d'appliquer une constante de temps au circuit électrique pour compenser en partie l'inertie thermique du fil. Cependant dans les essais actuels, cette possibilité n'est pas utilisée.

Un anémomètre Model 4-600 CVA de TAO Systems a été utilisé pour mesurer la vitesse  $U$  et la fonction  $f[U(t)]$  qui intervient dans la relation (3). La tension de sortie est

$$V_{sH} = V_{wH} \left[ 1 + \frac{R_2}{R_{wH} + r_L} + T_c R_2 \frac{d}{dt} \frac{1}{R_{wH} + r_L} \right] \quad (5)$$

avec la résistance  $R_2 = 118 \Omega$  et la constante de temps du circuit électronique fixée à  $T_c = 100 \mu\text{s}$ .  $R_{wH}$  est la résistance du fil chaud,  $V_{wH}$  la tension constante aux bornes du fil et  $V_{sH}$  la tension de sortie. L'ordre de grandeur du courant circulant dans le fil chaud est alors de  $\approx 35 \text{mA}$ .

Sur cet anémomètre nous disposons d'une voie de mesure TCM (*time constant measurement*) qui va nous permettre de mesurer le facteur  $m_w c_w / \chi R_0$ .

## 5 La constante de temps $\mathcal{M}_w(t)$

Comme évoqué précédemment, la constante de temps est une fonction du temps. Elle se compose des deux facteurs présentés dans la figure 2.

### 5.1 Valeur de $m_w c_w / \chi R_0$

La détermination du facteur  $m_w c_w / \chi R_0$ , qui dépend purement des propriétés du fil, nécessite une mesure spécifique. Pour cela, le fil est placé dans le cône potentiel d'un jet d'étalonnage. Nous mesurons le temps de réponse  $M_{CVA}$  au signal carré fourni par le module TCM de

$$\mathcal{M}_w(t) = \frac{m_w c_w}{\chi R_0} \frac{1}{f[U(t)]}$$



mesuré préalablement  
aux mesures avec  
le module TCM  
(paragraphe 5.1)

mesuré à chaque  
instant avec  
le fil chaud  
(paragraphe 5.2)

FIGURE 2 – Méthode pour obtention de  $\mathcal{M}_w(t)$ .

l'anémomètre 4-600 CVA ([4]). Berson *et al.* [5, 3] donnent l'équation reliant  $m_w c_w / \chi R_0$  aux paramètres mesurables

$$\frac{m_w c_w}{\chi R_0} = M_{CVA} V_w^2 \frac{1}{(R_{wH} + r_L)^2} \frac{1 + 2a_w}{a_w} \frac{1}{LM}, \quad (6)$$

où  $a_w = (R_{wH} - R_a) / R_a$  est la surchauffe du fil,  $R_a$  la résistance du fil à température ambiante et  $LM$  un facteur correctif dû à la longueur du câble (ici  $LM \approx 1.02$ ).

Les mesures sont faites pour différentes surchauffes du fil ( $a_w = 0.1$  à  $0.5$ ) ainsi que pour différentes vitesses du jet ( $U = 1$  à  $12 \text{ms}^{-1}$ ). Elles conduisent à  $m_w c_w / \chi R_0 \approx 7 \cdot 10^{-7} \text{A}^2 \text{s}$ . Cette valeur correspond bien à la valeur théorique obtenue pour un fil de diamètre  $d \approx 3 \mu\text{m}$ . Notons néanmoins qu'un écart de  $\pm 5\%$  apparait avec différents fils de même  $l/d$  issus de la même bobine car le diamètre du fil est légèrement variable.

### 5.2 Etude de $f[U]$

La fonction  $1/f[U(t)]$  est calculée pour chaque instant à partir des mesures au fil chaud. On utilise la relation (5) qui fournit la résistance  $R_{wH}$  du fil réel et l'équation différentielle décrite par Berson *et al.* [5, 3] pour obtenir la résistance  $R_{wH}^*$  du fil idéal correspondant. Le facteur  $1/f[U(t)]$  est alors donné par la relation

$$\frac{1}{f[U(t)]} = \frac{(R_{wH}^*(t) + r_L)^2 R_{wH}^*(t) - R_a(t)}{V_w(t)^2 R_{wH}^*(t)}. \quad (7)$$

Au préalable, nous avons vérifié que  $1/f[U]$  est indépendant de la surchauffe. Les mesures ont été effectuées dans le cône potentiel du jet d'étalonnage à plusieurs vitesses ( $U = 1$  à  $12 \text{ms}^{-1}$ ). Les résultats sont présentés dans la figure 3.

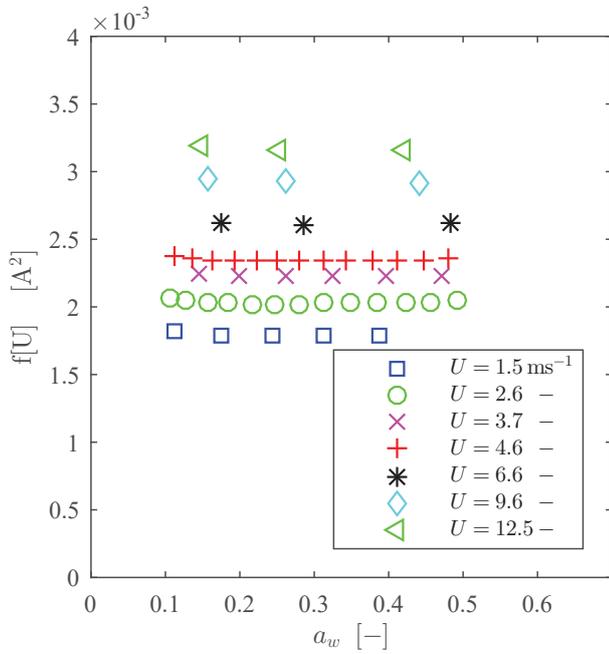


FIGURE 3 –  $f[U]$  en fonction de la surchauffe  $a_w$  et de la vitesse  $U$  pour un fil  $l/d = 1000$ .

## 6 Résultats

### 6.1 Correction de l'inertie du fil

L'évolution du facteur  $M_w(t)$  en fonction du temps pour la position de la sonde  $x = 70\text{ mm}$  est présentée sur la figure 4. Comme le fil ne peut pas détecter le sens de la vitesse incidente, il est normal que les maxima et minima de  $M_w(t)$  apparaissent deux fois sur une période du signal de base ( $f = 460\text{ Hz}$ ). Il en est le même pour  $1/f[U(t)]$ .

La vitesse  $U$  est obtenue à partir de  $f[U]$  et de l'étalonnage du fil. Pour comparaison, on trace sur la figure 5 à la fois la vitesse théorique redressée et les vitesses mesurées. Le léger écart entre la courbe théorique et les mesures est surtout lié à l'emploi d'un étalonnage qui a été

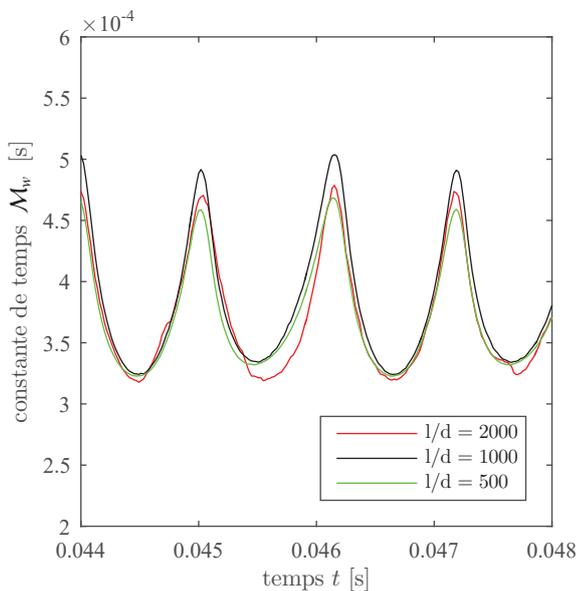


FIGURE 4 –  $M_w$  en fonction du temps pour  $x = 70\text{ mm}$ .

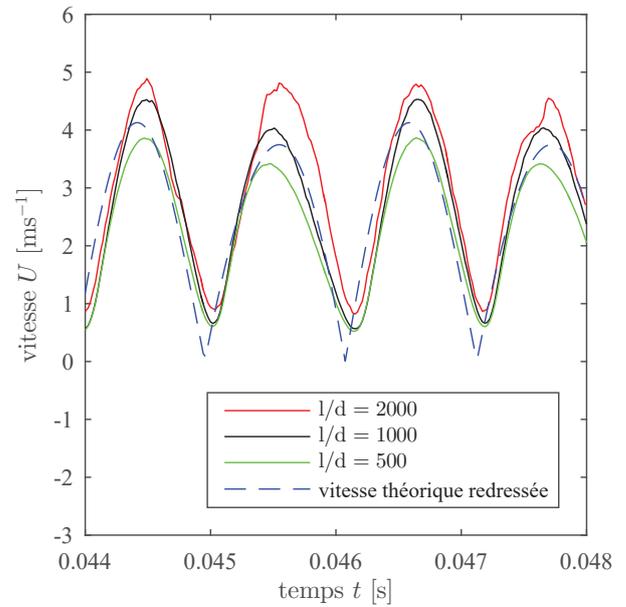


FIGURE 5 – Vitesses mesurées et vitesse théorique en fonction du temps pour  $x = 70\text{ mm}$ .

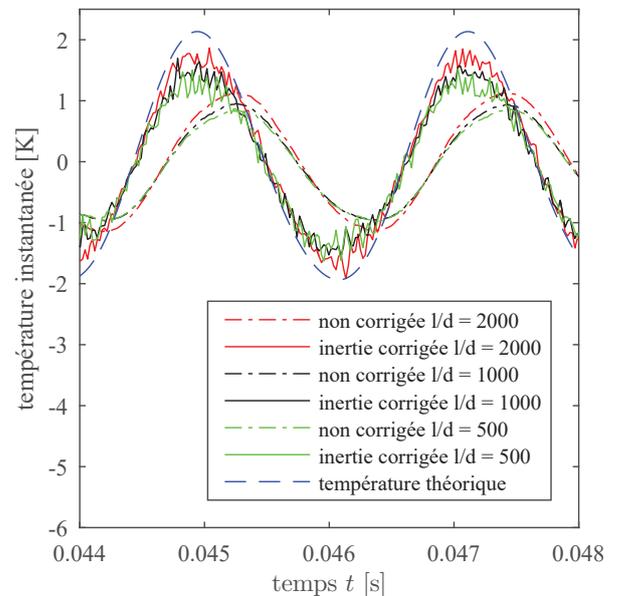


FIGURE 6 – Fluctuations de la température instantanée non corrigée, corrigée de l'inertie thermique et théorique en fonction du temps pour  $x = 70\text{ mm}$ .

fait dans des conditions de température un peu différentes.

La figure 6 représente les fluctuations de température corrigées et non corrigées de l'inertie thermique du fil pour les trois sondes. On observe bien que les signaux de température bruts sont convenablement corrigés par la relation (3) à la fois en phase et en amplitude.

### 6.2 Comparaison CVA/CCA

Sur la figure 7 on compare des essais où le fil froid de rapport d'allongement  $l/d = 1000$  est alimenté par un CCA ou par un CVA. On observe un très bon accord entre les mesures effectuées avec le prototype CVA et avec le CCA Dantec Module 90C20.

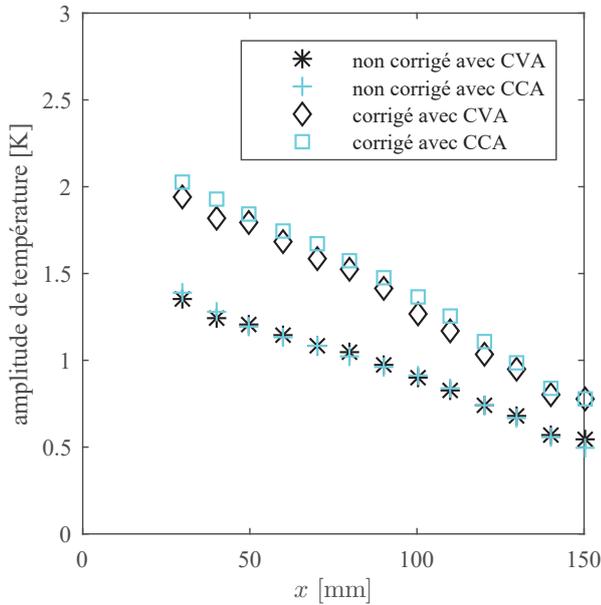


FIGURE 7 – Comparaison des amplitudes de température obtenues avec le CVA et le CCA pour un fil de  $l/d = 1000$ .

### 6.3 Effet de la longueur du fil

Sur la figure 8 on peut voir l'amplitude des fluctuations de température pour les différents points le long du résonateur et pour différentes longueurs de fil. La correction de l'inertie thermique du fil s'applique d'autant mieux que le fil est long.

On observe néanmoins que la correction n'est pas complètement suffisante pour l'amplitude. Pour obtenir l'amplitude théorique dans le cas d'un fil froid, Paranthoen *et al.* [6] proposent la correction

$$H_p = 1 - 2 \frac{l_c}{l} \quad (8)$$

où  $l$  est la longueur du fil et  $l_c$  est la *longueur froide* introduite par Betchov :

$$l_c = 0.5d \sqrt{\frac{k_w}{k_f} \frac{1}{\text{Nu}}} \quad (9)$$

Ici,  $k_w$  est la conductivité thermique du fil et  $k_f$  celle du fluide. D'après l'article de Tsuji *et al.* [7], cette correction est valable pour des fréquences assez basses, ce qui est le cas dans nos mesures.

A partir de la définition du coefficient de transfert thermique  $h$  on montre que le nombre de Nusselt  $\text{Nu}$  s'exprime par

$$\text{Nu} = \frac{hd}{k_f} = \frac{\chi R_a}{\pi k_f} f[U] \quad (10)$$

Pour cette correction on utilise une valeur de  $\text{Nu}$  moyennée sur la durée de la mesure.

Sur la figure 9 nous traçons les résultats en prenant en compte la correction de longueur  $H_p$ .

Dans notre cas, cette correction portant sur les broches ne peut être qu'approximative car nous sommes en présence d'un écoulement oscillant.

## 7 Conclusion

Pour la première fois, des mesures de température utilisant un fil froid alimenté par un anémomètre à tension

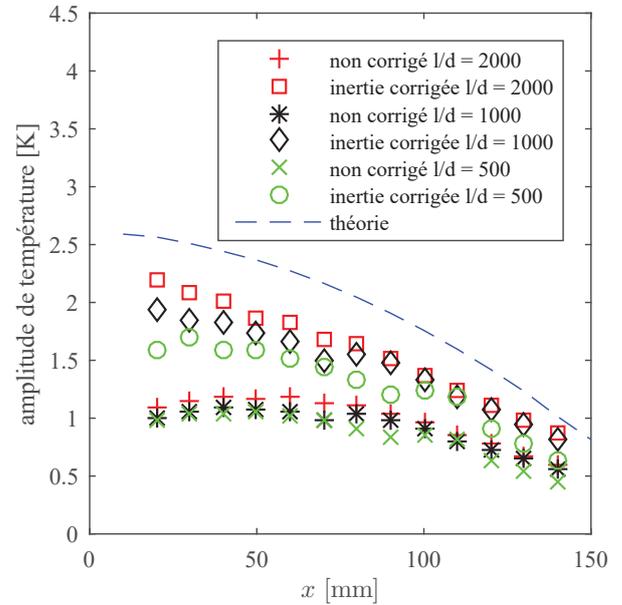


FIGURE 8 – Amplitudes de température non corrigée, corrigée de l'inertie thermique et théorique le long du résonateur.

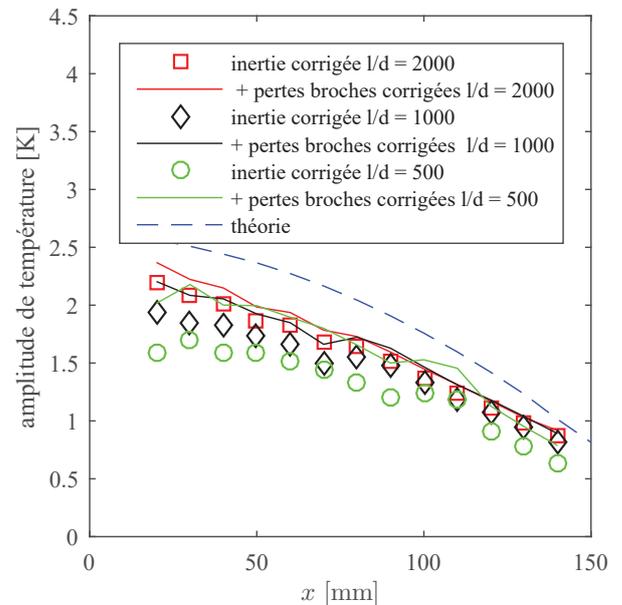


FIGURE 9 – Amplitudes de température avec les corrections.

constant (CVA) ont été réalisées. Les résultats sont comparables aux mesures avec un anémomètre à courant constant (CCA).

La constante de temps instantanée mesurée par un fil chaud permet de corriger l'inertie du fil froid. Les résultats obtenus pour différentes surchauffes valident que la constante de temps est indépendante de la surchauffe.

La correction d'inertie corrige bien la phase pour les trois rapports d'allongement  $l/d$ . Pour l'amplitude, la correction est d'autant meilleure que le fil est long.

En rajoutant une correction pour les pertes dans les broches, on obtient les mêmes amplitudes pour les trois fils.

Nous allons maintenant utiliser cette méthode pour mesurer des corrélations température-vitesse au voisinage d'un stack de réfrigérateur acoustique seul et dans l'espace entre le stack et l'échangeur ([8]).

## Remerciements

Les auteurs expriment leur gratitude à Dr. Siva Mangalam, à Arun Mangalam et aux ingénieurs de TAO Systems of Integration qui ont confectionné le Prototype CVA fil froid.

Ce travail a été réalisé au sein du Labex CeLyA de l'Université de Lyon, géré par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR-10-LABX-0060/ ANR-11-IDEX-0007).

## Références

- [1] G. Comte-Bellot, A. Berson, E. Jondeau & Ph. Blanc-Benon, Instantaneous Temperature Measurements using Constant Voltage Anemometry, 64th Annual Meeting APS Division of Fluid Dynamics Baltimore, MD - November 20-22 (2011).
- [2] A. Berson, G. Poignand, E. Jondeau, Ph. Blanc-Benon & G. Comte-Bellot, Measurements of temperature and velocity fluctuations in oscillating flows using thermal anemometry - application to thermoacoustic refrigerators, *Acoustics 2012*, 11ème Congrès Français d'Acoustique & 2012 Annual IOA (Institute of Acoustics, UK), 13-17 April, Nantes, 2987-2992 (2012).
- [3] A. Berson, G. Poignand, Ph. Blanc-Benon & G. Comte-Bellot, Capture of instantaneous temperature in oscillating flows : Use of constant-voltage anemometry to correct the thermal lag of cold wires operated by constant-current anemometry, *Review of Scientific Instruments* **81**, 015102 (2010).
- [4] A. Mohammed-Taifour, J. Weiss, A. Sadeghi, J. Vétel, E. Jondeau & G. Comte-Bellot, A detailed procedure for measuring turbulent velocity fluctuations using constant-voltage anemometry, *Experiments in Fluids*, **56** :174 (2015).
- [5] A. Berson, Ph. Blanc-Benon & G. Comte-Bellot, A strategy to eliminate all nonlinear effects in constant-voltage hot-wire anemometry, *Review of Scientific Instruments*, **80**, 045102 (2009).
- [6] P. Paranthoen, C. Petit & J.C. Lecordier, The effect of the thermal prong-wire interaction on the response of a cold wire in gaseous flows (air, argon and helium), *Journal of Fluid Mechanics* **124**, 457-473 (1982).
- [7] T. Tsuji, Y. Nagano & M. Tagawa, Frequency response and instantaneous temperature profile of cold-wire sensors for fluid temperature fluctuation measurements, *Experiments in Fluids* **13**, 171-178 (1992) .
- [8] A. Berson, G. Poignand, Ph. Blanc-Benon, & G. Comte-Bellot, Nonlinear temperature field near the stack ends of a standing-wave thermoacoustic refrigerator, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **54** (21-22), 4730-4735 (2011).