

## CFA/VISHNO 2016

**De l'usage des techniques d'homogénéisation afin  
d'étendre la portée des méthodes de matrices de transfert  
pour la modélisation de systèmes du bâtiment : Trois  
techniques, trois études de cas**

J.-B. Chéné<sup>a</sup>, C. Guigou Carter<sup>b</sup>, P. Jean<sup>b</sup>, T. Blinet<sup>a</sup> et G. Jacques<sup>c</sup>

<sup>a</sup>CSTB, 84 Avenue Jean Jaurès, 77447 Champs Sur Marne, France

<sup>b</sup>CSTB, 24 rue Joseph Fourier, 38400 Saint-Martin-D'Hères, France

<sup>c</sup>Saint-Gobain Recherche, 39, quai Lucien-Lefranc, 93303 Aubervilliers, France  
jean-baptiste.chene@cstb.fr



LE MANS

Si les méthodes de matrices de transfert (TMM), sous leurs formes primitives (multicouches infinies), sont assez limitées en termes de système à investiguer, un certain nombre d'astuces ont permis ces dernières années d'en élargir fortement le domaine de validité. Le dimensionnement fini des systèmes par une approche de fenêtrage spatial ou le couplage avec des méthodes SEA pour la prise en compte des courts circuits vibratoires en sont deux exemples déjà bien éprouvés. Cette publication propose d'investiguer trois méthodes d'homogénéisation pour trois problématiques distinctes permettant d'élargir la portée de calculs TMM. La première concerne les produits de type parois raidies homogénéisées à l'aide de formulations analytiques comme celle d'une plaque orthotrope équivalente, la démarche étant validée sur plusieurs comparaisons calcul / mesure. La seconde porte sur les produits de types corps creux (brique creuse, bloc de béton creux,...). La modélisation de leur comportement acoustique a été au cœur de précédents travaux [14] consistant, sous certaines conditions, à homogénéiser ces produits à l'aide d'une simulation par éléments finis statiques d'un élément représentatif (une brique, un bloc...). Cette démarche permet de déterminer des paramètres équivalents permettant de modéliser ces corps creux par une plaque épaisse anisotrope. Enfin, le dernier type d'homogénéisation est celui de plaques multicouches (solide ou viscoélastique), modélisées par une plaque équivalente. L'objectif étant ici de faciliter l'usage de l'approche mixte TMM + SEA qui a été développé pour les cloisons sur simple ossature quand celles-ci sont constituées sur une face de plus d'une plaque. Si ces approches sont pour certaines publiées depuis quelques années, l'apport important est ici de les mettre à portée de tous en créant ainsi un lien entre recherche et ingénierie.

## 1 Introduction

Le développement des approches de simulation acoustique dans le domaine du bâtiment et des systèmes qui le constitue nécessite de répondre à une triple exigence, facilité de la mise en données, temps de calcul raisonnable et robustesse de la démarche. Une des méthodes offrant un excellent compromis est la méthode des matrices de transfert (TMM), plus accessible et plus rapide que les méthodes éléments finis (FEM), tout en étant plus physique et robuste que les approches empiriques. Le CSTB travaille depuis plus de 20 ans sur ce type de méthode afin d'en élargir l'usage premier, restreint aux systèmes multicouches, homogènes, plans et de dimensions infinies. M. Villot, C. Guigou-Carter et L. Gagliardini ont proposé dès 2001 dans [1], une formulation spécifique de fenêtrage spatial pour tenir compte des dimensions finies des systèmes. Une autre étape importante a été franchie avec le couplage d'une approche TMM avec une méthode SEA (pour la prise en compte de la contribution de l'ossature) proposé par C. Guigou-Carter et M. Villot dans [7], pour la simulation des cloisons sur simple ossature.

Cet article présente une autre étape dans l'usage de ces méthodes, qui permet d'élargir significativement les types de systèmes dont on peut simuler le comportement acoustique. Il s'agit ici de présenter trois approches d'homogénéisation pour trois familles de systèmes basées sur trois méthodes très différentes. L'homogénéisation est une opération permettant de calculer les caractéristiques d'un matériau plan homogène équivalent pouvant représenter le comportement acoustique d'un produit/système plus complexe (plaque raidie, brique creuse...). Ce matériau équivalent peut alors être utilisé dans une simulation de type TMM (+SEA) de façon classique.

La première homogénéisation porte sur des plaques raidies pour lesquelles les caractéristiques d'une plaque équivalente orthotrope sont calculées. Les calculs sont basés sur des formules analytiques simples.

Le second système investigué est le sandwich de plusieurs plaques, homogénéisé en une plaque équivalente, étape importante notamment pour les calculs hybrides mixant TMM et SEA

Enfin le dernier porte sur des systèmes inhomogènes de type corps creux comme par exemple des briques creuses

ou des blocs de parpaings creux. Le matériau équivalent calculé est alors anisotrope et le calcul se fait à l'aide de calculs éléments finis statiques sur un élément représentatif.

Après une description des trois méthodes d'homogénéisation, une présentation de quelques études de cas sera réalisée et illustrée par des comparaisons calculs mesures.

## 2 Description des trois méthodes d'homogénéisation

Trois méthodes très différentes sont décrites dans ce paragraphe. Elles ont un objectif commun : faciliter l'accès à la simulation robuste du comportement acoustique de systèmes complexes.

### 2.1 Homogénéisation de plaques raidies

La méthode est basée sur le calcul du moment d'inertie, permettant ensuite celui du module de rigidité en flexion dans chacune des deux directions, en utilisant les formulations présentées par C. Hopkins [16]. Ceci permet de définir une plaque équivalente orthotrope. Ce type d'approche n'est valide (théoriquement) que pour des fréquences correspondant à des longueurs d'ondes de flexion ( $\lambda_B$ ) très grandes devant la largeur du profil unitaire ( $d_R$ ). Trois formulations sont présentées ici correspondant à trois grandes familles de plaques raidies. Ces plaques raidies sont constituées d'un matériau solide ayant un module d'élasticité  $E$  et un coefficient de poisson  $\nu$ .

La première, qui est aussi la plus ouverte, permet d'homogénéiser une plaque profilée constituée de  $N$  segments de même épaisseur  $h$  mis bout à bout formant ainsi un profil unitaire de largeur  $d_R$  se répétant indéfiniment (Figure 1).

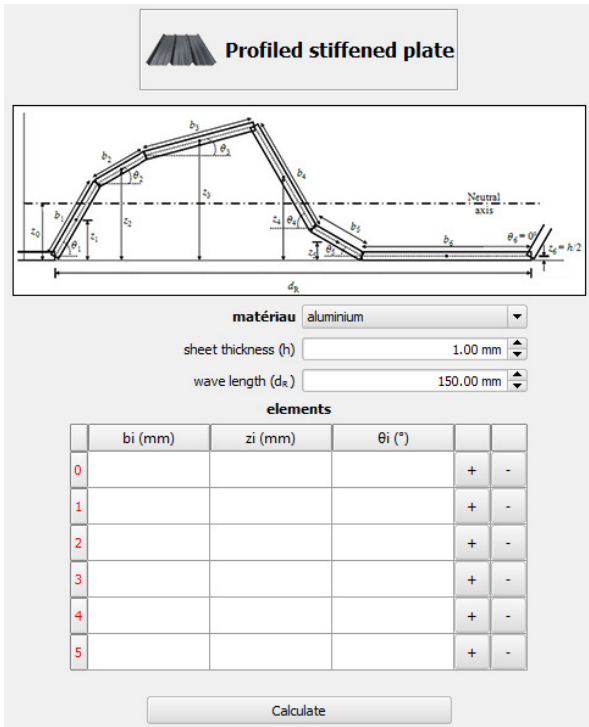


Figure 1 : Plaque profilée

L'équation 1 permet de calculer le moment d'inertie du profil unitaire :

$$I_b = \sum_{n=1}^N I_{y_n} + S d_n^2 = h \sum_{n=1}^N \left[ d_n^2 + \frac{h^2 + b_n^2}{24} + \frac{h^2 - b_n^2}{24} \cos 2\theta_n \right] b_n \quad (1)$$

Cela permet ensuite de calculer le module de rigidité en flexion dans les deux directions.

$$E_{p,x} = \frac{E}{(1 - \nu^2)} \frac{I_b}{d_R} \quad (2)$$

$$E_{p,y} = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} \frac{d_R}{\sum_{n=1}^N b_n} \quad (3)$$

Le second système est celui des plaques ondulées, qui est décrit en Figure 2.

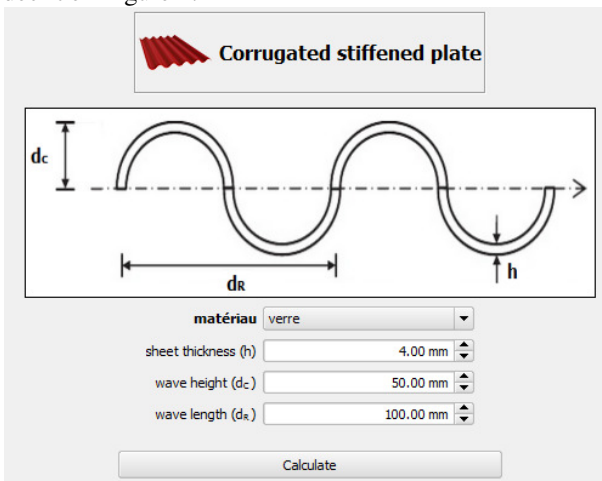


Figure 2 : Plaque ondulé

Pour ces systèmes particuliers, Cremer [17] propose les formulations (4) et (5).

$$E_{p,x} = \frac{E h d_c^2}{2} \left[ 1 - \frac{0,81}{1 + 2,5 \left( \frac{d_c}{2d_R} \right)^2} \right] \quad (4)$$

$$E_{p,y} = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} \frac{1}{1 + \left( \frac{\pi d_c}{2d_R} \right)^2} \quad (5)$$

Le dernier système correspond à des plaques en « T » décrit en figure 3.

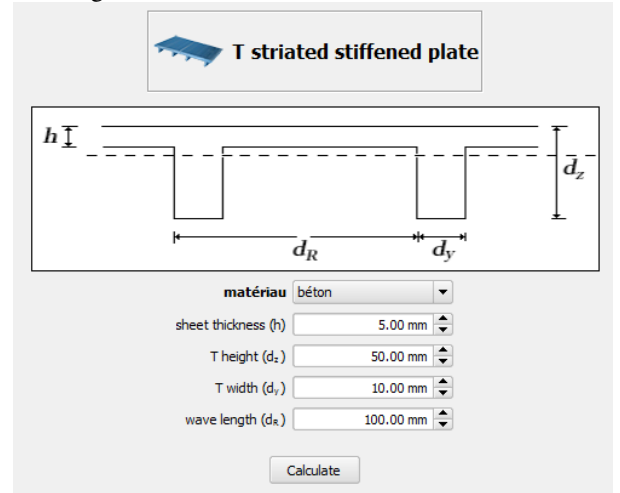


Figure 3 : Plaque raidie en « T »

Pour ces systèmes, là aussi, Cremer [17] propose des formulations reprises en (6) et (7).

$$E_{p,x} = E \left[ \frac{d_R}{3} [c_1^2 - (c_1 - h)^2] + \frac{d_y}{3} [(c_1 - h)^2 + (d_z - c_1)^2] \right] \quad (6)$$

$$E_{p,y} = \frac{E h^3}{12} \frac{d_R}{d_R - d_y} \left( 1 - \frac{h^2}{d_R^2} \right) \quad (7)$$

$$\text{Avec : } c_1 = \frac{1}{2} \left[ \frac{d_R d_z^2 + (d_R - d_y) h^2}{d_R d_z + (d_R - d_y) h} \right] \quad (8)$$

## 2.2 Homogénéisation de plusieurs plaques

Il s'agit ici de représenter un sandwich de plaques solides ou viscoélastiques isotropes, qu'il s'avère nécessaire de représenter par une plaque mince équivalente isotrope pour un certain nombre d'applications. Par exemple dans le logiciel AcouSYS développé par le CSTB, les systèmes de cloisons sur simple ossature sont simulés à l'aide d'une approche mixant de la TMM et de la SEA. L'approche proposée par C. Guigou-Carter en [7] ne permet (pour simplifier le calcul SEA) de prendre en compte qu'une plaque simple de chaque côté d'une ossature. Le procédé d'homogénéisation proposé ici permettra par exemple de simuler des cloisons avec plusieurs plaques sur chaque parement, voire avec des plaques sandwichs comme les industriels en développent depuis quelques années. Cette méthode est également applicable à d'autres systèmes comme par exemple, des verres feuilletés.

La démarche utilisée ici est très différente de la précédente, elle est basée sur un calcul TMM pour une excitation mécanique dans le but de générer des ondes libres. Sur la base d'une analyse du spectre en nombre d'ondes de la vitesse à l'interface supérieure ou inférieure du multicouche, des propriétés équivalentes d'une plaque mince en flexion en est déduit. Cette méthode est donc restreinte dans son application, à un empilement limité de plaques où les ondes de flexion sont prédominantes. On utilise l'épaisseur totale de l'empilement comme épaisseur de la plaque équivalente ; de la même manière, la masse surfacique de la plaque équivalente est évaluée en combinant les différentes masses surfaciques de chaque couche. La masse volumique de la plaque équivalente est

obtenue simplement à partir de la masse surfacique totale ramenée à l'épaisseur totale de l'empilement.

Celle-ci est pour l'instant limitée à une homogénéisation de trois plaques maximum pour lesquelles il est possible de considérer deux types de conditions aux limites entre deux plaques successives : Continuité des contraintes et des déplacements ou non.

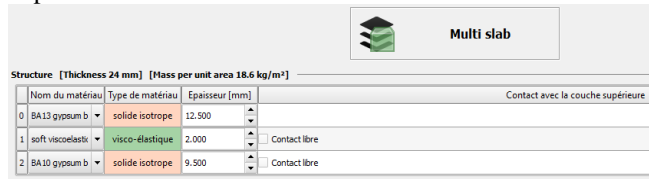


Figure 4 : Multi plaque

### 2.3 Homogénéisation de corps creux

La famille des corps creux est de loin la plus complexe à aborder. Elle a fait l'objet d'une thèse CTMNC/PHASE/CSTB dont le doctorant était G. Jacques. L'approche présentée ici découle directement de ce travail qui a notamment fait l'objet d'une publication [14]. La description de formulations associées à cette démarche ne sera pas reprise ici.

Le principe est de travailler sur un élément unitaire (Ex : une brique creuse – Voir figure 5), de le mailler en 3D, puis de réaliser sur ce modèle, un certain nombre d'essais virtuels (compression, cisaillement) en éléments finis statiques. De cette première étape, sont calculés les paramètres mécaniques équivalents dans les trois directions, permettant d'obtenir ainsi un matériau solide anisotrope équivalent.

Là aussi, le domaine de validité de l'approche est limité en fréquence, il faut que les longueurs d'ondes de flexion dans le matériau soient grandes devant la taille des inhomogénéités (trous).

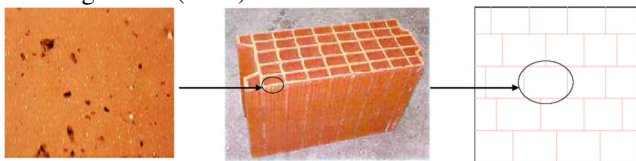


Figure 5 : Brique creuse (Terre cuite => brique unitaire => mur en briques) (illustration issue de [14])

Deux difficultés supplémentaires apparaissent ici, tout d'abord le problème de la mise en données et ensuite celui de l'accès au calcul éléments finis (FEM) (même statique) qui n'est pas courant dans le monde de l'acoustique du bâtiment. En effet, un profil de brique creuse peut être relativement compliqué, comme l'illustre la figure 6, et tous les acteurs (Bureau d'étude, industriels...) ne disposent pas d'outil FEM.

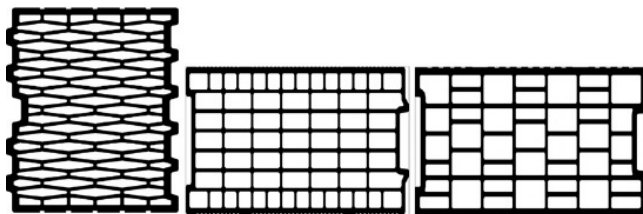


Figure 6 : Exemple de profil de brique creuse (illustration issue de [14])

Pour résoudre ce problème, le CSTB a développé dans son logiciel AcouSYS une interface de saisie ergonomique d'un profil 2D, permettant une saisie rapide (5 minutes pour arriver au rendu de la figure 7) et intuitive d'un profil complexe. Puis ce profil est ensuite extrudé pour obtenir le modèle 3D qui sera ensuite maillé automatiquement de

façon transparente pour l'utilisateur. De même, la phase d'essais virtuels basés sur des calculs FEM statiques puis la phase d'analyse pour déterminer les caractéristiques équivalentes dans les trois directions sont également transparentes pour l'utilisateur. Ce processus facilite grandement l'accès à un plus grand nombre de méthodes assez fines.

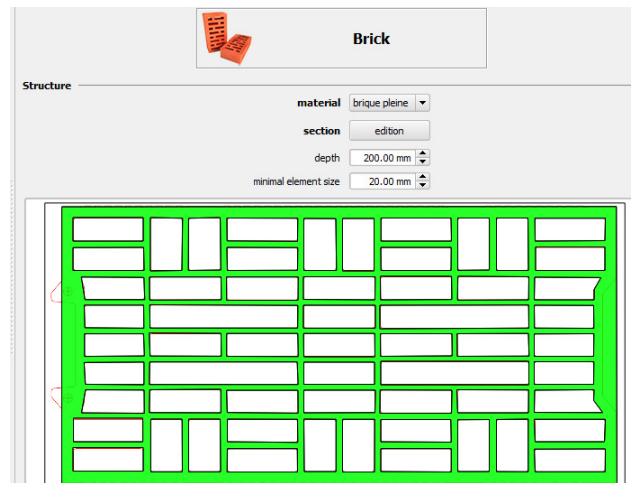


Figure 7 : Interface d'homogénéisation d'un corps creux du logiciel AcouSYS

## 3 Etude de cas

Quatre études de cas sont ici présentées afin d'illustrer et de discuter l'usage de ces différentes méthodes pour simuler le comportement acoustique de systèmes du bâtiment.

### 3.1 Plancher collaborant

Un plancher collaborant est un système constitué d'une tôle acier nervurée sur laquelle est coulé du béton pour constituer un plancher (voir figure 8). Ce système se rapproche d'une plaque raidie en « T ». La figure 9 illustre les résultats obtenus et l'intérêt de la prise en compte de l'orthotropie.

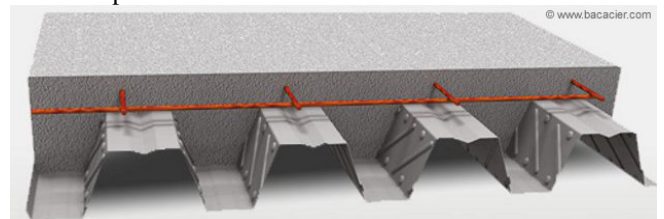


Figure 8 : Schéma de principe d'un plancher collaborant

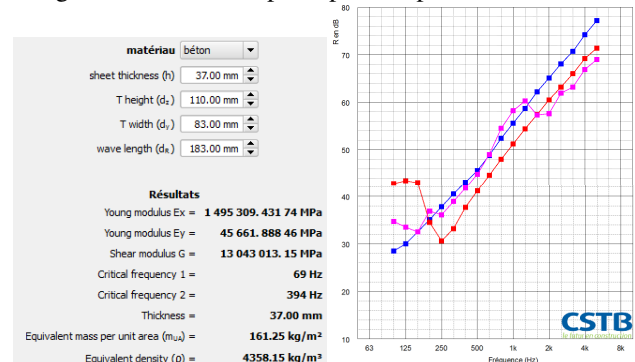


Figure 9 : Données d'entrée pour l'homogénéisation d'un plancher collaborant (cf. Figure 3) à gauche et comparaison calcul (Isotrope en rouge et orthotrope en bleu) / mesure (en violet) sur ce même système à droite



### 3.2 Bac acier support d'étanchéité

Système classique en toiture depuis des décennies, il est constitué d'un bac acier (0,75 mm d'épaisseur) en sous face, d'un isolant (laine de roche de 200 mm) et enfin d'une membrane d'étanchéité bitumineuse (schéma de principe figure 10). Les résultats figure 11 présentent une bonne comparaison calcul / mesure. On peut également observer que la prise en compte de l'orthotropie du bac acier améliore sensiblement la comparaison. Les temps de calculs pour ce type de systèmes orthotropes sont plus longs que pour des systèmes isotropes similaires, mais restent très raisonnables (de l'ordre de quelques minutes selon le système).

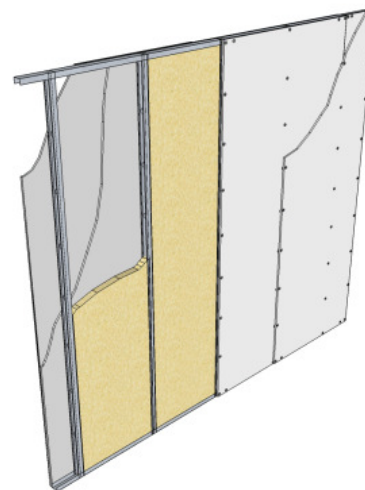


Figure 12 : Schéma de principe d'une cloison 98/48

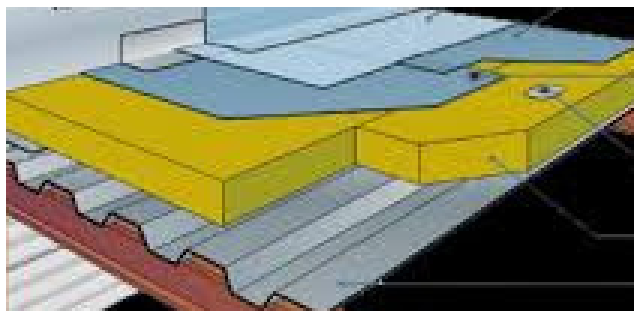


Figure 10 : Schéma de principe d'un bac acier support d'étanchéité

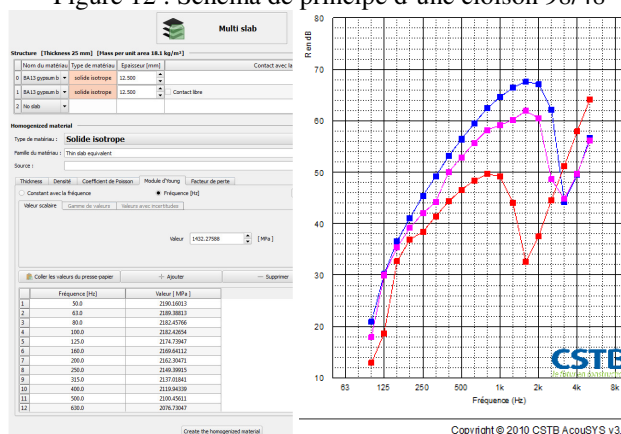


Figure 13 : Données d'entrée pour l'homogénéisation de deux plaques de plâtre à gauche et comparaison calcul (« collé » en rouge et « non collé » en bleu) / mesure (en violet) sur le système complet bac acier support d'étanchéité

La figure 13 illustre les résultats de la simulation d'une cloison à deux fois deux plaques de plâtre sur une simple ossature, par une approche mixte TMM (pour le multicouche) et SEA (pour la contribution de l'ossature). Les différences entre les deux types de conditions aux limites entre plaques, sont illustrées en figure 13. Il apparaît clairement que la configuration d'essai est plus proche de la condition « non collé », mais la réalité est manifestement entre les deux.

Ce type d'approche permet ensuite d'introduire un matériau viscoélastique entre les deux plaques pour homogénéiser une plaque sandwich comme il en existe maintenant un certain nombre sur le marché. La seule difficulté est de disposer des paramètres d'entrée du viscoélastique.

Le temps de calcul est lui aussi relativement limité, pour l'ensemble du processus (homogénéisation plus calcul TMM/SEA) cela représente moins de 5 minutes.

### 3.4 Brique creuse

Système à corps creux par excellence, les briques de terre cuite creuses constituent un terrain de jeux infini pour ce type de démarche. Il est à noter que le succès de celles-ci dépend en grande partie de la qualité des données d'entrée, notamment sur les caractéristiques mécaniques du tesson de terre cuite, mais également sur le facteur de perte du mur lui-même. Si les caractéristiques du tesson peuvent être mesurées en adaptant la méthode ISO 16940 par exemple, il n'en est pas de même pour ce qui est du facteur de perte

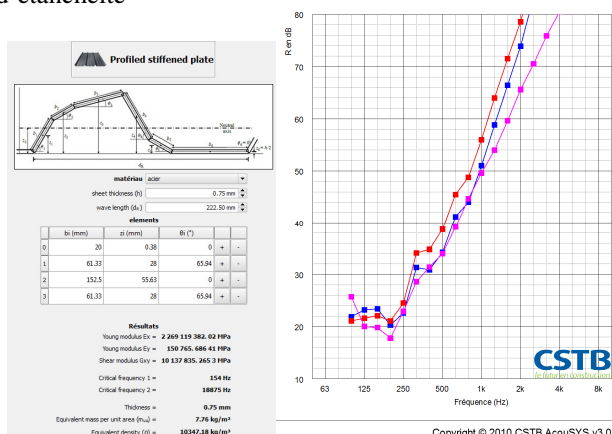


Figure 11 : Données d'entrée pour l'homogénéisation d'un bac acier (cf. Figure 3) à gauche et comparaison calcul (Isotrope en rouge et orthotrope en bleu) / mesure (en violet) sur le système complet bac acier support d'étanchéité

### 3.3 Cloison 98/48

Il a été choisi ici l'une des cloisons à simple ossature présentant deux plaques de plâtre de part et d'autre d'une ossature métallique de 48 mm (schéma de principe figure 12). Les deux plaques de plâtre (BA13 standard) ont été homogénéisées pour calculer une plaque équivalente de 25 mm. Deux conditions aux limites entre plaques sont étudiées : continuité des contraintes et des déplacements à l'interface des deux plaques (collées) ou non.

total des murs. En effet, à ce jour, ce paramètre est principalement obtenu de façon expérimentale sur le mur lui-même.

Le profil de la brique creuse, objet de cette étude de cas, est celle de la figure 14.

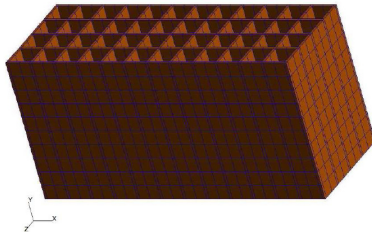


Figure 14 : Profil 3D d'une brique creuse

Après homogénéisation, les propriétés d'un matériau anisotrope équivalent ont été déterminées. Puis un calcul TMM du système de brique creuse équivalente a ensuite été réalisé avec un enduit mortier sur une face. Les résultats sont présentés figure 15.

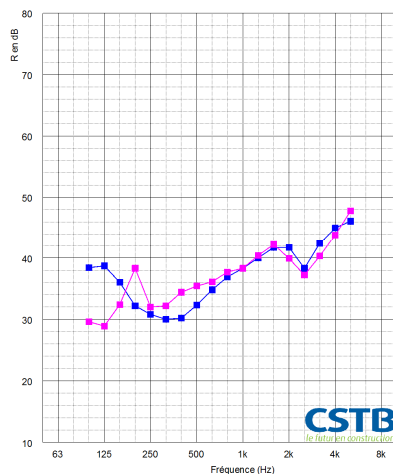


Figure 15 : Comparaison calcul (en bleu) / mesure (en violet) sur un mur en briques creuses

Ici le processus complet est plus long. Tout d'abord, le processus d'homogénéisation (Maillage + FEM statique) peut prendre quelques minutes pour des profils très complexes. Ensuite, le calcul TMM sur un système incluant un matériau anisotrope prend lui aussi plus de temps, allant jusqu'à quelques dizaines de minutes.

## 4 Conclusion

Trois méthodes d'homogénéisation très différentes ont été présentées dans ce papier. Elles permettent toutes d'améliorer la simulation du comportement acoustique de systèmes complexes par des approches relativement simples ou du moins simples d'usage une fois interfacées. Il faut bien sûr garder en tête les limitations théoriques associées à ces approches, sans que cela constitue un point de blocage. En effet, les études de cas montrent qu'il est souvent possible d'aller plus loin que ce que la théorie autorise.

Cela ouvre les portes à de nombreuses applications, notamment en termes de recherche et développement pour pouvoir optimiser des systèmes sur des bases physiques, réalistes.

Pour un usage en évaluation, l'approche la plus robuste, reste de pouvoir disposer d'essais en laboratoire sur des systèmes proches qui permettront de s'assurer que l'ensemble du processus soit bien maîtrisé (modèle,

données d'entrée, ...) avant de pouvoir simuler des configurations pas trop éloignées.

Enfin ces développements permettent de rendre accessibles au plus grand nombre et notamment aux industriels et aux bureaux d'études acoustiques des approches robustes, faciles de mise en données présentant des temps de calculs très raisonnables.

## Références

- [1] M. Villot, C. Guigou-Carter and L. Gagliardini, Predicting the acoustical radiation of finite size multi-layered structures by applying spatial windowing on infinite structures, *Journal of Sound and Vibration* 245(3), 433-455, (2001).
- [2] C. Guigou-Carter, M. Villot and al, Study of simulated rainfall noise on roofs and glazings, *Forum Acusticum*, Séville, Spain (2002).
- [3] C. Guigou-Carter and M. Villot, Modelling of sound transmission through lightweight elements with stiffeners, *Building Acoustics*, Volume 10 – Number 3 – 2003 – Pages 193 – 209, (2003).
- [4] C. Guigou-Carter and M. Villot, Study of simulated rainfall noise on multi-layered systems, *Euronoise*, Naples, Italy, (2003).
- [5] C. Guigou-Carter, M. Villot and al, Analytical and Experimental Study of Wood Floorings, *Forum Acusticum*, Budapest, Hungary, (2005).
- [6] M. Villot and C. Guigou-Carter, Modeling impact noise of floating floors, *Euronoise*, Tampere, Finland, (2006).
- [7] C. Guigou-Carter and M. Villot, Analytical and experimental study of single frame double wall, *Euronoise*, Tampere, Finland, (2006).
- [8] C. Guigou-Carter and M. Villot, Predicting the acoustic performance of multi-layered structures submitted to structural excitation, *DAGA*, Stuttgart, Germany, (2007).
- [9] J.-B. Chene and C. Guigou-Carter, Prediction method for the acoustic performance of permanent form systems, *Euronoise*, Paris, France, (2008).
- [10] C. Guigou-Carter, H. Sallee and al, Acoustic performance of membrane based multilayered systems with improved thermal inertia characteristics, *Euronoise*, Paris, France, (2008).
- [11] C. Guigou-Carter and J.-B. Chéné, Development of thermo-acoustic floating floors for use between parking and dwellings, *Euronoise*, Paris, France, (2008).
- [12] R. Foret, C. Guigou-Carter and P. Jean, Effect of spacer designs on acoustic performance of windows, *Euronoise*, Edinburgh, Scotland, (2009).
- [13] R. Foret, C. Guigou-Carter and J.B. Chéné, Porous material parameters influencing the acoustic performances of building construction systems, *Euronoise*, Lisbon, Portugal, (2010).
- [14] G. Jacques, S. Berger and al, A homogenised vibratory model for predicting the acoustic properties of hollow

- brick walls, *Journal of Sound and Vibration* 330(14), 3400-3409, (2011).
- [15] C. Guigou-Carter, S. Bailhache, Characterization of metallic studs used in gypsum board single frame walls, *Euronoise*, Prague, Czech Republic, (2012).
- [16] C. Hopkins, Sound insulation, pages 134 à 140, Elsevier, (2007)
- [17] Cremer, L., Heckl, M. and Ungar, E.E. Structure-borne sound, Springer-Verlag. ISBN: 0387182411 (1973).