

# CFA/VISHNO 2016

## Déconvolution des signaux ultrasonores dans les matériaux poreux

N. Bouhlef<sup>a</sup>, S. Bourguignon<sup>a</sup> et A. Duclos<sup>b</sup>

<sup>a</sup>IRCCyN, Ecole Centrale de Nantes, 1 rue de la Noë, 44321 Nantes, France

<sup>b</sup>Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, Avenue Olivier Messiaen, Cedex9,  
72085 Le Mans, France

sebastien.bourguignon@irccyn.ec-nantes.fr



LE MANS

Notre étude concerne le développement d'outils d'évaluation et de contrôle non-destructifs des milieux biphasiques à partir de mesures ultrasonores. La propagation dans ces milieux à structure hétérogène complexe est régie par la théorie de Biot, prévoyant la propagation de trois types d'ondes (onde lente et deux ondes rapides) dont les propriétés sont liées aux phases fluides et solides constituant le milieu. L'identification de ces ondes est difficile dans le cas particulier de milieux biphasiques de faible épaisseur et/ou présentant des défauts, cas pour lesquels les échos dus aux différentes ondes se chevauchent dans le signal reçu. L'élaboration d'un modèle de propagation fiable décrivant la propagation de chaque onde doit cependant permettre la séparation de ces formes d'ondes, laquelle fournit alors un outil d'évaluation de l'état du milieu. Ce travail présente une méthode d'identification de telles ondes (temps d'arrivée et paramètres de propagation) à partir de signaux acquis en transmission ou en réflexion, reposant sur l'optimisation de critères des moindres carrés non-linéaires suffisamment contraints et correctement initialisés afin de produire des résultats robustes.

## 1 Introduction

Un matériau poreux est un milieu biphasique constitué d'une phase solide et d'une phase fluide. À l'échelle microscopique, l'arrangement des deux phases conduit à une structure hétérogène complexe dont les propriétés sont particulièrement intéressantes du point de vue de la propagation des ondes acoustiques. Ces milieux sont rencontrés dans de nombreuses applications. Par exemple, dans un contexte industriel, les mousses polyuréthanes sont utilisées pour l'isolation acoustique dans le domaine du bâtiment et pour la réduction des vibrations dans l'industrie automobile. Les mousses d'aluminium sont largement utilisées dans le domaine de l'aérospatiale en raison de leur légèreté et de leur performance mécanique. Les milieux biphasiques sont également rencontrés à l'état naturel dans le domaine biologique comme c'est le cas de l'os spongieux.

Dans le cadre de la théorie de Biot [1], le milieu poreux est traité comme un continuum constitué d'une phase solide et d'une phase fluide. La phase solide correspond à l'homogénéisation du squelette souple dont les pores sont remplis par le fluide. Les équations du mouvement obtenues dans la théorie de Biot prévoient deux champs de déplacement couplés et reliés respectivement aux mouvements de la phase solide et de la phase fluide.

Lorsqu'une onde acoustique de compression avec un angle d'incidence quelconque arrive sur une interface fluide-poreux à structure souple, les équations du mouvement et les conditions aux limites imposent l'existence de deux ondes de compression rapide et lente se propageant dans les phases solide et fluide, respectivement, et d'une onde de cisaillement rapide se propageant dans la phase solide. Chacune de ces ondes subit, au fil de sa propagation, des déformations caractéristiques, pouvant être définies par des modèles de propagation propres à chaque mode de transmission [2]. Pour un angle d'incidence normal, l'onde de cisaillement disparaît et il ne reste que deux ondes de compression: l'onde rapide et l'onde lente. La théorie de Biot permet de décrire la propagation et l'interaction des ondes acoustiques dans les deux phases du milieu en considérant à la fois l'élasticité du squelette et la compressibilité du fluide saturant.

L'inconvénient majeur de la théorie de Biot réside essentiellement dans le nombre important de paramètres requis pour résoudre les équations des mouvements. En effet, il y a les paramètres traduisant les propriétés mécaniques du squelette (masse volumique, module de compressibilité, module de cisaillement et amortissement) et les paramètres du fluide (masse volumique, module de compressibilité, viscosité). Il y a aussi d'autres paramètres plus spécifiques

introduits par d'autres auteurs que Biot et que nous nous contentons seulement de citer: la porosité, qui caractérise la fraction volumique occupée par la phase fluide continue, la perméabilité visqueuse, qui est reliée à la résistivité au passage du fluide, la tortuosité traduit l'aspect sinueux des pores et les effets inertiels qui se produisent entre les phases solide et fluide, la longueur caractéristique visqueuse qui caractérise l'échelle où se produisent les effets visqueux, la longueur caractéristique thermique qui caractérise l'échelle où se produisent les effets thermiques, la perméabilité thermique.

Il est clair que le modèle de Biot nécessite la connaissance de plusieurs paramètres ce qui serait particulièrement lourd à gérer. Nous proposons dans ce travail une approche différente et simple pour modéliser les mêmes effets que la propagation dans les milieux poreux. L'approche est basée sur l'utilisation des modèles d'atténuation et de dispersion qui ont prouvé leur efficacité pour des milieux homogènes et isotropes [2]. L'idée est de considérer que le milieu poreux est composé de plusieurs milieux où chaque milieu est considéré comme isotrope et homogène possédant ses propres paramètres de propagation. Avec cette hypothèse, il est possible alors d'utiliser les modèles de dispersion et d'atténuation.

Pour mettre en oeuvre notre approche nous réalisons des simulations semblables à la propagation dans les milieux poreux en se basant sur les modèles d'atténuation et de dispersion. Ensuite, nous adoptons des méthodes d'estimation à base des moindres carrés non-linéaires pour estimer les paramètres du modèle. Ce papier est organisé comme suit: la section 2 expose le modèle d'atténuation et de dispersion. La section 3, est une adaptation des deux modèles au milieu poreux. Nous formulons alors le modèle utilisé pour la propagation dans un milieu biphasique. Nous présentons des simulations du modèle élaboré pour différents paramètres. L'avant-dernière section expose la méthode adoptée pour estimer les paramètres issus des simulations du modèle. La dernière section est la conclusion et les perspectives.

## 2 Milieu homogène et isotrope: modèle atténuation et dispersion

Dans un milieu de propagation homogène et isotrope de largeur  $z$ , le signal reçu  $Y(f, z)$  par le transducteur est décrit dans le domaine fréquentiel par une cascade de réponses fréquentielles [3]:

$$Y(f, z) = H_i(f)H_r(f, z) \quad (1)$$

où la réponse instrumentale  $H_i(f)$  regroupe l'excitation électrique fournie au transducteur électro-acoustique, les réponses électro-acoustique et acousto-électrique du transducteur. La fonction  $H_r(f, z)$  représente la fonction de transfert de propagation de l'onde dans le milieu de propagation [3]. La fonction de transfert de propagation dépend du nombre d'onde  $k(f)$  défini comme étant  $k(f) = \beta(f) - j\alpha(f)$ . Le terme  $\beta(f)$  décrit le caractère propagatif de l'onde, et il est défini par  $\beta(f) = 2\pi f/c(f)$ , avec  $c(f)$  la vitesse de phase des ondes acoustiques. Le terme  $\alpha(f)$  traduit le caractère dissipatif de l'onde et représente l'atténuation fréquentielle dans le matériau. Dans [2], l'expression de la fonction  $H_r(f, z)$  est donnée par:

$$H_r(f, z) = b(z)e^{-\alpha(f)z}e^{-j\beta(f)z} \quad (2)$$

Elle est composée d'un facteur d'amplitude  $b(z)$ , d'un terme de module  $e^{-\alpha(f)z}$  qui définit l'atténuation et d'un terme de phase  $e^{-j\beta(f)z}$  qui caractérise la vitesse de phase. La fonction amplitude  $b(z)$ , est considérée indépendante de la fréquence. Elle dépend de plusieurs facteurs comme les surfaces des transducteurs, la position de la cible et le changement d'impédance. L'atténuation  $\alpha(f)$  de l'onde acoustique dans le milieu de propagation est due à plusieurs phénomènes [4, 5]. Dans un matériau homogène, les deux principales causes sont l'absorption thermique et la diffusion. L'absorption traduit le fait que l'énergie de l'onde se transforme en chaleur à cause de la mise en mouvement des particules. La diffusion sous-entend que le matériau n'est pas strictement homogène et que de petites discontinuités provoquent un éparpillement de l'onde dans toutes les directions. Ces deux phénomènes sont de ce fait dépendants de la fréquence de l'onde. Nous choisissons de modéliser l'atténuation par une loi de puissance fréquentielle [6, 7]

$$\alpha(f) = \alpha_0|f|^\gamma \quad (3)$$

où  $\alpha_0$  le coefficient d'atténuation, et  $\gamma$  le facteur de puissance, sont des paramètres réels positifs caractérisant un matériau homogène donné. Pour la majorité des milieux, le facteur  $\gamma$  (sans unité) vérifie  $\gamma \in ]0, 2]$  [7, 8]. Pour un modèle linéaire  $\gamma$  vaut 1. Une atténuation non-linéaire concerne des structures plus complexes de matériaux tels que le polyéthylène ( $\gamma = 1.13$ ), le caoutchouc synthétique ( $\gamma = 1.38$ ) ou l'huile de ricin ( $\gamma = 1.67$ ) [9, 8, 10].

Le coefficient d'atténuation  $\alpha_0$  indique l'affaiblissement par unité de distance et de fréquence et est donc exprimé en  $Np.MHz^{-\gamma}.m^{-1}$  ou en  $dB.MHz^{-\gamma}.cm^{-1}$ . Un coefficient  $\alpha_0$  nul correspond à une propagation sans dissipation. Le coefficient d'atténuation dans l'eau est donné par  $\alpha(f) = 0.025|f|^2 Np.MHz^{-2}.m^{-1}$  [11]. De nombreuses méthodes permettent de mesurer  $\alpha_0$  dans le cas de l'atténuation linéaire [12, 13, 14, 16] et de mesurer  $\alpha_0$  et  $\gamma$  dans le cas non linéaire [9, 8, 10].

La dispersion est due au fait que la vitesse de propagation n'est pas constante en fonction de la fréquence de l'onde. En présence d'atténuation, la dispersion apparaît pour assurer la cohérence physique de la propagation et la causalité du système. La dispersion joue donc un rôle équilibrant dans la fonction de transfert de propagation  $H_r(f, z)$ . L'effet de la dispersion se retrouve dans l'expression de  $\beta(f)$  qui est donnée par :

$$\beta(f) = \frac{2\pi f}{C_\infty} + \epsilon(f) \quad (4)$$

La vitesse  $C_\infty$  est obtenue lorsque  $f \rightarrow \infty$  [18, 19]. Pour une distance de propagation  $z$  donnée, on a donc un temps de vol minimal  $t_0 = z/C_\infty$ .  $\epsilon(f)$  représente la partie dispersive de la propagation. Le calcul de cette phase est également possible en considérant des signaux à temps discret pour une atténuation  $\alpha(f)$  quelconque [17, 15] :

$$\begin{aligned} \epsilon(f) &= \frac{1}{f_s} \mathcal{P} \int_{-\frac{f_s}{2}}^{\frac{f_s}{2}} \alpha(g) \cot\left(\frac{\pi}{f_s}(f-g)\right) dg \\ &= \frac{\alpha_0}{f_s} \mathcal{P} \int_{-\frac{f_s}{2}}^{\frac{f_s}{2}} |g|^\gamma \cot\left(\frac{\pi}{f_s}(f-g)\right) dg, \end{aligned} \quad (5)$$

où  $f_s$  est la fréquence d'échantillonnage et  $\mathcal{P}$  est la valeur principale de Cauchy de l'intégrale. Ce modèle est parfaitement applicable à un modèle d'atténuation non-linéaire [10]. La fonction de transfert de propagation est ainsi exprimée comme suit:

$$H_r(f, z) = b(z)e^{-\alpha_0|f|^\gamma z} e^{-j\frac{2\pi f}{C_\infty} z} e^{-j\epsilon(f)z}, \quad (6)$$

C'est l'expression que nous allons utiliser dans la suite du travail. Dans le domaine temporel, la réponse impulsionnelle de propagation  $h_r(t, z)$  calculée par TF inverse de  $H_r(f, z)$  est donnée par:

$$h_r(t, z) = b(z)\delta(t - z/C_\infty) * h_a(t, z), \quad (7)$$

où  $h_a(t, z)$  est la réponse impulsionnelle correspondant à  $e^{\alpha(f)z} e^{-j\epsilon(f)z}$ .

## 2.1 Comportement de la fonction propagation en fonction de $\alpha_0$ et $\gamma$

La fonction de transfert de propagation  $H_r(f, z)$  dépend de plusieurs paramètres à savoir  $\alpha_0$ ,  $\gamma$ ,  $C_\infty$ . Afin d'évaluer le comportement et l'influence de chaque paramètre sur la réponse impulsionnelle de propagation nous faisons varier certains paramètres en fixant d'autres. Dans la suite, la fréquence d'échantillonnage est fixée à  $f_s = 50MHz$ , le nombre de points utilisés pour le calcul de transformée Fourier est  $2^{14}$  et la largeur de la plaque est  $z = 20$  mm. Sur la figure (1) sont tracées les réponses impulsionnelles obtenues par transformée de Fourier inverse. Il est clair que les réponses sont causales. En faisant varier le facteur de puissance  $\gamma$  de 1 à 2 (cas non-linéaire) tout en fixant la valeur du coefficient d'atténuation  $\alpha_0 = 150Np.MHz^{-\gamma}.m^{-1}$  et  $C_\infty = 3500m/s$  on augmente l'amplitude de la réponse et le retard (voir figure 1.a). Lorsque  $\alpha_0$  augmente l'atténuation augmente et le retard aussi puisque la fonction dispersion  $\epsilon(f)$  est liée à  $\alpha_0$  d'après l'équation (5) (voir figure 1.b).

## 3 Adaptation du modèle d'atténuation et de dispersion aux milieux poreux

L'adaptation du modèle d'atténuation et de dispersion aux différents modes de propagation des ondes dans les milieux biphasiques représente un premier enjeu, associant modélisation théorique et validation expérimentale. A partir de l'onde qui entre dans la matériau et de celle qui en ressort, il s'agit de caractériser la propagation dans le domaine de Fourier, permettant de construire un modèle direct de type  $y = Hx$ . Dans le cas du milieu poreux, sous

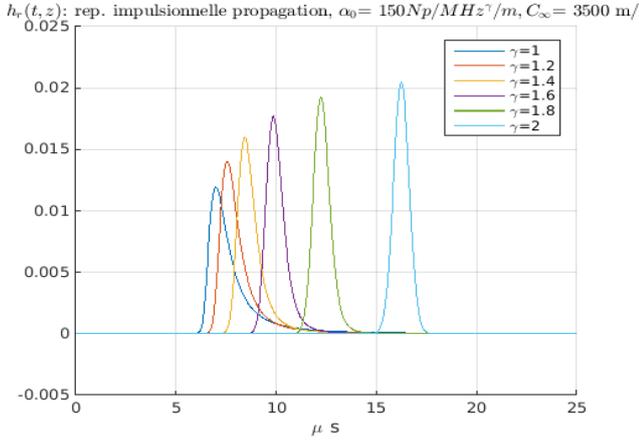
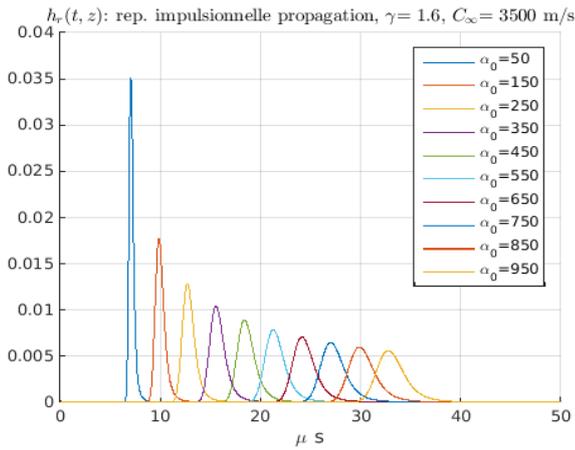
(a)  $C_\infty$  et  $\alpha_0$  sont fixes et  $\gamma$  varie(b)  $C_\infty$  et  $\gamma$  sont fixes et  $\alpha_0$  varie

Figure 1: Réponse impulsionnelle de propagation  $h_r(t, z)$  en fonction de  $C_\infty$ ,  $\alpha_0$  et  $\gamma$  pour une distance de propagation  $z = 20$  mm

la condition d'un angle d'incidence normal, deux types d'onde se propagent de manière différente.  $H$  est alors l'union de deux dictionnaires  $H = [H1H2]$ . Ainsi, un milieu biphase est modélisé par l'association de deux milieux homogènes ou chaque milieu est caractérisé par ses propres paramètres de propagation à savoir  $(\alpha_0, \gamma, C_\infty)$ . La réponse impulsionnelle de propagation dans le milieu est l'union des deux réponses impulsionnelles de propagation correspondant aux deux milieux homogènes et isotropes. Pour une plaque de céramique d'épaisseur  $z$  et un angle d'incidence normale, nous avons les réponses suivantes:

- $h_r^r(t, z)$  onde rapide caractérisée par:  $\alpha_0^r, \gamma^r, C_\infty^r$
- $h_r^l(t, z)$  onde lente caractérisée par:  $\alpha_0^l, \gamma^l, C_\infty^l$

Lorsque l'épaisseur est faible, à ces réponses s'ajoutent l'écho de l'onde rapide  $h_r^r(t, 3z)$  (mode de transmission) caractérisé par les mêmes paramètres:  $\alpha_0^r, \gamma^r, C_\infty^r$ . Le signal noté par  $y_T(t, z)$  transmis en mode transmission à travers le milieu poreux, comme la plaque de céramique, sera donné par:

$$\begin{aligned} y_T(t, z) &= h_i(t) * h_r(t, z) \\ &= h_i(t) * \{h_r^r(t, z) + h_r^r(t, 3z) + h_r^l(t, z)\} \end{aligned} \quad (8)$$

où  $h_i(t)$  est la réponse impulsionnelle instrumentale. La

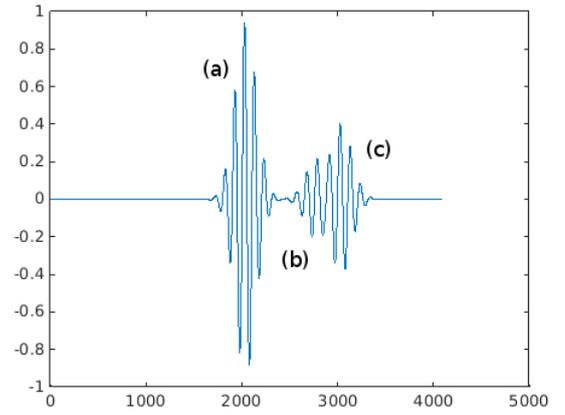


Figure 2: Signal ultrasonore transmis simulé composé de trois types d'onde mélangés

figure (2) donne une illustration du signal théorique transmis à travers une plaque de céramique poreuse dont les paramètres sont donnés comme suit:  $\alpha_0^r = 100, \gamma^r = 1.4, C_\infty = 3500$  et  $\alpha_0^l = 270, \gamma^l = 1.7, C_\infty = 1100$ . L'analyse des résultats permet d'identifier la présence d'une onde rapide (a), d'un écho de l'onde rapide (b) ainsi que la présence d'une onde lente (c), les trois ondes étant de forme différente. Cet exemple montre que l'identification des différentes ondes est possible si toutes les propriétés du milieu biphase sont connues (problème direct). Sinon, l'identification de ces ondes est difficile en particulier dans le cas de milieux biphases de faibles épaisseurs (recouvrement plus important des ondes) et/ou présentant des défauts, lesquels produisent des échos pouvant se mélanger fortement et parasitant le signal utile.

## 4 Simulations en mode transmission

Pour valider notre modèle, nous réalisons des simulations en mode transmission semblable au cas réel avec une plaque d'épaisseur  $z = 20$  mm, comme illustré sur la figure (3). La réponse instrumentale du transducteur est une gaussienne modulée dont la fréquence centrale est 500 KHz. La plaque considérée ici est plongée dans de l'eau en incidence normale. En utilisant l'expression de l'équation (6), le signal référence  $Y_R(f, z)$  dans le domaine de Fourier est donné par:

$$Y_R(f, z) = b'(D + z)H_i(f)e^{-(\alpha_w(f) + j\beta_w(f))(D+z)} \quad (9)$$

où on impose  $b'(D + z) = 1$ .  $\alpha_w(f)$  et  $\beta_w(f)$  sont respectivement les parties imaginaire et réelle du nombre d'onde dans l'eau,  $H_i(f)$  correspond à la fonction de transfert instrumentale. L'onde rapide  $y^r(t, z)$  transmise à travers le milieu biphase est donnée dans le domaine de Fourier par:

$$Y^r(f, z) = b(D + z)H_i(f)e^{-(\alpha_w(f) + j\beta_w(f))D}e^{-(\alpha(f) + j\beta(f))z} \quad (10)$$

Ainsi,  $Y^r(f, z)$  est relié au signal référence  $Y_R(f, z)$  par la relation

$$Y^r(f, z) = Y_R(f, z)b(D + z)e^{-[(\alpha(f) - \alpha_w(f)) + j(\beta(f) - \beta_w(f))]z} \quad (11)$$

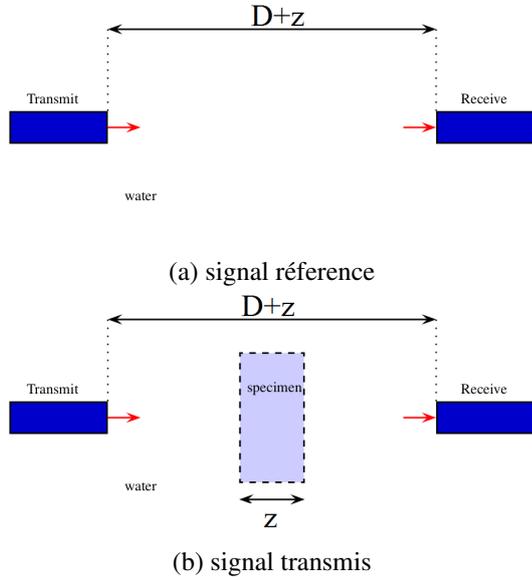


Figure 3: Schéma du dispositif d'une mesure en mode transmission

Généralement  $\alpha_w(f) \approx 0$ , et  $\beta_w(f) = \frac{2\pi f}{C_w}$  l'équation sera alors donnée par

$$Y^r(f, z) = Y_R(f, z)b(D+z)e^{-\{\alpha(f)+j\beta(f)-\frac{2\pi f}{C_w}\}z} \quad (12)$$

$$= Y_R(f, z)b(D+z)e^{-\alpha'_0|f|^\gamma z} e^{-j(\frac{2\pi f}{C_\infty} - \frac{2\pi f}{C_w})z} e^{-j\epsilon'(f)z}$$

La fonction  $b(D+z)$  est le produit des coefficients de transmission  $\beta_{12}$  du milieu 1 (eau) vers milieu 2 (milieu poreux) et du  $\beta_{21}$  du milieu poreux vers l'eau. Ainsi,  $b(D+z) = \beta_{12}\beta_{21} = \frac{4z_w z_p}{(z_w + z_p)^2}$  où  $z_w$  et  $z_p$  représentent les impédances acoustiques de l'eau et du milieu poreux respectivement. De la même façon, nous pouvons déterminer l'écho de l'onde rapide dans le domaine de Fourier:

$$Y^r(f, 3z) = Y_R(f, z)b(D+3z)e^{-\alpha'_0|f|^\gamma 3z} e^{-j(\frac{2\pi f}{C_\infty} - \frac{2\pi f}{C_w})3z} e^{-j\epsilon'(f)3z} \quad (13)$$

Le terme  $b(D+3z)$  est le produit des coefficients de transmission  $\beta_{12}\beta_{21}$  et des coefficients de réflexion  $\alpha_{21}$  entre le milieu poreux et le milieu eau, Ainsi,  $b(D+3z) = \beta_{12}\beta_{21}\alpha_{21}^2 = \frac{4z_w z_p (z_p - z_w)^2}{(z_w + z_p)^4}$ . Pour celui de l'onde lente, il est défini par:

$$Y^l(f, z) = Y_R(f, z)b(D+z)e^{-\alpha'_0|f|^\gamma z} e^{-j(\frac{2\pi f}{C_\infty} - \frac{2\pi f}{C_w})z} e^{-j\epsilon'(f)z} \quad (14)$$

Le signal total  $Y_T(f, z) = TF\{y_T(t, z)\}$  dans le domaine de Fourier est donné par

$$Y_T(f, z) = Y^r(f, z) + Y^r(f, 3z) + Y^l(f, z) \quad (15)$$

## 5 Estimation

Sur la base des simulations nous devons être capable d'estimer les modes de propagations et donc les paramètres du modèle d'atténuation et de dispersion pour l'onde rapide et l'onde lente. Pour arriver à le faire, nous considérons la minimisation d'un critère des moindres carrés entre les données à savoir les simulations et le modèle qui prend en

compte l'atténuation et la dispersion dans le domaine de Fourier:

$$(\hat{\theta}^r, \hat{\theta}^l) = \arg \max_{\theta^r, \theta^l} \| Y_{Data}(f) - Y_T(f, z) \|^2 \quad (16)$$

où  $\hat{\theta}^r = (\hat{\alpha}'_0, \hat{\gamma}^r, \hat{C}_\infty^r)$  et  $\hat{\theta}^l = (\hat{\alpha}'_0, \hat{\gamma}^l, \hat{C}_\infty^l)$ .

Dans la procédure d'estimation, l'épaisseur  $z$  du matériau biphasique est supposé connu. L'utilisation des méthodes locales d'optimisation non-linéaire pour des modèles paramétriques (méthode du gradient, de Newton, Gauss-Newton, Levenberg-Marquardt, etc) sont très sensibles aux paramètres d'initialisation et nous risquons d'avoir des minimaux locaux. Pour limiter ce problème, nous adoptons une méthode d'initialisation permettant de fournir des paramètres proches de la solution. En effet, la méthode consiste à estimer empiriquement les paramètres  $\theta^r$  en isolant l'onde rapide du reste du signal. Après, ces derniers sont utilisés comme initialisation pour le critère des moindres carrés non-linéaires. Les détails de la procédure sont donnés dans le paragraphe suivant.

### 5.1 Procédure d'initialisation

Le rapport des modules de  $Y^r(f, t)$  et  $Y_R(f, z)$  caractérise la fonction de transfert pour une distance égale à l'épaisseur de la plaque, dans la bande passante du transducteur. Ce calcul permet de s'affranchir du terme  $H_i(f)$  et de la propagation dans l'eau

$$\ln\left(\frac{|Y^r(f, z)|}{|Y_R(f, z)|}\right) = \ln|b(D+z)| - \alpha'_0|f|^\gamma z \quad (17)$$

Cette équation permet de déduire l'atténuation  $\alpha^r(f)$  à partir de la mesure des modules

$$\frac{-1}{z} \ln\left(\frac{|Y^r(f, z)|}{|Y_R(f, z)|}\right) = \frac{-1}{z} \ln|b(D+z)| + \alpha'_0|f|^\gamma \quad (18)$$

Le tracé de  $\frac{-1}{z} \ln\left(\frac{|Y^r(f, z)|}{|Y_R(f, z)|}\right)$  sur la figure (4.a) permet d'identifier  $\alpha(f)$  dans la bande de fréquences du transducteur. Cette fonction dépend non linéairement de la fréquence. Une régression non-linéaire également représentée sur la figure (4) permet d'estimer le coefficient d'atténuation  $\hat{\alpha}'_0$  et le facteur de puissance  $\hat{\gamma}^r$ .

A partir des équations (9) et (12), nous pouvons écrire la différence de phase entre les deux spectres

$$\arg Y_R(f) - \arg Y^r(f, z) = (-\beta_w(f) + \beta(f))z \quad (19)$$

ce qui permet d'écrire la vitesse de phase mesurée  $c_{mes}(f)$

$$\beta(f) = \frac{\arg Y_R(f) - \arg Y^r(f, z)}{z} + \beta_w(f) \quad (20)$$

$$c_{mes}(f) = \frac{2\pi f}{\beta(f)} \quad (21)$$

Dans le cas du modèle dispersif, à partir de l'équation (5), la vitesse  $C_\infty$  se calcule par

$$\frac{1}{C_\infty} = \frac{1}{c_{mes}(f)} - \frac{\epsilon(f)}{2\pi f} \quad (22)$$

où  $\epsilon(f)$  est calculé à partir de  $\alpha_0$  grâce à l'équation (5). On peut donc estimer  $\hat{c}_\infty(f)$  en calculant la moyenne

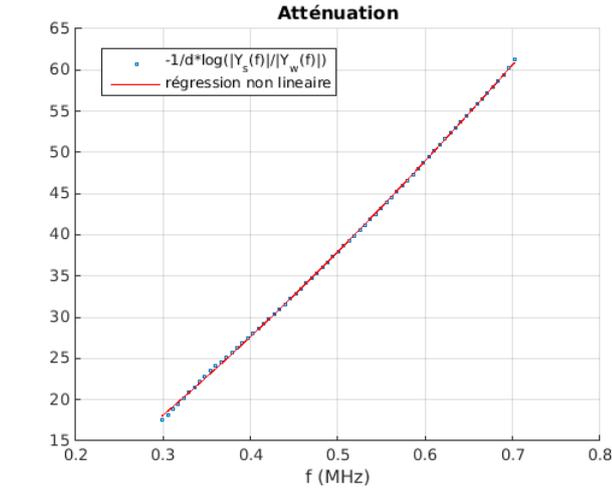
$$\frac{1}{\hat{c}_\infty} = \left\langle \frac{1}{c_{mes}(f)} - \frac{\epsilon(f)}{2\pi f} \right\rangle \quad (23)$$

Pour une simulation de paramètres donnés comme suit : ( $\alpha_0^r = 100, \gamma^r = 1.4, C_\infty^r = 3500$ ) et ( $\alpha_0^l = 300, \gamma^l = 1.2, C_\infty^l = 900$ ) une première estimation aboutit aux valeurs estimées suivantes:  $\hat{\alpha}_0^r = 101.0454, \hat{\gamma}^r = 1.329$  et  $\hat{c}_\infty^r = 3371.2$  m/s. Ces estimations sont utilisées comme initialisation pour le critère suivant:

$$\hat{\theta}^r = \arg \max_{\theta^r} \| Y_{Data,r}(f) - Y^r(f, z) \|^2 \quad (24)$$

où  $Y_{Data,r}$  correspond à l'onde rapide isolée. L'optimisation du critère fournit une estimation des paramètres plus fine:  $\hat{\alpha}_0^r = 100.09, \hat{\gamma}^r = 1.401$  et  $\hat{c}_\infty^r = 3503$  m/s.

Les paramètres  $\theta^r$  permet de calculer l'écho de l'onde rapide



(a) atténuation

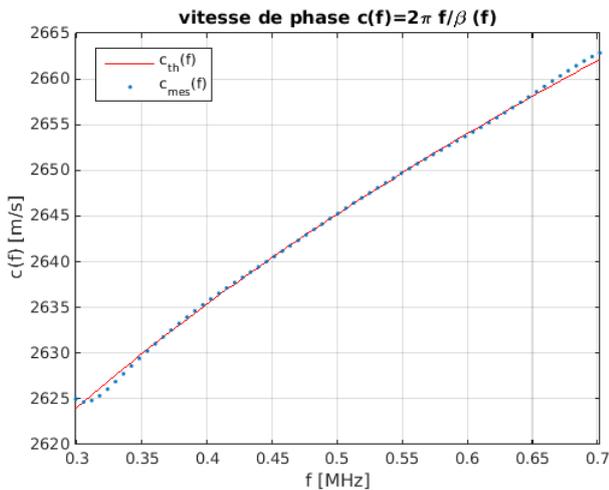
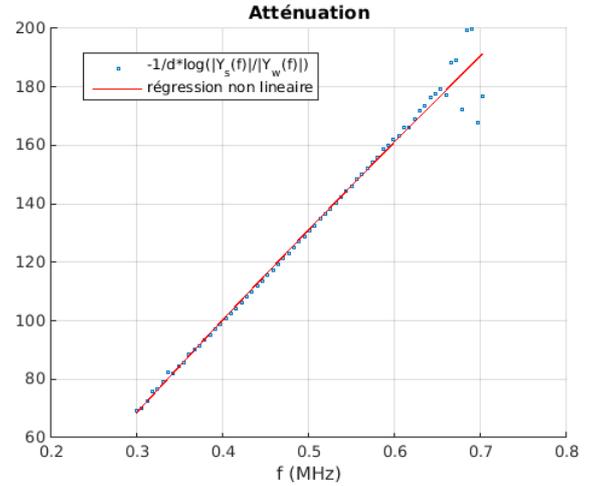
(b) Vitesse de phase  $c(f)$ 

Figure 4: Atténuation fréquentielle et vitesse de phase, mesurées et modèles (a) : Atténuation, (b) : vitesse de phase.

$Y^r(f, 3Z)$ . Pour estimer les paramètres de l'onde lente  $\theta^l$ , nous procédons de la même manière que l'onde rapide par une estimation empirique en isolant l'onde lente du signal total. La figure (5.a) montre la courbe d'atténuation utilisée pour le calcul de  $\hat{\alpha}_0^l$  et  $\hat{\gamma}^l$ . La courbe (5.b) est utilisée pour calculer la célérité  $C_\infty^l$ . Une première estimation aboutit aux valeurs estimées suivantes:  $\hat{\alpha}_0^l = 318.421, \hat{\gamma}^l = 0.874$  et  $\hat{C}_\infty^l = 844.9$  m/s. Ces valeurs seront par la suite utilisés comme initialisation pour le critère suivant:

$$\hat{\theta}^l = \arg \max_{\theta^l} \| Y_{Data,l}(f) - Y^l(f, z) \|^2 \quad (25)$$

où  $Y_{Data,l}$  correspond à l'onde rapide isolée déterminé par  $Y_{Data,l} = Y_{Data} - Y^r(f, z) - Y^r(f, 3z)$ . L'application du critère aboutit aux valeurs estimées suivants:  $\alpha_0^l = 298.59, \gamma^l = 1.19$  et  $C_\infty^l = 897.61$  m/s



(a) atténuation

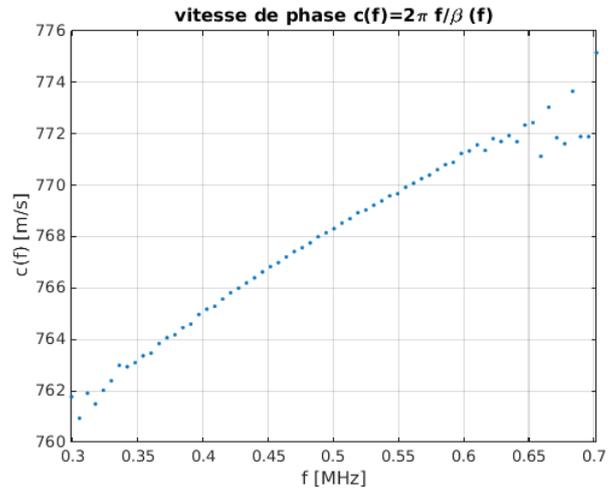
(b) Vitesse de phase  $c(f)$ 

Figure 5: Atténuation fréquentielle et vitesse de phase, mesurées et modèles (a) : Atténuation, (b) : vitesse de phase.

## 6 Conclusion

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à modéliser la propagation dans les milieux poreux par l'association de plusieurs milieux homogènes et isotropes. Des modèles d'atténuation et de dispersion sont utilisés pour former le modèle de propagation dans ces milieux. Ainsi, la propagation totale dans le milieu biphasique est la somme de ces propagations. Des simulations ont été réalisées pour différents paramètres liés à l'atténuation et à la dispersion. Le critère des moindres carrés non-linéaire est utilisé pour estimer les paramètres utilisés dans les simulations. Ceci montre que l'identification des différentes ondes est possible. Une validation sur des signaux réels reste à réaliser pour démontrer la fiabilité de notre approche vis à vis de la propagation dans les milieux poreux.

## References

- [1] M. A. Biot. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media. *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 34, no 9A, pp.1254–1264, 1962.
- [2] E. Carcreff, S. Bourguignon, J. Idier et L. Simon. A linear model approach for ultrasonic inverse problems with attenuation and dispersion. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 61, no 7, pp.1191–1203, 2014.
- [3] Fink, M. et Cardoso, J.-F. (1984). Diffraction effects in pulse-echo measurement. *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, 31(4):313–329.
- [4] Krautkramer, J. et Krautkramer, H. (1990). *Ultrasonic Testing of materials*. Springer-Verlag, Berlin.
- [5] Sachse, W. et Pao, Y.-H. (1978). On the determination of phase and group velocities of dispersive waves in solids. *Journal of Applied Physics*, 49(8):4320–4327.
- [6] Ophir, J. et Jaeger, P. (1982). Spectral shifts of ultrasonic propagation through media with nonlinear dispersive attenuation. *Ultrasonic Imaging*, 4:282–289.
- [7] Narayana, P. A. et Ophir, J. (1983). A closed form method for the measurement of attenuation in nonlinearly dispersive media. *Ultrasonic Imaging*, 5:117–21.
- [8] Szabo, T. L. (1995). Causal theories and data for acoustic attenuation obeying a frequency power law. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97:14–24.
- [9] Harris, G. R., Herman, B. A., Smith, S. W. et Bodine, W. J. (1983). Through transmission technique for ultrasonic attenuation measurement using broadband, plane wave pulses. In *Ultrasonics Symposium*, pages 778–781.
- [10] He, P. (1999). Experimental verification of models for determining dispersion from attenuation. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 46(3):706–714.
- [11] Pinkerton, J. M. M. (1949). The absorption of ultrasonic waves in liquids and its relation to molecular constitution. *Proceedings of the Physical Society. Section B*, 62(2):129.
- [12] Kuc, R., Schwartz, M. et Micsky, L. V. (1976). Parametric estimation of the acoustic attenuation coefficient slope for soft tissue. In *Ultrasonics Symposium*, pages 44–47.
- [13] Kak, A. C. et Dines, K. A. (1978). Signal processing of broadband pulsed ultrasound : Measurement of attenuation of soft biological tissues. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 25(4):321–344.
- [14] Kuc, R. (1983). Generating a minimum-phase digital filter model for the acoustic attenuation of soft tissue. In *Ultrasonics Symposium*, pages 794–796.
- [15] Kuc, R. (1984). Modeling acoustic attenuation of soft tissue with a minimum-phase filter. *Ultrasonic Imaging*, 6(1):24–36.
- [16] Rokhlin, S. I., Lewis, D. K., Graff, K. F. et Adler, L. (1986). Real-time study of frequency dependence of attenuation and velocity of ultrasonic waves during the curing reaction of epoxy resin. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 79(6):1786–1793
- [17] Oppenheim, A. et Scafer, R. (1989). *Discrete-time signal processing*. Prentice-Hall signal processing series. Prentice Hall.
- [18] Kelly, J. F., M C Gough, R. J. et Meerschaert, M. M. (2008). Analytical time-domain Green's functions for power-law media. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 124(5):2861–2872.
- [19] Wang, Y. (2009). *Seismic Inverse Q-filtering*. ISTE Ltd and John Wiley et Sons Inc, London, U.K.