

CFA/VISHNO 2016

Le retournement temporel en milieu réverbérant pour localiser une source supersoniqueG. Mahenc^a, E. Bavu^b, P. Hamery^c, S. Hengy^c et M. Melon^d^aCnam de Paris/Institut Saint-Louis, Cnam-2D6P21, 2 rue Conté, 75003 Paris, France^bLMSSC, CNAM, 2 rue Conté, 75003 Paris, France^cInstitut franco-allemand de recherches de Saint-Louis, 5 rue du Général Cassagnou - BP 70034, 68300 Saint-Louis, France^dLAUM - Université du Maine, Avenue Olivier Messiaen, 72085 Le Mans Cedex 9, France

guillaume_mahenc@hotmail.fr



LE MANS

Localiser l'axe du cône de Mach causé par le déplacement supersonique d'un objet balistique dans un environnement urbain réverbérant représente un défi scientifique et technique considérable, notamment en raison des réflexions multiples sur les murs. Le retournement temporel rend possible la localisation de sources en milieu réverbérant mais n'a pas encore été testé lorsque les sources sont en mouvement supersonique. Le présent article expose la première approche d'un tel problème dans le cadre d'un modèle géométrique simple, reproduisant un espace réverbérant constitué de deux murs et d'un sol d'impédance infinie. Le principe de Huyghens permet de synthétiser un cône de Mach par superposition de fronts d'ondes monopolaires. Dans le cadre de cette étude, le principe est utilisé pour des simulations numériques et pour une validation expérimentale en laboratoire, où une ligne de haut-parleurs émet le cône de Mach artificiel. Une méthode faisant appel aux fonctions de Green des sources images modélise la réverbération pour la propagation directe et la rétro-propagation par renversement du temps, grâce à un réseau de microphones déployé sur le sol. Un calcul numérique rétro-propage ensuite les données mesurées jusque dans des tranches verticales intersectant l'axe du cône de Mach. La maximisation d'un critère statistique d'ordre 4, qui supprime les forts niveaux dus aux microphones, détermine le point d'intersection en question. Une méthode de tri permet de garder les meilleures estimations servant à l'interpolation géométrique de l'axe. La méthode proposée présente une précision angulaire de 1° et une distance entre les axes de 1 cm, à la fois sur les simulations et les mesures expérimentales.

1 Introduction

Dans cet article, on s'intéresse à l'estimation de la direction de l'axe du cône de Mach formé par une source acoustique en déplacement supersonique rectiligne uniforme dans un environnement réverbérant constitué de deux murs semi-infinis et d'un sol parfaitement réfléchissants. L'objectif poursuivi est la localisation de snipers en milieu urbain à partir de mesures acoustiques de l'onde de Mach générée par le projectile supersonique, à l'aide de microphones disposés sur le sol, connaissant la géométrie des lieux et la position des microphones grâce par exemple à des mesures GPS.

Le travail présenté dans cet article s'organise en trois étapes :

1. **Propagation directe** — Cette étape consiste à simuler la propagation du cône de Mach depuis la ligne source jusqu'à l'antenne de microphones. La réverbération est simulée par une méthode de source-images. Le nombre de réflexions intervient comme un compromis entre le temps de calcul et le réalisme physique. La propagation directe est également effectuée expérimentalement.
2. **Retournement temporel** — Les microphones sont virtuellement remplacés par des haut-parleurs émettant leur signal de mesure respectif renversé dans le temps. La propagation se fait en environnement simulé numériquement, depuis l'antenne de microphones jusqu'à un ensemble de capteurs virtuels disposés selon une grille verticale orthogonale à la direction de la rue (c'est-à-dire à y fixé) :

$$\mathbb{M}_y = \{(n_x d, y, n_z d)\}_{1 \leq n_x \leq N_x, 1 \leq n_z \leq N_z} \quad (1)$$

En chacun des points d'une tranche verticale $\mathbf{r} \in \mathbb{M}_y$ on calcule un signal de pression rétro-propagée $p_{RT}(\mathbf{r}, t)$.

3. **Localisation de l'axe** — Le problème inverse peut être résolu en calculant des signaux de pression rétro-propagée dans différentes tranches verticales. Ces signaux de pression permettent de construire un critère qui marquera par son maximum dans chaque tranche verticale \mathbb{M}_y le passage de la source. La localisation de l'axe se fait ensuite par interpolation géométrique des différents maxima.

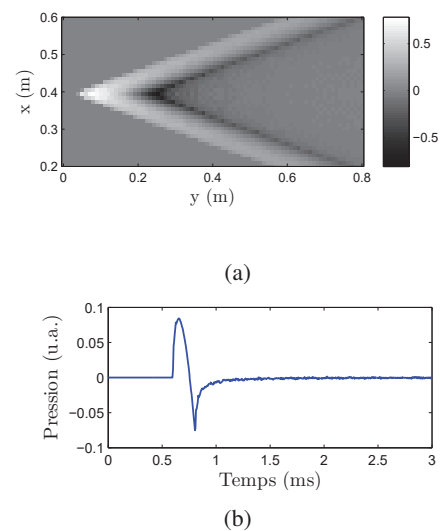


FIGURE 1 – Synthèse par simulation numérique d'un cône de Mach en champ libre. (a) : visualisation 2D du front d'onde conique dans le plan ($z = 10$ cm). (b) : dépendance temporelle de l'onde. La ligne de source est située selon $x = 0.4$ m et $z = 0$ m constants. Elle est constituée de 801 haut-parleurs espacés régulièrement de 0.5 cm le long de l'axe.

2 Modélisation

2.1 Synthèse de cône de Mach en champ libre

Dans un précédent article, les auteurs ont présenté une ligne de haut-parleurs expérimentale permettant de synthétiser un cône de Mach en laboratoire [1]. La géométrie conique de l'onde est reproduite par filtrage inverse, en envoyant des signaux en N régulièrement espacés par un intervalle de temps constant. Les haut-parleurs étant assimilés à des sources monopolaires ponctuelles, la création du front d'onde repose sur le principe de superposition de Huyghens. Une illustration d'un tel procédé est donnée en figure (1) où les résultats présentés sont obtenus par simulations numériques. Il est clair que la géométrie n'est reproduite que dans une région délimitée par la ligne de haut-parleurs. Bien que la ligne puisse être arbitrairement

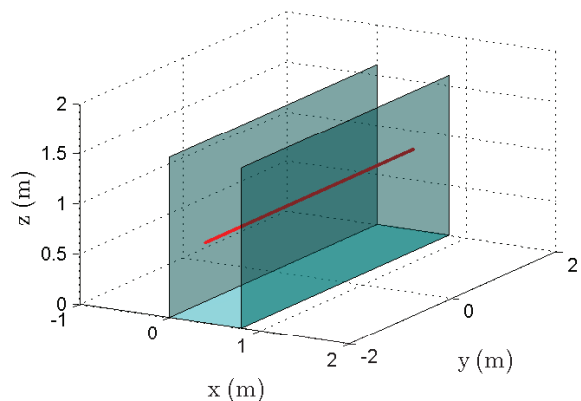


FIGURE 2 – Vue tridimensionnelle de l’environnement numérique montrant les murs et le sol (en bleu) ainsi que la ligne de sources (en rouge)

longue dans les simulations numériques, cela représente une contrainte expérimentale non négligeable.

Dans le présent article, la distance entre les haut-parleurs est fixée à $\Delta x = 0.5$ cm. Pour un cône de Mach se propageant à une vitesse de $\|\mathbf{v}\| = 1029$ m·s⁻¹, l’intervalle de temps entre deux émissions doit être $\Delta t = \Delta x / \|\mathbf{v}\| \approx 4.9$ μ s. Dans le cas des expériences de laboratoire, $\Delta x = 4.36$ cm $\Rightarrow \Delta t \approx 42.3$ μ s.

On définit ainsi la position des haut-parleurs :

$$\mathbf{x}_j = \mathbf{x}_0 + j\mathbf{v}\Delta t, \quad j = 1, \dots, N_{sources}, \quad (2)$$

où $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ est le vecteur vitesse (supposé constant) de déplacement de la source simulée.

Chaque haut-parleur émet un signal en N $s(t)$ d’une durée T étant choisie comme la durée théorique de l’onde en N à 1 m de l’axe d’un calibre donné, par exemple : $T = 210$ μ s. La propagation se fait selon l’équation de D’Alembert en champ libre

$$\square p(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^{N_{sources}} \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{x}_j) s(t + j\Delta t). \quad (3)$$

2.2 Modèle d’environnement réverbérant

On se place dans un référentiel cartésien orthonormé ($\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$). Les murs sont définis par les plans ($x = 0$) et ($x = a$), le sol par le plan ($z = 0$) (voir la figure (2)). Ces interfaces sont considérées parfaitement réfléchissantes, de telle sorte que la réflexion sur leur surface est modélisée par une méthode de source image [2]. Mathématiquement, la séquence des sources images d’un point quelconque de l’espace $\mathbf{r} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ s’obtient par l’application de l’opérateur

$$\mathcal{R}_{n,b,c}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} 2na + (-1)^b x \\ y \\ (-1)^c z \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$(n, b, c) \in \mathbb{Z} \times \{0, 1\}^2.$$

Selon x , le nombre de sources images est formellement illimité. Dans les simulations, on le limite à un ordre N_{refl}

correspondant à un enregistrement d’une durée finie t_f . Ainsi, pour une source située en \mathbf{r}_0 émettant le signal source $s(t)$, le champ de pression à l’intérieur de la rue vérifie l’équation de D’Alembert que voici :

$$\square p(\mathbf{r}, t) = \sum_{\substack{|n| \leq N_{refl} \\ b, c \in \{0, 1\}^2}} \delta^3(\mathbf{r} - \mathcal{R}_{n,b,c}(\mathbf{r}_0)) s(t). \quad (5)$$

En combinant les équations (3) et (5), on montre que le modèle d’onde de Mach étudié ici vérifie alors

$$\square p(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^{N_{sources}} \sum_{\substack{|n| \leq N_{refl} \\ b, c \in \{0, 1\}^2}} \delta^3(\mathbf{r} - \mathcal{R}_{n,b,c}(\mathbf{x}_j)) s(t + j\Delta t). \quad (6)$$

Cette équation peut être résolue en utilisant le formalisme des fonctions de Green en domaine temporel : le champ résultant en un point \mathbf{r} est la somme de chacun des $N_{sources}$ signaux sources décalés en temps et atténués d’un facteur dépendant de leur distance au point d’observation. Le problème inverse étudié dans le présent article consiste à trouver un couple $\{\tilde{\mathbf{x}}_0, \tilde{\mathbf{v}}\}$, caractérisant la position des sources de manière similaire à l’équation (2), c’est-à-dire tel que $\forall j \in \{1, \dots, N_{sources}\}, \exists \tau \in \mathbb{R}, \mathbf{x}_j = \tilde{\mathbf{x}}_0 + \tilde{\mathbf{v}}\tau$, à partir d’un ensemble de mesures du champ de pression (6) en différents points de l’espace — c’est-à-dire, d’un point de vue de l’acoustique expérimentale, à l’aide d’un réseau de microphones.

2.3 Retournement temporel entre deux murs

Le principe physique du retournement temporel assure que les signaux de pression mesurés après s’être propagés en vérifiant l’équation (6) peuvent être réémis depuis leurs positions respectives de mesure retournés dans le temps afin qu’ils se rétro-propagent de manière pseudo-anticausale jusqu’à focaliser au niveau des sources [3, 4]. La justification d’une telle proposition vient du fait que l’équation (6) est une équation de propagation linéaire dans laquelle le temps n’intervient, en terme d’opérateurs différentiels, que sous la forme d’une dérivée seconde sous-entendue dans l’opérateur d’alembertien \square . Cette équation possède donc la propriété fondamentale d’invariance par retournement temporel qui prédit une focalisation physique (c’est-à-dire mesurable par des appareils métrologiques) de la solution renversée dans le temps. Dans le cas de la localisation de sources, cette focalisation ne nécessite pas d’être opérée physiquement. Nous proposons de montrer qu’une simulation numérique dans un environnement virtuel mis en correspondance biunivoque avec la réalité, reproduisant sommairement ses principales caractéristiques géométriques et acoustiques, permet de localiser l’axe de la source supersonique.

Le retournement temporel assure une exactitude de la rétro-propagation anticausale dans le cas non physique d’un continuum de sources formant une surface fermée autour de la zone d’étude, en vertu du théorème de Kirchhoff-Helmholtz [3]. Dans une implémentation pratique, à la fois virtuelle et expérimentale, cette surface continue et fermée est remplacée par un réseau planaire de microphones. La présence de réverbération augmente artificiellement le nombre de microphones [5].

L’inconnue du problème, le terme de source de l’équation (6), est remplacée dans la version renversée temporellement

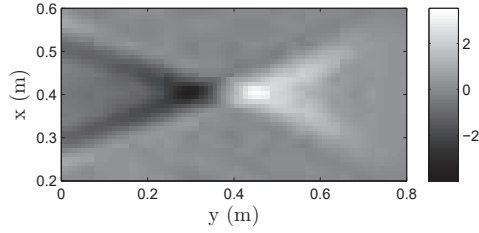


FIGURE 3 – Focalisation par retournement temporel du cône de Mach dans le plan ($z = 0$). Un ensemble de 128 microphones, régulièrement espacés de 10 cm, est disposé dans le plan ($z = 10$ cm).

par les signaux de mesure à leur positions respectives, qui se comportent alors, mathématiquement et physiquement, comme un ensemble de conditions aux limites.

Etant donné l'ensemble des positions des microphones $\{\mathbf{r}_m\}_{m=1}^{N_{mic}}$, en définissant $p_m(t) = p(\mathbf{r}_m, t)$ l'ensemble correspondant aux solutions de l'équation (6), le champ de pression rétro-propagé p_{TR} obéit à l'équation de propagation

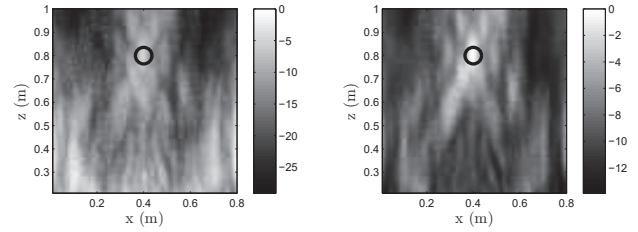
$$\square p_{TR}(\mathbf{r}, t) = \sum_{m=1}^{N_{mic}} \sum_{\substack{|n| \leq N_{refl} \\ b, c \in \{0, 1\}^2}} \delta(\mathbf{r} - \mathcal{R}_{n, b, c}(\mathbf{r}_m)) p_m(t_f - t). \quad (7)$$

La focalisation par retournement temporel du cône de Mach sur la ligne de sources conduit à la formation d'une tâche focale composée d'un pic négatif et d'un pic positif, comme le montre la figure (3). Cette figure obtenue par simulation numérique montre également que le cône strictement anticausal (pour $y > 0.4$ m) est accompagné d'un cône causal qui, en l'absence d'absorbeur au niveau des sources, est une conséquence du principe de conservation de l'énergie [6, 7, 8].

3 Localisation de l'axe du cône de Mach

3.1 Discrimination entre source et microphone

Bien que la focalisation du cône de Mach au niveau des sources conduise à la formation d'un pic de pression, sa détection est corrompue par la présence des microphones dans la zone de rétro-propagation. En cherchant à détecter un maximum de pression quadratique, on détecte en fait la divergence en $1/r^2$ au niveau des microphones. Cet inconvénient impose l'utilisation d'un critère qui ne soit pas sensible à la divergence des microphones. La recherche de critères statistiques a mené à la conclusion, pour l'instant partielle, que les critères d'ordre pair (2 et 4) normalisés par la moyenne quadratique permettaient de s'affranchir de la divergence. Le moment d'ordre 4, aussi appelé variance temporelle normalisée de l'énergie [9] ou encore kurtosis [10], a montré une meilleure robustesse que la moyenne quadratique normalisée. Cette statistique a donc été choisie comme critère de localisation dans les tranches verticales. Ce critère est défini par :



(a) Pression quadratique (dB) (b) Kurtosis (dB)

FIGURE 4 – Comparaison entre (a) le maximum de pression quadratique et (b) le kurtosis dans une tranche verticale. La position de l'axe est donnée par le cercle noir. Lors de cette simulation numérique, 32 microphones étaient régulièrement disposés au niveau du sol.

$$K(\mathbf{r}) = \frac{M_2(\mathbf{r}) - M_1^2(\mathbf{r})}{M_1^2(\mathbf{r})}, \quad (8)$$

avec $M_n(\mathbf{r}) = \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} p_{RT}^{2n}(\mathbf{r}, t) dt.$

La raison mathématique (ou simplement statistique) pour laquelle le kurtosis ne prend pas de valeurs élevées au niveau des microphones n'est pas encore totalement mise à jour. Cependant, l'hypothèse selon laquelle la présence des microphones voisins tendrait à ajouter une diversité temporelle de fort niveau dans les signaux de mesure rétro-propagée au voisinage d'un microphone donné, réduisant ainsi le kurtosis par rapport à celui du pic de focalisation, apporte les éléments intuitifs d'une idée de preuve.

La figure (4) montre comment, dans une tranche verticale, le kurtosis parvient à faire abstraction des forts niveaux de pression au niveau du sol et à détecter la position de l'axe du cône de Mach.

3.2 Définitions des erreurs d'estimation

Comme on vient de le voir, dans chaque tranche verticale \mathbb{M}_y le kurtosis présente un maximum au niveau du passage de la source. On peut, en utilisant les définitions (1) et (8), définir

$$\tilde{\mathbf{x}}_y = \arg \max_{\mathbf{r} \in \mathbb{M}_y} K(\mathbf{r}), \quad (9)$$

comme l'estimation de l'intersection entre l'axe du cône de Mach et la tranche verticale \mathbb{M}_y . La grandeur

$$e(y) = \min_{\tau \in \mathbb{R}} \|\tilde{\mathbf{x}}_y - (\mathbf{x}_0 + \mathbf{v}\tau)\| \quad (10)$$

définit alors l'erreur d'estimation du passage de la source dans la tranche verticale \mathbb{M}_y . Si l'on estime le passage de la source pour plusieurs valeurs de y , il est possible d'estimer la position de l'axe par une interpolation au sens des moindres carrés. On obtient alors l'équation de l'axe estimé $\{\tilde{\mathbf{x}}_0 + \tilde{\mathbf{v}}\tau \in \mathbb{R}^3 | \tau \in \mathbb{R}\}$, à comparer à celle de l'axe $\{\mathbf{x}_0 + \mathbf{v}\tau \in \mathbb{R}^3 | \tau \in \mathbb{R}\}$. L'erreur d'estimation de l'axe peut être quantifiée au moyen des deux grandeurs géométriques :

- θ , l'angle entre \mathbf{v} et $\tilde{\mathbf{v}}$,
- δ , la distance entre \mathbf{v} et $\tilde{\mathbf{v}}$.

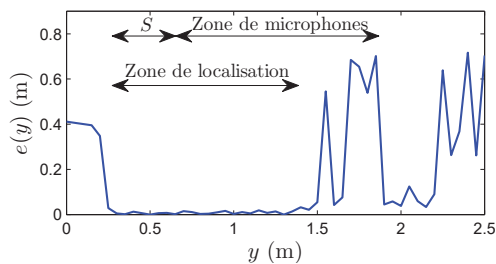
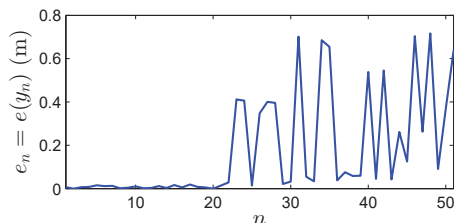
(a) Valeurs classées selon y (b) Valeurs classées selon n , c'est-à-dire pour des valeurs décroissantes du kurtosis maximal

FIGURE 5 – Variation de l'erreur d'estimation dans 51 tranches verticales

3.3 Amélioration de la robustesse

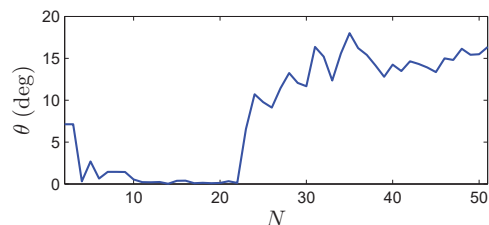
Dans cette section, on estime le passage dans 51 tranches verticales pour $0 \leq y \leq 2.5$ m. Les simulations numériques ont été effectuées pour la configuration suivante : 44 microphones sont disposés en un quadrillage au sol de 15 cm de côté, dans la zone $67.5 \text{ cm} \leq y \leq 187.5$ cm. La source est constituée de 806 sources espacées de $\Delta x = 0.5$ cm. Le nombre de réflexions est fixé à $N_{refl} = 5$. La ligne de source est définie $x = 50$ cm, avec une inclinaison de $\xi = 7^\circ = 0.12$ rad par rapport au plan que forment les microphones. La hauteur z varie entre 25 cm et 75 cm. La fréquence d'échantillonnage est fixée à $F_s = 96$ kHz.

La figure (5a) montre l'erreur d'estimation $e(y)$ définie par l'équation (10). Les erreurs d'estimation sont réparties par rapport à la zone de microphones avec un décalage S , que l'on peut interpréter géométriquement comme une conséquence de la conicité du front d'onde retourné temporellement. On se demande alors si l'on pourrait trouver une méthode qui, sur des estimations dans plusieurs tranches verticales, parvienne à tenir majoritairement compte des meilleures, et laisse de côté les moins bonnes. Nous en proposons une qui tente de tenir compte de la variation de kurtosis selon y .

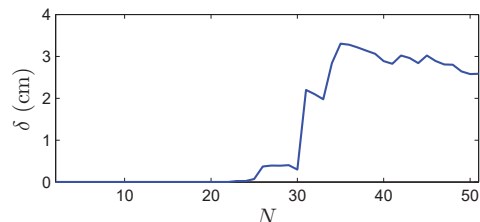
Comme le montre la relation (9), l'estimation du passage de l'axe dans une tranche verticale nécessite de calculer le maximum du kurtosis dans la tranche verticale. Si l'on considère la suite des valeurs de maxima $\{\max_{\mathbf{r} \in \mathbb{M}_y} K(\mathbf{r})\}_y$, on peut la réorganiser au moyen d'un changement d'indice de telle sorte que les valeurs élevées soient au début et les valeurs faibles à la fin. En d'autres mots, cela est équivalent à définir la suite de coordonnées de tranches verticales $\{y_n\}$ telle que décroisse la suite du kurtosis maximal

$$k_n = \left\{ \max_{\mathbf{r} \in \mathbb{M}_{y_n}} K(\mathbf{r}) \right\}_n.$$

L'hypothèse sous-jacente à une telle technique est la suivante : étant donné qu'une valeur élevée de kurtosis correspond à une faible erreur d'estimation, la suite $e(y)$,



(a) Erreur angulaire



(b) Distance entre les axes

FIGURE 6 – Erreur d'estimation axiale en fonction du nombre de tranches verticales triées impliquées dans l'interpolation

une fois réorganisée au moyen du changement d'indice $e_n = e(y_n)$, sera globalement croissante. La figure (5b) montre le comportement de la suite $e_n = e(y_n)$ dans le cas de l'exemple présenté en figure (5a). Même si la suite e_n n'est pas strictement croissante, les premières valeurs correspondent toutes à de faibles erreurs d'estimation. On peut alors inférer l'existence d'un entier N tel que les N plus grandes valeurs du kurtosis maximal k_n donnent toutes lieu à des estimations correctes du passage de l'axe. Au moyen d'une interpolation géométrique des N points correspondants, on peut obtenir l'équation de l'axe avec une faible erreur d'estimation.

Déterminer N n'est pas trivial, car une petite valeur de N augmente la probabilité de n'avoir que de bonnes estimations, mais l'interpolation ne sera pas précise si par malchance les tranches verticales sélectionnées sont trop proches les unes des autres. En revanche, une plus grande valeur de N augmente la probabilité d'avoir les meilleures estimations suffisamment espacées pour que l'interpolation soit correcte, mais augmente également la probabilité d'effectuer l'interpolation avec des estimations incorrectes. Il existe ainsi une ou plusieurs valeurs de N constituant un compromis optimal (au sens large du terme) entre les deux situations imparfaites exposées ci-dessus. On n'a cependant pas accès à la connaissance directe de ces valeurs à moins de mettre en place un modèle mathématique complexe, chose que nous ne développons pas ici, nous contentant, en guise de première approche, d'observations empiriques sur des simulations numériques. À titre d'exemple, la figure (5b) autorise à prendre une valeur de $N = 20$.

La figure (6) montre les erreurs d'estimation axiale θ et δ tracées en fonction de N . Pour des valeurs de N autour de $N = 20$ et inférieures, l'estimation est très satisfaisante ($\theta \leq 5^\circ$, $\delta \leq 0,1$ cm). Au-delà, des erreurs entrent en compte et l'erreur augmente avec N .

3.4 Résultats expérimentaux

La mise en pratique de la méthode de détection d'axe nécessite d'une part d'effectuer des mesures physiques

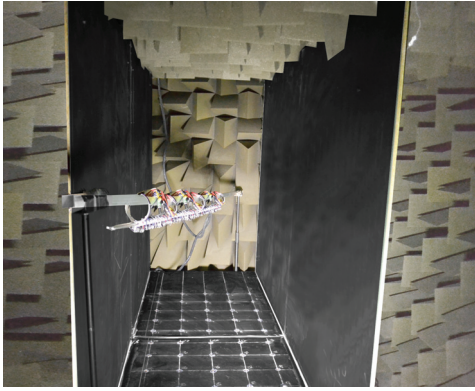


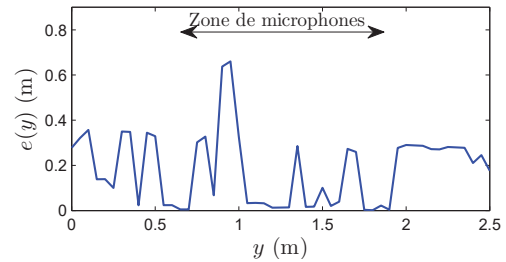
FIGURE 7 – Photo de l’environnement réverbérant expérimental avec la ligne de haut-parleurs et le quadrillage de microphones dans le sol.

de l’onde de Mach en milieu réverbérant et d’autre part de construire un environnement virtuel reproduisant la géométrie de la rue et de l’antenne de microphones pour résoudre numériquement le problème inverse. Dans le présent article, la localisation d’axe est effectuée à l’aide de la ligne de haut-parleurs présentée dans un article précédent des auteurs [1], cette ligne étant insérée dans le milieu réverbérant présenté en figure (7), reproduisant celui décrit en section (2.2). La distance entre les haut-parleurs est de $\Delta x = 4.36$ cm. La ligne de sources consiste en 33 haut-parleurs Audax TW01011 pour un total de 1.50 m de longueur. Les murs sont constitués de deux tableaux de classe de $2.40 \text{ m} \times 2 \text{ m}$. Le sol est une table de ping-pong de $80 \text{ cm} \times 2.40 \text{ m}$ avec 44 trous percés pour accueillir 44 microphones régulièrement espacés de 15 cm à la hauteur $z = 0$. Tous les signaux audio émis par les haut-parleurs sont générés par trois cartes son Echo Audiofire 12, et échantillonnés à une fréquence de 96 kHz. Les 44 microphones dans le sol sont des capsules à électret $1/4''$ KE4 Sennheiser soigneusement calibrées en phase et en amplitude. Les signaux temporels sont enregistrés par l’intermédiaire d’un système d’acquisition National Instruments PXI. Le retournement temporel est calculé à une fréquence d’échantillonnage de $F_s = 96$ kHz en prenant en compte $N_{refl} = 5$ réflexions sur chaque mur.

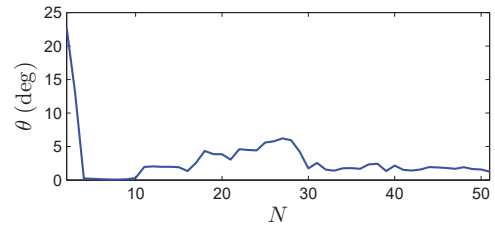
Les résultats expérimentaux ne sont pas aussi bons que dans le cas entièrement virtuel, cependant l’estimation est possible avec une bonne précision, comme on peut le voir sur les différentes courbes d’erreur de la figure (8). On notera que la ligne de haut-parleurs expérimentale est moins précise (distance entre les haut-parleurs plus grande) et plus courte (1,5 m contre 8 m) que dans le cas virtuel. Sur la figure (8a) on peut constater que la variation de $e(y)$ est très chaotique et moins prévisible que lors des simulations. Cela justifie mieux encore l’emploi de la méthode de tri améliorant la robustesse présentée dans la section (3.3).

4 Conclusions

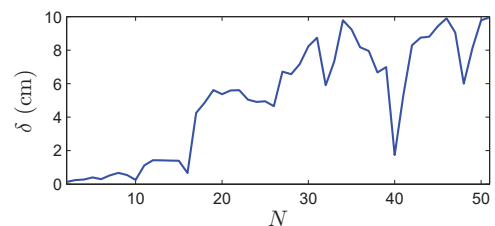
Les résultats présentés ici montrent qu’il est possible d’estimer la position de l’axe du cône de Mach créé par le déplacement d’un objet supersonique à partir de mesures acoustiques en champ réverbérant. Les principales contraintes de la méthode en cours de développement sont :



(a) Variation de l’erreur d’estimation dans les 51 tranches verticales



(b) Erreur angulaire



(c) Distance entre les axes

FIGURE 8 – Erreurs d’estimation pour les données expérimentales

- la discrétisation de la trajectoire de la source, fondée sur le principe de Huyghens, conduisant à des contraintes d’échantillonnage spatio-temporel,
- la finitude de la ligne de sources, pouvant être évitée lors des simulations numériques en considérant une très longue ligne, mais inévitable lors de mesures en laboratoire, cependant cette limite ne pose pas de problème pour une application avec un véritable projectile,
- la discrétisation de plusieurs portions de rue (les tranches verticales M_y), conduisant à un temps de calcul d’autant plus long que le pas d’échantillonnage spatial est petit,
- la connaissance *a priori* de la géométrie de la rue, nécessaire au calcul de la propagation inverse.

Le critère de détection du maximum, ici le kurtosis, présente parfois plusieurs maxima locaux parmi lesquels celui dû au passage de la source n’apparaît pas être le principal. Cet inconvénient, dû aux approximations faites par rapport à la théorie, conduit à des erreurs d’estimation locales dans certaines tranches verticales et demeure un enjeu de taille dans la perspective d’implémentations technologiques robustes.

Le présent article apporte certaines contributions théoriques et techniques :

- il est possible de simuler expérimentalement le déplacement d’une source supersonique sans tirer le moindre projectile,
- dans le cadre de l’approximation linéaire de la propagation de l’onde de Mach, le retournement

temporel autorise la rétro-focalisation du champ de pression sur la position dynamique de la source,

- le pic de focalisation peut être détecté malgré la divergence en $1/r$ du champ de pression au voisinage des microphones, au moyen de critères statistiques d'ordre élevé tels que le kurtosis,
- la réverbération améliore la précision de la rétro-focalisation au lieu d'ajouter du bruit aux mesures.

Les travaux dans la continuité de celui-ci comprennent le développement d'un équipement de détection de snipers en environnement urbain. La robustesse à un faible nombre de capteurs, aspect important, nécessite des études plus poussées, à présent qu'a été exposé l'intérêt du retournement temporel pour la localisation de sources supersoniques en milieu urbain.

En particulier, dans de prochains travaux des expériences seront menées sur une nouvelle ligne de tir construite avec une plus fine distance entre haut-parleurs ($\Delta x = 2$ cm), afin d'avoir une meilleure résolution spatio-temporelle lors de la synthèse de l'onde de Mach.

Remerciements

Les auteurs remercient Sarah Poirée pour son aide fort estimable lors des expériences de laboratoire. Un grand merci également à Loïc Ehrhardt, de l'ISL, pour ses précieux conseils en critères statistiques d'ordre supérieur.

Références

- [1] G. Mahenc, E. Bavu, P. Hamery, S. Hengy, and M. Melon, "Synthesis of a mach cone using a loudspeaker array," in *Forum Acusticum*, Cracovie, Pologne, septembre 2014.
- [2] P. M. Morse and H. Feshbach, *Methods of theoretical physics*. Mc Graw-Hill, 1953, p. 812.
- [3] D. R. Jackson and D. R. Dowling, "Phase conjugation in underwater acoustics," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 89, No. 1, pp. 171–181, 1991.
- [4] M. Fink, D. Cassereau, A. Derode, C. Prada, P. Roux, M. Tanter, J.-l. Thomas, and F. Wu, "Time-reversed acoustics," *Reports on progress in Physics*, vol. 63, no. 12, p. 1933, 2000.
- [5] G. Ribay, J. de Rosny, and M. Fink, "Time reversal of noise sources in a reverberation room," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 117, No. 5, pp. 2866–2872, 2005.
- [6] M. de Rosny, J.; Fink, "Overcoming the diffraction limit in wave physics using a time-reversal mirror and a novel acoustic sink," *Physical Review Letters*, vol. 89, 8 2002.
- [7] E. Bavu, C. Besnainou, V. Gibiat, J. de Rosny, and M. Fink, "Subwavelength sound focusing using a time-reversal acoustic sink," *Acta Acustica United with Acustica*, vol. 93, No. 5, pp. 706–715, 2007.
- [8] E. Bavu and A. Berry, "High-resolution imaging of sound sources in free field using a numerical time-reversal sink," *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 95, No. 4, pp. 595–606, 2009.
- [9] L. Ehrhardt, *Modélisation en domaine temporel de la propagation acoustique*. Thèse, École Centrale de Lyon, 2013, p. 144.
- [10] L. Rimoldini, "Weighted skewness and kurtosis unbiased by sample size," *arXiv preprint*, No. 1304.6564, 2013.