

# CFA/VISHNO 2016

## **Propagation Multimodale pour Différentes Extrémités de Guide Large : Mesure par Antennerie Microphonique de la Réflexion des Modes**

Z. Qiu, H. Bailliet et J.-C. Valiere

Institut PPRIME, UPR CNRS 3346, Université de Poitiers, ISAE-ENSMA, 6 rue Marcel Doré, 86073 Poitiers, France  
zhiping.qiu@univ-poitiers.fr



LE MANS

L'objet de ce travail est de progresser dans la caractérisation expérimentale du rayonnement de guides larges (propagation multimodale). La méthode du doublet microphonique est appliquée aux signaux issus de la décomposition modale obtenue au moyen de deux antennes de microphones. Le mode plan et le mode (1,0) sont extraits de la décomposition modale sur chaque antenne. La méthode du doublet microphonique permet d'extraire les coefficients de réflexion et les corrections de longueur de chacun de ces modes. Une méthode de calibration in-situ est développée pour chaque mode. Les mesures sont effectuées pour différentes extrémités de guide : avec bride, sans épaisseur, avec écran infini. Leurs résultats sont comparés aux prévisions théoriques issues de la littérature.

## 1 Introduction

A l'institut Pprime, un banc d'essai a été développé pour étudier la propagation multimodale en guide large avec ou sans écoulement. La présente étude concerne la propagation sans écoulement. Les coefficients de réflexion et les corrections de longueur des modes sont mesurés par la méthode du doublet microphonique [1,2] appliquée au moyen de deux antennes de microphones pour pouvoir estimer conjointement le mode plan et les modes supérieurs. Les essais s'effectuent avec différentes extrémités de guide et dans la mesure du possible les résultats sont confrontés avec des modèles issues de la littérature: avec bride (les résultats sont alors comparés aux expressions théoriques données par [3]), sans épaisseur (comparaison avec [4]) et avec écran infini (comparaison avec [5]).

Dans un premier temps, le banc d'essai et le modèle de propagation utilisé pour la décomposition modale sont présentés. Le paragraphe 4 présente les méthodes de calibration, le principe de mesure et l'estimation des modes. Avant de conclure les résultats des coefficients de réflexion et des corrections de longueur sont exposés pour les différentes terminaisons.

## 2 Description du banc d'essai

Le banc illustré par la figure 1 est composé d'un tronçon de source, un tronçon lisse, une antenne microphonique et un tronçon terminal avec différentes extrémités (voir figure 2).



Figure 1: Le banc d'essai composé d'une source, d'un tronçon lisse, des deux antennes microphoniques et de différentes extrémités (décrites en figure 2).

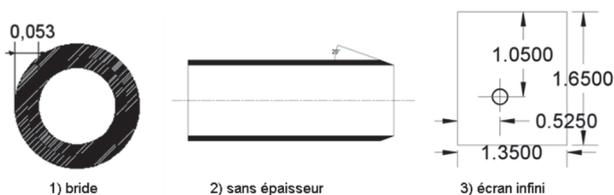


Figure 2: Les différentes extrémités (en m): 1) bride vue de face; 2) sans épaisseur vue de côté; 3) écran infini vue de face.

La source acoustique [6] est constituée de huit paires de haut-parleurs disposées suivant quatre couronnes. Le tronçon d'antenne est composé de 2 couronnes de 8 microphones

distantes de 4cm. Les microphones communiquent avec l'intérieur du conduit par un très petit orifice de 1 mm de diamètre et un angle de  $\pi/4$  sépare chaque microphone de l'autre. Le guide rayonne dans une chambre anéchoïque. Les mesures sont effectuées avec trois extrémités différentes. L'excitation est un signal sinusoïdal glissant par palier de 5Hz. La méthode de détection synchrone est utilisée pour extraire les pressions microphoniques pour chaque pas fréquentiel.



Figure 3: Le réseau de 16 haut-parleurs et l'antenne de 16 microphones.

## 3 Modèle de propagation et méthode de décomposition modale

Le champ acoustique sinusoïdal dans un guide large peut être écrit comme la superposition des champs portés par chaque mode selon [7]:

$$p(x, r, \theta, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} [e^{-j\gamma_{mn}x} + R_{mn} e^{+j\gamma_{mn}x}] J_m \left( K_{mn} \frac{r}{R} \right) e^{j(m\theta + \omega t)}, \quad (1)$$

avec  $\gamma_{mn} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{K_{mn}}{R}\right)^2}$  le nombre d'onde axial où  $\omega$  est la pulsation d'onde,  $k = \frac{\omega}{c_0}$  le nombre d'onde total,  $m$  l'ordre de mode azimutal,  $n$  l'ordre de mode radial,  $K_{mn}$  le nombre d'onde radial a-dimensionnel (dont les valeurs de coefficient sont données dans le Tableau 1),  $J_m$  la fonction de Bessel d'ordre  $m$  et  $R$  le rayon intérieur du guide.  $R_{mn}$  est le coefficient de réflexion associé à chaque mode  $(m,n)$ .

La fréquence de coupure  $f_{cmn}$ , la fréquence au-dessus de laquelle un mode supérieur  $(m,n)$  -avec  $m \geq 1, n \geq 0$ - peut se propager, est donnée par la relation  $f_{cmn} = \frac{c_0 K_{mn}}{2\pi R}$ . Ses valeurs pour les premiers modes sont répertoriées dans le tableau 1.

Tableau 1: Nombre d'onde adimensionnel (2<sup>e</sup> colonne) et fréquence de coupure (3<sup>e</sup> colonne) pour les différents modes.

Mode (m,n)	$K_{mn}$	$f_{cmn}$ (Hz)
(0,0)	0	0
(1,0)	1,8412	1143,4
(2,0)	3,0542	1896,6
(3,0)	4,2012	2608,9
(4,0)	5,3175	3302,1
(0,1)	3,8317	2379,4
(1,1)	5,3314	3310,7

Dans le banc utilisé pour cette étude, chaque antenne est composée de 8 microphones équirépartis sur la circonférence du guide. Il s'ensuit que la décomposition modale permet de décomposer les modes avec  $m = 0, 1, 2, 3, 4$  et  $n = 0$ .

L'amplitude de pression pour chaque mode d'ordre radial 0 s'écrit [6]:

$$P_{m0}^+ = \frac{1}{8} \left( p_1 + p_2 e^{j(m-1)\frac{\pi}{4}} + p_3 e^{j(m-1)\frac{\pi}{2}} + p_4 e^{j(m-1)\frac{3\pi}{4}} + p_5 e^{j(m-1)\pi} + p_6 e^{j(m-1)\frac{5\pi}{4}} + p_7 e^{j(m-1)\frac{3\pi}{2}} + p_8 e^{j(m-1)\frac{7\pi}{4}} \right), \quad (2)$$

$$P_{m0}^- = \frac{1}{8} \left( p_1 + p_8 e^{-j(m-1)\frac{\pi}{4}} + p_7 e^{-j(m-1)\frac{\pi}{2}} + p_6 e^{-j(m-1)\frac{3\pi}{4}} + p_5 e^{-j(m-1)\pi} + p_4 e^{-j(m-1)\frac{5\pi}{4}} + p_3 e^{-j(m-1)\frac{3\pi}{2}} + p_2 e^{-j(m-1)\frac{7\pi}{4}} \right), \quad (3)$$

où  $P_{m0}^+$  (respectivement  $P_{m0}^-$ ) correspond à l'amplitude de pression dans le sens horaire  $e^{j\theta}$  (respectivement antihoraire  $e^{-j\theta}$ ).

Le mode plan (0,0) sera donc estimé par une simple moyenne des signaux microphoniques.

Si  $s$  est la distance entre des deux antennes, le coefficient de réflexion à l'extrémité de guide pour chaque mode s'écrit en effet [8]:

$$R_{mn}(L_e) = \frac{P_{mn}(s) - P_{mn}(0) e^{-j\gamma_{mn}s}}{P_{mn}(0) e^{j\gamma_{mn}s} - P_{mn}(s)} e^{2j\gamma_{mn}L_e}, \quad (4)$$

où  $L_e$  est la distance entre la première couronne ( $x = 0$ ) et l'extrémité de guide ( $x = L_e$ ).

Pour mettre en évidence le caractère inertiel de l'extrémité ouverte du guide, le coefficient de réflexion peut être écrit [9]:

$$R_{mn}(L_e) = -|R_{mn}| e^{-2j\gamma_{mn}\delta_{mn}}, \quad (5)$$

dans laquelle  $\delta_{mn}$  est la correction de longueur.

## 4 Protocole de mesure

### 4.1 Calibration in-situ

Suite à des expériences préliminaires, il s'avère que la calibration au piston-phone n'est pas suffisante. Il est aussi nécessaire de calibrer l'antenne in-situ pour que les relations de phase entre les microphones soient les plus exactes possibles. Une première partie de ce travail a donc consisté à développer une méthode de calibration in-situ. D'autre part, les calibrations in-situ sont généralement effectuées en

tenant seulement compte du mode plan. La méthode présentée ici se propose de tenir aussi compte des modes supérieurs.

Pour des fréquences de travail inférieures à la première fréquence de coupure, la calibration in-situ traduit le fait que la pression doit être parfaitement identique sur tous les microphones d'une couronne. L'équation (2) donne  $P_{00}^+ = \frac{a}{8}$ .

En s'inspirant de cette approche, une calibration en tenant compte des modes supérieurs est effectuée en résolvant un système d'équations formé par les 8 équations à 8 inconnues ( $p'_1$  à  $p'_8$ ) suivantes

$$p'_1 + p'_2 + p'_3 + p'_4 + p'_5 + p'_6 + p'_7 + p'_8 = a, \quad (6)$$

$$(p'_1 - p'_5) + \sqrt{2}/2(p'_2 - p'_4 - p'_6 + p'_8) = 0, \quad (7)$$

$$(p'_3 - p'_7) + \sqrt{2}/2(p'_2 + p'_4 - p'_6 - p'_8) = 0, \quad (8)$$

$$p'_1 - p'_3 + p'_5 - p'_7 = 0, \quad (9)$$

$$p'_2 - p'_4 + p'_6 - p'_8 = 0, \quad (10)$$

$$(p'_1 - p'_5) + \sqrt{2}/2(-p'_2 + p'_4 + p'_6 - p'_8) = 0, \quad (11)$$

$$(-p'_3 + p'_7) + \sqrt{2}/2(p'_2 + p'_4 - p'_6 - p'_8) = 0, \quad (12)$$

$$p'_1 - p'_2 + p'_3 - p'_4 + p'_5 - p'_6 + p'_7 - p'_8 = 0. \quad (13)$$

Ces équations traduisent la propagation ou l'évanescence du mode plan mais aussi des modes (1,0), (2,0), (3,0) et (4,0). L'équation (6) traduit le fait qu'en dessous de la fréquence de coupure du mode (1,0), seul le mode plan se propage et la pression acoustique est donc uniforme sur une section. Les signaux des 8 microphones composant une couronne devant être égaux, l'équation (6) identifie l'amplitude du mode plan comme étant égale à  $a/8$  où  $a$  est une constante complexe. Les équations (7) et (8) identifient l'amplitude du mode (1,0) qui est nulle car le mode (1,0) ne se propage pas. De la même façon les équations (9) et (10) (respectivement (11) et (12) / (13)) traduisent le fait que le mode (2,0) (respectivement (3,0) / (4,0)) n'est pas propagatif à cette même fréquence. La résolution de ce système d'équations permet de déterminer expérimentalement les coefficients de calibration multiplicatif pour que

$$\begin{cases} p'_1 = \frac{a}{8} \\ p'_2 = \frac{a}{8} \\ p'_3 = \frac{a}{8} \\ p'_4 = \frac{a}{8} \\ p'_5 = \frac{a}{8} \\ p'_6 = \frac{a}{8} \\ p'_7 = \frac{a}{8} \\ p'_8 = \frac{a}{8} \end{cases}. \quad (14)$$

L'équation (14) donne les valeurs corrigées de 8 microphones après la calibration in-situ aux fréquences inférieures à la première fréquence de coupure comme le montre la figure 4.

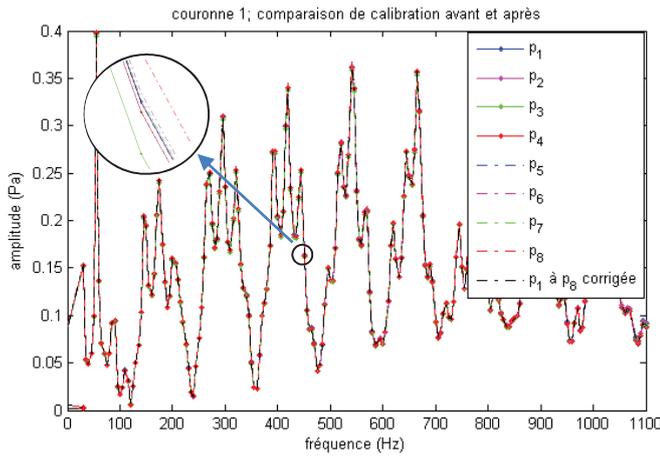


Figure 4: Calibration in-situ en mode plan.

La précision requise pour l'estimation précise des amplitudes des modes supérieurs nécessite d'étendre ce principe de calibration au-delà de la première fréquence de coupure. Pour les fréquences de travail situées entre la première et la deuxième fréquence de coupure, deux modes (mode plan et mode (1,0)) sont propagatifs. Comme précédemment, un système d'équations est formé dans lequel l'équation (2) est utilisée pour exprimer le fait que

$$\begin{cases} p'_1 + p'_2 + p'_3 + p'_4 + p'_5 + p'_6 + p'_7 + p'_8 = a, & (15) \\ (p'_1 - p'_5) + \sqrt{2}/2(p'_2 - p'_4 - p'_6 + p'_8) = b, & (16) \\ (p'_3 - p'_7) + \sqrt{2}/2(p'_2 + p'_4 - p'_6 - p'_8) = c, & (17) \\ p'_1 - p'_3 + p'_5 - p'_7 = 0, & (18) \\ p'_2 - p'_4 + p'_6 - p'_8 = 0, & (19) \\ (p'_1 - p'_5) + \sqrt{2}/2(-p'_2 + p'_4 + p'_6 - p'_8) = 0, & (20) \\ (-p'_3 + p'_7) + \sqrt{2}/2(p'_2 + p'_4 - p'_6 - p'_8) = 0, & (21) \\ p'_1 - p'_2 + p'_3 - p'_4 + p'_5 - p'_6 + p'_7 - p'_8 = 0. & (22) \end{cases}$$

Le mode plan est propagatif avec l'amplitude  $P_{00}^+ = \frac{a}{8}$  ; le mode (1,0) est propagatif avec  $P_{10}^+ = \frac{1}{8}(b + j * c)$  ; où  $a, b, c$  sont des constantes complexes. La résolution de ce système d'équations permet de déterminer

$$\begin{cases} p'_1 = \frac{a}{8} + \frac{c}{4} \\ p'_2 = \frac{a}{8} + \frac{\sqrt{2}}{8}(b + c) \\ p'_3 = \frac{a}{8} + \frac{b}{4} \\ p'_4 = \frac{a}{8} + \frac{\sqrt{2}}{8}(b - c) \\ p'_5 = \frac{a}{8} - \frac{c}{4} \\ p'_6 = \frac{a}{8} - \frac{\sqrt{2}}{8}(b + c) \\ p'_7 = \frac{a}{8} - \frac{b}{4} \\ p'_8 = \frac{a}{8} - \frac{\sqrt{2}}{8}(b - c) \end{cases} \quad (23)$$

L'équation (23) donne les valeurs corrigées des 8 microphones après la calibration in-situ aux fréquences situées entre la première fréquence de coupure et la deuxième fréquence de coupure. Un exemple de calibration pour cette gamme fréquentielle est donné en figure 5.

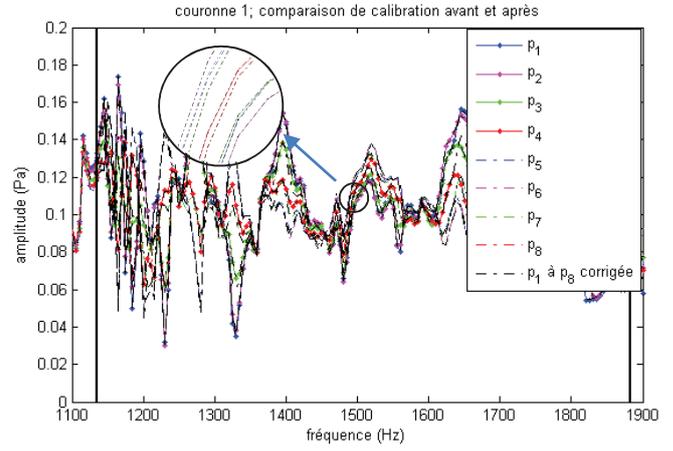


Figure 5: Calibration in-situ en mode (1,0) au-delà de la première fréquence de coupure.

## 4.2 Réglage de la source

Pour avoir un résultat de bonne qualité, de nombreuses précautions ont dues être prises sur la calibration des microphones et l'usage des haut-parleurs (déphasage entre les HP). Le fait de rayonner en chambre anéchoïque a joué un rôle important pour améliorer la précision de mesure et a permis de créer un environnement moins bruité qu'en cas de rayonnement en condition non-anéchoïque.

Pour améliorer le rapport signal sur bruit, les mesures visant à l'extraction du mode plan sont effectuées en utilisant les 16 haut-parleurs de la source. La phase entre les différentes couronnes de haut-parleur est réglée de sorte de tenir compte du temps de propagation de l'onde.

Pour le mode (1,0), la mesure avec plusieurs haut-parleurs a été testée, mais l'interaction entre les haut-parleurs ne favorise pas l'augmentation du niveau du mode. Ajuster des retards sur les voix a été contre-productif et on peut poser comme hypothèse que la dépendance fréquentielle de vitesse de groupe rend difficile l'approche qui est retenue pour le mode plan. Pour l'extraction du mode (1,0) un seul haut-parleur à la fois est donc utilisé, mais tous sont utilisés successivement pour éviter les fréquences interdites.

## 4.3 Décomposition

Une fois l'antenne calibrée, la décomposition modale peut être effectuée sur les signaux microphoniques après détection synchrone. La figure 6 montre l'amplitude de pression pour le mode plan (courbe bleue) et pour le mode (1,0) (courbe verte) extraites par les 8 microphones de la couronne 1. Cette figure valide la méthode de décomposition modale.

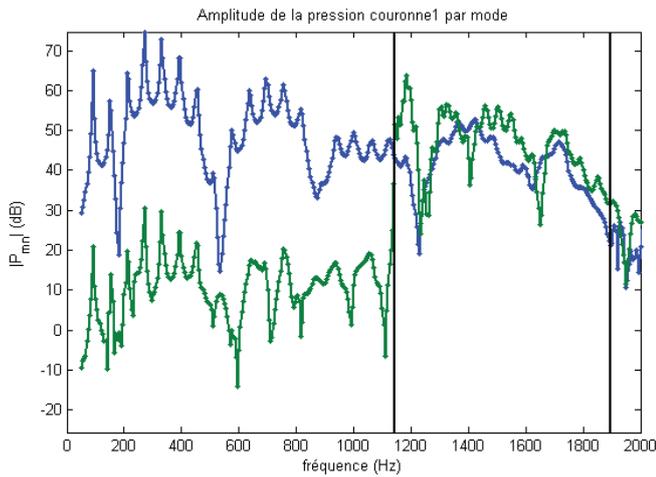


Figure 6: Décomposition modale pour un guide avec une terminaison sans épaisseur. La courbe bleue donne l'amplitude du mode plan; la courbe verte donne celle du mode (1,0); les lignes verticales noires indiquent les fréquences de coupure  $f_{10}$  et  $f_{20}$ .

## 5 Résultats

### 5.1 Coefficient de réflexion

La figure 7 donne les résultats de mesure du coefficient de réflexion en module pour les différentes conditions aux extrémités testées avec comparaison aux études théoriques de la littérature.

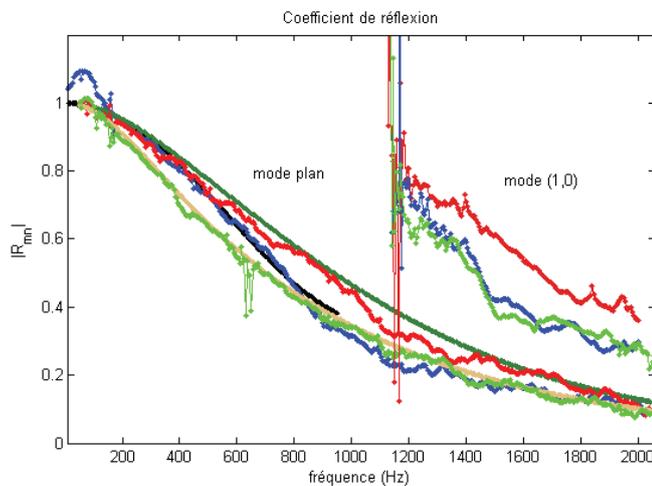


Figure 7: Module des coefficients de réflexion  $R_{00}$  et  $R_{10}$ . La courbe noire correspond à la théorie dans un guide terminé avec une bride donnée par Dalmont et al [3], la courbe verte foncée à un guide avec extrémité sans épaisseur donnée par Levine et Schwinger [4], la courbe jaune à un guide débouchant sur un écran infini donnée par Norris et Sheng [5]; mesures: la courbe bleue correspond à un guide terminé par une bride, la courbe rouge correspond à un guide avec extrémité sans épaisseur, la courbe verte correspond à un guide débouchant sur un écran infini.

Pour  $|R_{00}|$ , les mesures avec les trois terminaisons sont en très bon accord avec les modèles issus de la littérature. La courbe du coefficient de réflexion pour le guide terminé par une bride se situe bien entre celui pour le guide avec extrémité sans épaisseur et celui pour le guide débouchant

sur un écran infini. Pour les fréquences supérieures à 900Hz le coefficient de réflexion pour le guide terminé par une bride est proche de celui pour le guide débouchant sur un écran infini. L'incertitude sur la mesure de  $|R_{00}|$  augmente considérablement pour les fréquences inférieures à 180Hz. Dans le cadre d'une estimation des coefficients de réflexion par bruit blanc et transformée de Fourier, Allam & Abom [10] ont déterminé une limitation théorique pour la méthode du doublet microphonique. Dans notre banc, cette limite basse fréquence de validité du doublet devrait être de 428Hz. Mais nos mesures sont biaisées sur la détection synchrone qui possède une précision fréquentielle accrue; il s'ensuit que la gamme de validité de la méthode du doublet est élargie en basses fréquences.

Pour  $|R_{10}|$ , les résultats expérimentaux pour les trois conditions à l'extrémité donnent des tendances similaires au cas du coefficient de réflexion du mode plan. Le module du coefficient de réflexion pour le guide avec extrémité sans épaisseur est, comme pour le mode plan, supérieur à celui pour le guide terminé par une bride et à celui pour le guide débouchant sur un écran infini. Pour des fréquences proches de la fréquence de coupure, le coefficient de réflexion pour le guide terminé par une bride se situe entre celui pour le guide avec extrémité sans épaisseur et celui pour le guide débouchant sur un écran infini, puis vers 1300 Hz il devient presque confondu avec celui pour le guide débouchant sur un écran infini comme c'est le cas au-delà de 900 Hz pour le mode plan. On peut considérer que pour ces longueurs d'onde, la taille de la bride est déjà suffisante pour agir comme un écran infini. Si les coefficients de réflexion  $|R_{00}|$  pour les trois conditions tendent vers 1 aux basses fréquences, il semble que celui du mode (1,0) tend vers 0,8 à la fréquence de coupure. Autour de la fréquence de coupure on note un intervalle de fréquence pour lequel la mesure est très bruitée. Cet intervalle de fréquence est [1141 Hz – 1178 Hz] conformément aux estimations données par Akoum & Ville [11] (une étude extrapolant les résultats de Allam & Abom [10] au cas d'un guide large).

### 5.2 Correction de longueur

La figure 8 présente les corrections de longueur pour les trois conditions à l'extrémité testées. Un bon accord mesures-théories est constaté en mode plan comme prévu pour les fréquences supérieures à 180Hz. A partir de 1300Hz, toutes les courbes pour  $\delta_{00}$  sont très proches.

La correction de longueur  $\delta_{10}$  ne dépend que très peu de la condition à l'extrémité.  $\delta_{10}$  est plus faible que  $\delta_{00}$  pour les fréquences comprises entre 1200 Hz et 1900 Hz, au-delà les corrections de longueurs des deux modes se rejoignent.

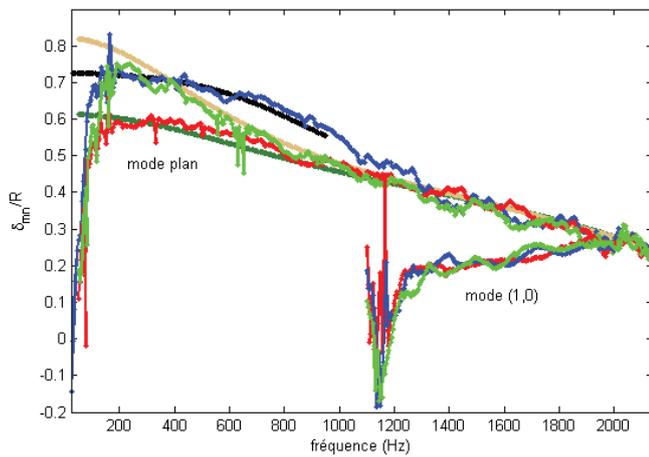


Figure 8: Correction de longueur  $\delta_{00}$  et  $\delta_{10}$ . La courbe noire correspond à la théorie dans un guide terminé avec une bride donnée par Dalmont et al [3], la courbe verte foncée à un guide avec extrémité sans épaisseur donnée par Levine et Schwinger [4], la courbe jaune à un guide débouchant sur un écran infini donnée par Norris et Sheng [5]; mesures: la courbe bleue correspond à un guide terminé par une bride, la courbe rouge correspond à un guide avec extrémité sans épaisseur, la courbe verte correspond à un guide débouchant sur un écran infini.

## 6 Conclusion

Le coefficient de réflexion pour différents conditions d'extrémité a été mesuré pour le mode plan en module et en phase. Le bon accord avec les modèles théoriques disponibles dans la littérature [3,4,5] prouve la validité de l'approche retenue.

Pour le mode (1,0), les résultats expérimentaux obtenus pour le coefficient de réflexion en module pour les différentes extrémités sont cohérents par rapport aux résultats obtenus en mode plan. La condition d'extrémité a peu d'effet sur la correction de longueur comparativement au cas du mode plan.

A ce jour l'étude des modes supérieurs au mode (1,0) est impossible car le niveau sonore actuel n'est pas suffisant. Différentes options pourront être retenues pour pallier ce problème. Une première option est de développer une autre source adaptée à la génération de hautes fréquences. Une seconde option est de piloter les haut-parleurs en conditionnant la vitesse de groupe pour favoriser le mode supérieur à étudier. La dernière option est de réduire la distance entre la source et l'antennerie.

## Références

- [1] A. F. Seybert and D. F. Ross, Experimental determination of acoustic properties using a two-microphone random-excitation technique, *J. Acoust. Soc. AM.* 61, 1362-1370 (1977)
- [2] J. Y. Chung and D. A. Blaser, Transfer function method of measuring in duct acoustic properties. I. Theory, II. Experiment, *J. Acoust. Soc. AM.* 68, 907-921 (1980)
- [3] J. -P. Dalmont, C. J. Nederveen & N. Joly, Radiation impedance of tubes ended with different flanges:

numerical and experimental investigation, *journal of Sound and Vibration*, Vol. 244(3), pp.505-534 (2001)

- [4] H. Levine & J. Schwinger, On the radiation of sound from an unflanged circular pipe, *Physical Review*, Vol.73(4), pp.383-406 (1948)
- [5] A. N. Norris & I. C. Sheng, Acoustic radiation from a circular pipe with an infinite flange, *Journal of Sound and Vibration*, 135(1) 85-93 (1989)
- [6] H. Bailliet, R. Boucheron, J. -P. Dalmont, Ph. Herzog, S. Moreau, J. -C. Valière, Setting up an experimental apparatus for the study of multimodal acoustic propagation with turbulent mean flow, *Applied Acoustics* 73, 191-197 (2012)
- [7] M. Bruneau, *Fundamentals of acoustics*, ISTE publishing company (2005)
- [8] H. Bodén and M. Abom, Influence of errors on the two-microphone method for measuring acoustic properties in ducts, *J. Acoust. Soc. AM.* 79(2), 541-549 (1986)
- [9] A. Selamet and Z. L. Ji, Wave reflections from duct terminations, *J. Acoust. Soc. AM.* 109(4), 1304-1311 (2001)
- [10] S. Allam, M. Abom, Investigation of damping and radiation using full plane wave decomposition in ducts, *Journal of Sound and Vibration* 292, 519-534 (2006).
- [11] M. Akoum & J. -M. Ville, Measurement of the reflection matrix of a discontinuity in a duct, *J. Acoust. Soc. AM.* 103(5), 2463-2468 (1998)