

CFA/VISHNO 2016

Développement et validation d'une d'antenne acoustique à ondes de fuite

H. Lissek^a, H. Esfahlani^a, S. Karkar^a et J. Mosig^b

^aEPFL - LTS2, Station 11, 1015 Lausanne, Suisse

^bEPFL - LEMA, Station 11, 1015 Lausanne, Suisse

herve.lissek@epfl.ch



LE MANS

Les métamatériaux acoustiques désignent des structures acoustiques présentant des propriétés inédites dans la nature, comme une masse négative et/ou un module de compressibilité négatif. Une réalisation de type ligne de transmission unidimensionnelle, consistant en un arrangement périodique de structures acoustiques simples (cavités, membranes élastiques, conduits rayonnant), permet par exemple d'obtenir de telles propriétés sur une bande de fréquence relativement large. A l'aide d'une procédure d'homogénéisation, il est par exemple possible de mettre en évidence un comportement dispersif réalisé par ce guide d'onde artificiel, montrant un comportement hybride "négatif/zéro/positif" selon la fréquence. En permettant en outre le rayonnement à l'extérieur du guide d'onde à l'aide de conduits rayonnant, il est possible de réaliser une antenne à ondes de fuites, dont l'axe principal de directivité est une fonction monotone de la fréquence, scannant une large gamme d'angle de directivité, depuis des directions "arrières" (angles compris entre -90 deg et 0 deg par rapport à la direction "broadside" de l'antenne) jusqu'à des directions "avant" (angles compris entre 0 deg et 90 deg). Dans ce papier, nous présentons le formalisme, utilisant les analogies électroacoustiques et essentiellement influencé par les travaux de Zdenek Skvor, permettant le dimensionnement de guides d'ondes unidimensionnels comme métamatériaux acoustiques. Nous montrerons ensuite un exemple d'application de cette structure comme antenne à ondes de fuites, présentant une directivité dépendant de la fréquence, en introduisant la démarche de dimensionnement et en présentant des résultats expérimentaux.

1 Introduction

Les métamatériaux acoustiques suscitent depuis quelques années un intérêt tout particulier dans la communauté scientifique, en raison des applications nouvelles qu'ils promettent, comme l'invisibilité acoustique [1], l'imagerie en champ proche [2], l'absorption acoustique aux basses fréquences [3], ou les instruments acoustiques non-réciproques [4]. Dans la plupart de ces études, les propriétés exotiques (meta) proviennent de la périodicité des structures. En considérant la structure à l'échelle de ses composants unitaires, il est possible de déduire des propriétés globales, comme une masse acoustique, une compressibilité, ou un indice de réfraction, par des méthodes d'homogénéisation [5]. Ces propriétés peuvent alors être négatives bien que la structure unitaire soit composée uniquement de composant acoustiques naturels passifs (présentant un comportement "positif").

Une approche récente utilisant une ligne de transmission acoustique à indice de réfraction variant avec la fréquence (successivement négatif/zéro/positif) [6] a permis de réaliser un nouveau concept d'antenne acoustique à ondes de fuites. Ces travaux ont en particulier abouti à la réalisation d'un prisme acoustique artificiel [7], permettant de disperser les ondes acoustiques à l'intérieur du guide d'onde, puis de les rediriger à l'extérieur du guide d'onde à l'aide d'ouverture rayonnantes, réalisant l'équivalent acoustique du prisme naturel en optique. La réalisation du prisme a ainsi nécessité de contourner deux difficultés intrinsèques aux milieux acoustiques :

- les milieux acoustiques naturels, comme l'air, sont très peu, voire pas dispersifs,
- la réalisation de milieux dispersifs en acoustique est possible au prix d'une forte désadaptation d'impédance avec le milieu ambiant (ici l'air), limitant les possibilités de transmission d'énergie acoustique vers le milieu ambiant.

Ce papier présente le dimensionnement d'une ligne de transmission à ondes de fuites permettant de réaliser un prisme acoustique artificiel. Dans une première partie, la géométrie de la structure est présentée, mettant en évidence les propriétés à l'échelle de la cellule unitaire. Dans une deuxième partie, le dimensionnement est proposé, dont les propriétés sont illustrées sur la base de simulations

numériques. Enfin, un prototype expérimental et des résultats de mesures sont présentés.

2 Ligne de transmission à ondes de fuites

2.1 Description de la structure

Considérons le guide d'onde acoustique de la Figure 1 constitué d'un conduit cylindrique principal creux de rayon r_m , dirigé selon l'axe y , rempli d'air à 20° C (masse volumique ρ et célérité des ondes acoustiques c). Ce conduit présente un arrangement périodique de plaques de rayon r_m et d'épaisseur t_m (masse volumique ρ_m module d'Young E et coefficient de Poisson ν) encastrées sur leur pourtour. Entre deux plaques consécutives, distantes de d , un conduit cylindrique de longueur L_s et de rayon r_s (à égale distance $d/2$ des deux plaques) débouche transversalement sur le milieu ambiant (ce conduit rayonnant est en général désigné par le terme anglais "stub"). La cellule unitaire constituée d'une membrane et d'un stub est ainsi répétée le long du conduit principal. Deux cellules plus petites, de longueur $d/2$, complètent le design aux deux extrémités, comprenant un stub transversal de longueur L_s et de rayon $r_{s(io)}$, distant de $b + r_{s(io)}$ des extrémités. Ces deux cellules terminales ont pour fonction d'adapter l'impédance du conduit principal avec les conduits amont et aval, de rayon r_{in} et de longueur L_{in} .

Il est à noter que ce design s'inspire de la ligne de transmission acoustique proposée par Bongard et al [6], à la différence que les stubs sont ici cylindriques et pas à symétrie de révolution, ce qui simplifie en particulier leur fabrication.

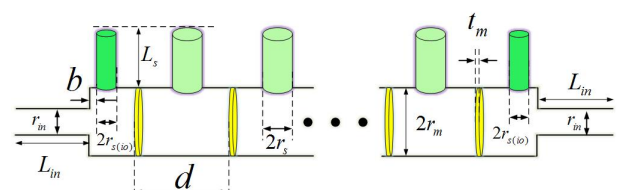


FIGURE 1 – Géométrie proposée pour la ligne de transmission (source : [7]).

En faisant l'hypothèse que la longueur d'onde est suffisamment grande par rapport aux dimensions de la

cellule unitaire, il est possible d'utiliser l'approximation par constantes localisées, permettant de représenter les systèmes vibrants acoustiques et mécaniques par des circuits électriques équivalents, développés en particulier par Zdenek Skvor [8]. Nous noterons dans la suite $p(y)$ et $q(y) = Sv(y)$ la pression acoustique et le débit volumique de la tranche de fluide à la position y . Le principe de dimensionnement consiste désormais à identifier les éléments à constantes localisées modélisant la dynamique d'une cellule unitaire (membrane + conduit rayonnant), selon la Figure 2. Sur cette illustration les indices *LH* ("left-hand") et *RH* ("right-hand") désignent les éléments contribuant aux propriétés "positives" (ici la masse acoustique série m_{RH} et la compliance acoustique parallèle C_{RH}) et "négatives" (la compliance acoustique série C_{LH} et la masse acoustique parallèle m_{LH}) de la ligne de transmission. Le rayonnement acoustique au travers des stubs est représenté par la résistance de rayonnement R_r . Hormis le rayonnement acoustique, nous négligerons les effets dissipatifs dans les composants acoustiques et mécaniques dans la suite.

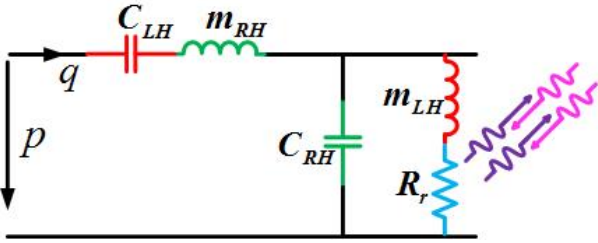


FIGURE 2 – Représentation de la ligne de transmission par des éléments à constantes localisées (source : [7]).

2.2 Modèle de la ligne de transmission hôte

Considérons dans un premier temps une tranche infinitésimale dy du conduit cylindrique principal, supposée sans pertes acoustiques. Les équations d'Euler et de compressibilité du fluide amènent au système d'équation :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial y} dy = -\frac{\rho}{S} \frac{\partial q}{\partial t} dy \\ \frac{\partial q}{\partial y} dy = -\frac{S}{K} \frac{\partial p}{\partial t} dy \end{cases}, \quad (1)$$

où $K = \rho c^2$ désigne le module de compressibilité du milieu.

La tranche de fluide peut donc être modélisée par un biporte acoustique comprenant une masse acoustique $m_{aTL} = \frac{\rho}{S} dy$ dans la branche série et une compliance $C_{aTL} = \frac{S}{K} dy$ dans la branche parallèle.

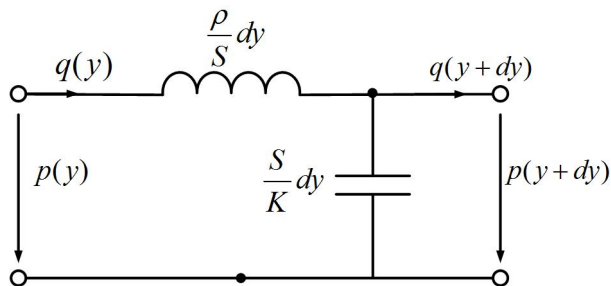


FIGURE 3 – Représentation de la ligne de transmission hôte.

Ces relations restent vérifiées pour une portion de longueur d , considérée petite devant la longueur d'onde. Ainsi,

le schéma acoustique de la Figure 3 reste valable en considérant le système d'équations :

$$\begin{cases} p(y) - p(y+d) = -j\omega \frac{\rho d}{S} q(y) \\ q(y) - q(y+d) = -j\omega \frac{S d}{K} p(y) \end{cases}, \quad (2)$$

où ω représente la pulsation de l'onde acoustique harmonique à la fréquence f .

La tranche de fluide d'épaisseur d peut donc être modélisée par un biporte acoustique comprenant une masse acoustique m_{aTL} dans la branche série et une compliance C_{aTL} dans la branche parallèle, telles que :

$$\begin{cases} m_{aTL} = \frac{\rho d}{S} \\ C_{aTL} = \frac{S d}{K} \end{cases}. \quad (3)$$

2.3 Impédance acoustique réalisée par la plaque encastrée

Considérons maintenant une plaque homogène et isotrope, de rayon r_m et d'épaisseur t_m encastrée sur son pourtour. En faisant l'hypothèse que la vibration de la plaque présente une symétrie de révolution selon l'axe y , et en désignant $\xi(r, t)$ la coordonnées selon l'axe y de l'élément de surface de la plaque distant de r de son centre et à l'instant t , et en négligeant les pertes, nous pouvons écrire l'équation :

$$\nabla^4 \xi + \frac{k_m^4}{\omega^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\Delta p}{D}, \quad (4)$$

avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \xi(r=r_m) = 0 \\ \frac{d\xi}{dr}|_{r=r_m} = 0 \end{cases}, \quad (5)$$

où $D = \frac{Et_m^3}{12(1-\nu^2)}$, Δp est la différence entre les pressions acoustiques exercées, à gauche et à droite, sur la plaque et km est la constante de propagation isotrope définie par $k_m^2 = \omega \sqrt{\frac{\rho_m t_m}{D}}$.

En supposant une excitation harmonique, cette équation peut s'écrire dans le domaine fréquentiel :

$$\nabla^4 \xi - k_m^4 \xi = \frac{\Delta P}{D} \quad (6)$$

Les solutions générales de l'Equation 5 sont :

$$\xi(r) = [A_0 J_0(k_m r) + B_0 I_0(k_m r)] - \frac{\Delta p}{k_m^4 D}, \quad (7)$$

où J_0 désigne la fonction de Bessel de 1^{ère} espèce d'ordre 0 et I_0 la fonction de Bessel modifiée (hyperbolique) d'ordre 0, A_0 et B_0 étant des coefficients complexes dépendant des conditions aux limites.

En écrivant les conditions aux limites selon l'Equation 5, les coefficients A_0 et B_0 peuvent être déterminés et les solutions particulières sont alors :

$$\xi(r) = \frac{\Delta p}{k_m^4 D} \left\{ \frac{I_1(k_m r_m)}{J_0(k_m r_m)I_1(k_m r_m) + J_1(k_m r_m)I_0(k_m r_m)} J_0(k_m r) + \frac{J_1(k_m r_m)}{J_0(k_m r_m)I_1(k_m r_m) + J_1(k_m r_m)I_0(k_m r_m)} I_0(k_m r) - 1 \right\}, \quad (8)$$

où J_0 désigne la fonction de Bessel de 1^{ère} espèce d'ordre 0 et I_0 la fonction de Bessel modifiée (hyperbolique) d'ordre 1.

L'impédance acoustique de la plaque est alors définie comme le rapport entre la différence de pression Δp et la vitesse vibratoire moyenne de la plaque v_0 :

$$Z_a = \frac{\Delta p}{S v_0} = \frac{\int \int_S \Delta p(r) ds}{j\omega S \int \int_S \xi(r) ds}. \quad (9)$$

On obtient alors :

$$Z_a = \frac{-j\omega\rho_m t_m}{S} \cdot \frac{J_0(k_m r_m)I_1(k_m r_m) + J_1(k_m r_m)I_0(k_m r_m)}{J_2(k_m r_m)I_1(k_m r_m) - J_1(k_m r_m)I_2(k_m r_m)}. \quad (10)$$

On peut montrer que, pour $k_m r_m \ll 1$,

$$Z_a \approx j\omega m_{am} + \frac{1}{j\omega C_{am}}, \quad (11)$$

où $m_{am} = 1.8830 \frac{\rho_m t_m}{\pi r_m^2}$ et $C_{am} = \frac{\pi r_m^6}{196.51 D}$.

2.4 Impédance acoustique d'un stub (conduit rayonnant)

Considérons un conduit cylindrique orienté selon l'axe x de rayon r_s (de section $s_s = \pi r_s^2$) et de longueur L_s , débouchant sur le milieu ambiant. L'impédance acoustique à l'entrée du conduit alors s'écrit :

$$Z_{aL_s} = \frac{Z_{aL_s} + j \frac{\rho c}{s_s} \tan(kL_s)}{1 + j \frac{Z_{aL_s} s_s}{\rho c} \tan(kL_s)} \quad (12)$$

où $k = \frac{\omega}{c}$ et Z_{aL_s} représente l'impédance acoustique de l'extrémité rayonnante du conduit. Nous considérons ici que l'extrémité se comporte comme un piston bafflé sur un écran infini (l'ouverture est supposée affleurant un baffle plan rigide), dont l'impédance de rayonnement peut s'écrire [9] :

$$Z_{aL_s} = \frac{\rho c}{s_s} \left[\left(1 - \frac{2J_1(2kr_s)}{2kr_s} \right) + j \left(1 - \frac{2S_1(2kr_s)}{2kr_s} \right) \right] \quad (13)$$

où S_1 désigne la fonction de Struve d'ordre 1.

Pour $kL_s \ll 1$ l'impédance de rayonnement devient :

$$Z_{aL_s} \approx \frac{\rho c}{s_s} \left[\frac{1}{2} (kr_s)^2 + j \frac{8}{3\pi} kr_s \right]. \quad (14)$$

Ainsi l'impédance acoustique présentée par le conduit rayonnant peut-elle s'écrire aux basses fréquences ($\tan kL_s \approx kL_s$) :

$$Z_{as} = j\omega m_{as} + R_{ar} \quad (15)$$

où $m_{as} = \frac{\rho}{s_s} (L_s + \frac{8}{3\pi} r_s)$ et $R_{ar} = \frac{\rho c}{2s_s} (kr_s)^2$.

2.5 Modèle complet

La représentation d'une cellule unitaire par un modèle à constantes localisées peut donc prendre la forme suivante :

En comparant la Figure 4 et la Figure 2, la cellule unitaire peut être caractérisée par les composants acoustiques :

$$\begin{cases} m_{RH} = m_{aTL} + m_{am} \\ C_{RH} = C_{aTL} \end{cases}, \quad \begin{cases} m_{LH} = m_{as} \\ C_{LH} = C_{am} \\ R_r = R_{ar} \end{cases} \quad (16)$$

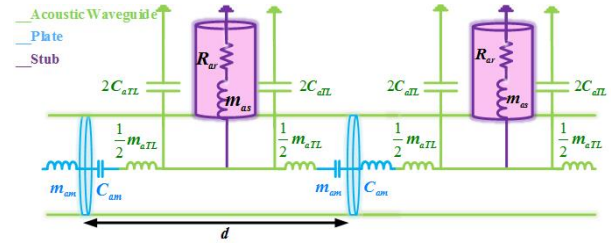


FIGURE 4 – Représentation détaillée par des éléments à constantes localisées (source : [7]).

3 Simulations

3.1 Dispersion acoustique

La cellule unitaire de la Figure 4 permet de déduire la relation de dispersion dans le guide d'onde, en imposant des conditions de Floquet périodiques aux extrémités gauche (y) et droite ($y + d$). On cherche ici à établir la relation de dispersion $\gamma_B(f)d = \alpha_B(f)d + j\beta_B(f)d$. Selon cette définition, le terme $\alpha_B d$ désigne la taux de fuites par cellule unitaire, et $\beta_B d$ la rotation de phase pas cellule unitaire, caractérisant la dispersion dans le milieu effectif. Cette relation de dispersion est obtenue par procédure d'homogénéisation, en écrivant la relation :

$$\begin{pmatrix} p(y+d) \\ q(y+d) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_a^s Y_a^p}{2} & Z_a^s \\ \frac{Y_a^p}{4} (1 + Z_a^s Y_a^p) & 1 + \frac{Z_a^s Y_a^p}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p(y) \\ q(y) \end{pmatrix} = e^{+j\gamma_B d} \begin{pmatrix} p(y) \\ q(y) \end{pmatrix} \quad (17)$$

où Z_a^s représente l'impédance acoustique série totale et Y_a^p l'admittance acoustique parallèle totale de la cellule unitaire :

$$\begin{cases} Z_a^s = j\omega m_{RH} + \frac{1}{j\omega C_{LH}} \\ Y_a^p = j\omega C_{RH} + \frac{1}{R_r + j\omega m_{LH}} \end{cases} \quad (18)$$

La constante de propagation de Bloch est alors calculée selon :

$$\beta_B = \Im \left[\frac{1}{d} \cosh^{-1} \left(\frac{1 + \frac{Z_a^s Y_a^p}{2} + Z_a^s}{2} \right) \right] \quad (19)$$

3.2 Description du design

Dans ce qui suit, le matériau utilisé pour les plaques encastrées est du Kapton. La structure présente alors les dimensions et caractéristiques physiques du Tableau 1.

Avec les paramètres du Tableau 1, il est désormais possible de calculer le diagramme de dispersion selon l'Equation 19. La Figure 5 montre les résultats de calcul du diagramme de dispersion (partie imaginaire) avec ces paramètres, ainsi que les résultats de simulation par éléments finis de la même géométrie avec le logiciel COMSOL Multiphysics.

La Figure 5 met en évidence le caractère dispersif (vitesse de phase fonction de la fréquence) du guide d'onde, ce qui est la première propriété recherchée pour obtenir un prisme acoustique. Cette courbe met en outre en évidence une zone, grisée sur la figure, correspondant à la gamme

TABLEAU 1 – Dimensions et paramètres physiques du prototype.

Dimensions du prototype		Paramètres physiques	
Paramètres	Valeur	Paramètres	Valeur
d	32 mm	ρ	1.188 kg.m^{-3}
r_m	9.06 mm	c	340 m.s^{-1}
r_s	4 mm	K	137.4 kPa
L_s	12.5 mm	E	2.758 GPa
b	1.1 mm	ν	0.34
$r_{s(i\omega)}$	2.9 mm	ρ_m	1420 kg.m^{-3}
r_{in}	5.54 mm		
$L_{in/out}$	125 mm		
t_m	125 μm		

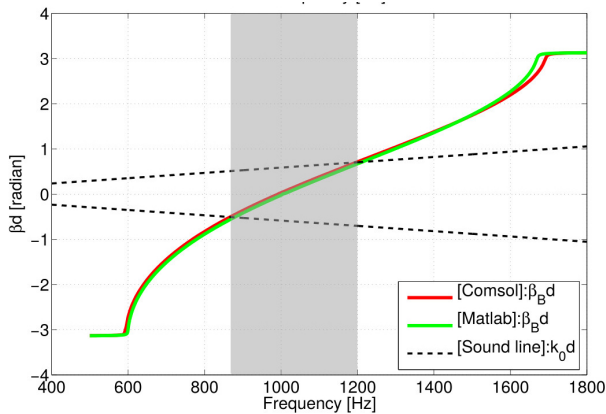


FIGURE 5 – Diagramme de dispersion obtenu (source : [7]).

de fréquences dans laquelle l'antenne accélère (en valeur absolue) les ondes acoustiques ("fast-wave" region). Dans cette gamme de fréquences, la vitesse de phase à l'intérieur du guide d'onde est supérieure en valeur absolue à la célérité c dans le milieu ambiant, et l'antenne présente des ondes de fuites. C'est la deuxième condition nécessaire pour obtenir un prisme acoustique. On remarque en outre que, pour $f_r = 1 \text{ kHz}$ ($f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{m_{aRH} C_{aRH} m_{aLH} C_{aLH}}}$ est choisie par design et réglable en accordant correctement la première fréquence de résonance de la plaque, et celle du résonateur de Helmholtz constitué du stub et du volume d'air de la tranche d'épaisseur d), la phase est la même partout le long du guide d'onde, ce qui peut également s'interpréter comme un vitesse de phase infinie. A cette fréquence, le guide d'onde présente une masse acoustique et un module de compressibilité effectifs nuls. En-dessous de f_r , la vitesse de phase est négative, et au-dessus de f_r elle est positive.

3.3 Rayonnement acoustique des ondes de fuites

Pour mettre en évidence la directivité de l'antenne acoustique à ondes de fuites, un modèle par éléments finis est créé avec le logiciel COMSOL Multiphysics, reprenant la géométrie de la Figure 1. Dans ce modèle, on considère que les stubs débouchent sur un écran rigide de grandes dimen-

sions, principe qui sera repris dans le prototype expérimental de la section 4. Une source de pression idéale (fréquence f réglable) se trouve près de l'extrémité gauche du modèle, des conditions idéalement absorbantes (anéchoïques) étant imposées aux deux terminaisons du guide d'onde principal.

La Figure 6 présente les niveaux de pression acoustique rayonnée en 3 dimensions pour 3 fréquences d'excitation différentes :

- à 870 Hz, soit dans la zone où la vitesse de phase est négative
- à 990 Hz, soit à la fréquence de résonance théorique du modèle (légèrement inférieure à 1 kHz), pour laquelle la vitesse de phase est infinie
- à 1150 Hz, soit dans la zone où la vitesse de phase est positive

On observe que le lobe principal de directivité de l'antenne varie, qualitativement, de directions "backwards" pour des fréquences inférieures à f_r , correspondant à une phase croissant avec y , à des directions "frontwards" pour des fréquences supérieures à f_r (la phase décroît alors dans le sens des y croissant), en passant par un rayonnement "broadside" (toutes les ouvertures rayonnent en phase). La structure proposée se comporte donc comme une antenne à ondes de fuites assimilable à un prisme acoustique dans la gamme de fréquence pour laquelle la vitesse de phase est supérieure à c (zone grisée sur la Figure 5).

4 Résultats expérimentaux

4.1 Prototype expérimental

Un prototype a été fabriqué, respectant le design présenté sur la Figure 1, avec les paramètres proposés dans le Tableau 1. La Figure 7 (a) montre une cellule unitaire détachée d'un assemblage de quelques cellules. La structure hôte est ici constituée de plusieurs blocs en Aluminium de section carrée et de longueur d , à l'intérieur duquel un cylindre creux de rayon r_m est usiné. Les stubs de rayons r_s sont également usinés selon le même principe selon un axe orthogonal au cylindre principal. Entre deux cellules, un disque de Kapton d'épaisseur t_m est pris en sandwich et serré au moyen de vis. L'assemblage de l'ensemble est réalisé en vérifiant à chaque étape la première fréquence de résonance du disque de Kapton, à l'aide d'un vibromètre laser. La Figure 7 (b) montre également l'assemblage final monté de sur un baffle plan en bois (de manière à ce que la face du prototype avec les ouvertures rayonnantes affleure le baffle plan) pour les mesures en salle anéchoïque.

La mesure réalisée en salle anéchoïque consiste à mesurer la directivité de l'antenne prototype en fonction de la fréquence. L'antenne est bafflée sur un panneau en bois, et l'ensemble est disposé sur une table tournante (Brüel & Kjaer Type 3922) dont l'orientation peut être contrôlée depuis un poste de commande.

Pour des raisons pratiques, la mesure effectivement réalisée correspond à la situation réciproque de celle simulée avec le logiciel COMSOL et représentée sur la Figure 6. Ainsi, une source sonore (enceinte Tannoy Reveal Active) est située à 2 mètres de l'axe de rotation du pot vibrant, et un microphone ICP (PCB 130D20) est inséré près d'une extrémité de l'antenne prototype (à la position du haut-parleur source

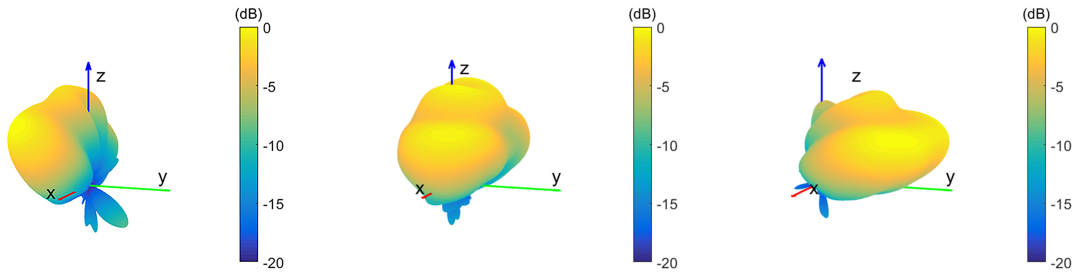
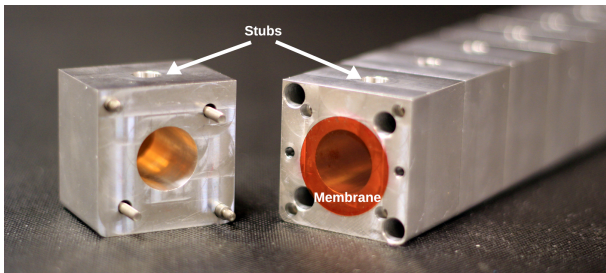
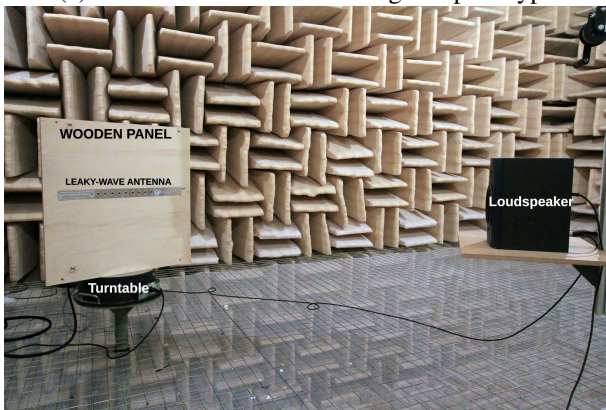


FIGURE 6 – Directivité de l’antenne à ondes de fuite simulé avec le logiciel COMSOL Multiphysics, pour 3 fréquences : 870 Hz, 990 Hz, 1150 Hz (source [7]).



(a) Cellule unitaire et assemblage du prototype



(b) Assemblage monté sur un baffle plan sur la table tournante, pour les mesures en salle anéchoïque.

FIGURE 7 – Dispositif expérimental.

dans la simulation COMSOL). L’acquisition et la génération de signaux, ainsi que l’analyse est réalisée avec un module Multicanal Brüel & Kjaer Pulse Type 3160 (4ch-input Mic/CCLD/V, 2 ch-output). Par principe de réciprocité, cette mesure en réception peut être considérée comme équivalente à celle en émission simulée avec le logiciel COMSOL.

4.2 Propriétés du prisme acoustique

Pour chaque orientation de la table tournante, on estime les spectres de puissance acoustique $\mathcal{P}(f)$ avec le microphone ICP situé au bout de l’antenne. Quelques exemples de résultats de mesure sont illustrés sur la Figure 8, pour 3 orientations de la table tournante (-40° , 0° , 40°). On observe que pour chaque orientation, le spectre de puissance présente un maximum à une fréquence spécifique, que l’on se propose de déterminer par calcul. Il est notable que, pour des fréquences proches de la fréquence de transition f_r , les spectres de puissance ont tendance à se déformer et présentent des lobes secondaires non négligeables, qui peuvent poser problème lors de l’estimation de la fréquence à laquelle la puissance est maximale.

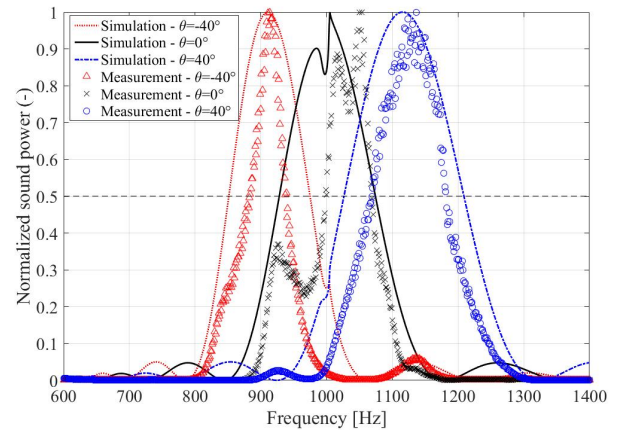


FIGURE 8 – Simulation des spectres de puissance mesurés au microphone à différentes orientations de la table tournante (source [10]).

Pour cette raison, la fréquence centrale que l’on cherche à estimer, pour chaque orientation de la table, est dérivée du calcul du centroïde spectral, selon la formulation :

$$SC(\theta) = \frac{\sum_{f=f_{-3dB,min}}^{f_{-3dB,max}} f \mathcal{P}(f)}{\sum_{f=f_{-3dB,min}}^{f_{-3dB,max}} \mathcal{P}}. \quad (20)$$

où $f_{-3dB,min}$ et $f_{-3dB,max}$ sont d’abord calculées en identifiant les fréquences à mi-puissance ($\mathcal{P}(f_{-3dB,min}, f_{-3dB,max}) = \frac{\mathcal{P}_{max}}{2}$). Ainsi pour chaque orientation de la table tournante θ , la valeur de la fréquence $SC(\theta)$ est déterminée. La Figure 9 reporte les valeurs de SC obtenues avec les données expérimentales (marqueurs ronds rouges) et avec la simulation COMSOL (marqueurs carrés bleus), et comparées à la valeur théorique pour une ligne à retard continu idéale (courbe noire) selon la relation :

$$\theta_{TL} = \sin^{-1} \frac{\beta_B(f)}{k}, \quad (21)$$

où $\beta_B(f)$ a été déterminée selon l’Equation 19.

Les résultats expérimentaux obtenus par la mesure “réciproque” (en réception) suivent la même tendance que ceux simulés pour le prisme acoustique, et sont très proches du modèle d’antenne à ondes de fuite idéale (ligne présentant un retard continu), malgré un léger écart autour de la fréquence de transition f_r pouvant être lié aux pertes non prises en compte dans le modèle.

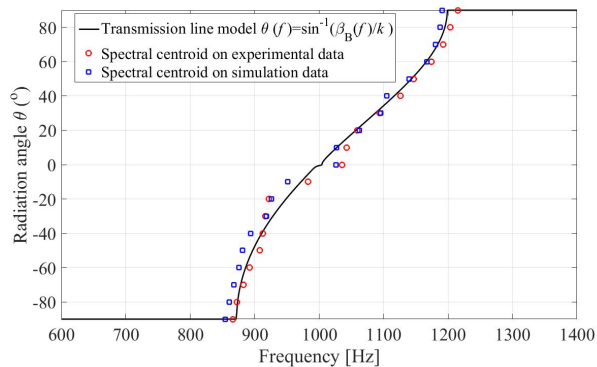


FIGURE 9 – Directivité de l'antenne à ondes de fuite.

5 Conclusion

Une antenne à ondes de fuite a été dimensionnée selon un modèle simple de ligne de transmission à constantes localisées et à l'aide du formalisme de Bloch-Floquet. Le modèle à constantes localisées a ensuite été vérifié avec un modèle éléments finis (COMSOL) sur la base du diagramme de dispersion. Le logiciel éléments finis a permis également d'observer le comportement de l'antenne en termes de rayonnement dans le milieu ambiant, vérifiant des propriétés attendues d'une antenne à ondes de fuite. Un prototype expérimental a ensuite permis de vérifier que le prototype se comporte effectivement comme un prisme acoustique, présentant un angle du lobe de rayonnement principal croissant de manière monotone avec la fréquence.

L'étude présentée dans ce papier reprend des résultats présentés dans les références [7] et [10].

Remerciements

Les auteurs souhaitent rendre hommage, au travers de ce papier, au Professeur Zdenek Skvor. Cette étude, bien qu'assez éloignée de ses travaux sur les transducteurs électroacoustique, lui doit beaucoup.

Cette étude a par ailleurs été financée par la Fonds National de la Recherche Scientifique Suisse sous le subside N° 200020-138086/1.

Références

- [1] S. A. Cummer and D. Schurig, One path to acoustic cloaking, *New Journal of Physics* **9**(3), 45 (2007).
- [2] M. Ambati, N. Fang, C. Sun, and X. Zhang, Surface resonant states and superlensing in acoustic metamaterials, *Physical Review B* **75**(19), 195447 (2007).
- [3] Z. Yang, H.M. Dai, N.H. Chan, G.C. Ma, and P. Sheng, Acoustic metamaterial panels for sound attenuation in the 50 - 1000 Hz regime, *Applied Physics Letters* **96**(4), 041906 (2010).
- [4] R. Fleury, D.L. Sounas, and A. Alù, An invisible acoustic sensor based on parity-time symmetry. *Nature Commun.* **6**, 5905 (2015).
- [5] N. Engheta and R. W. Ziolkowski, *Metamaterials : Physics and Engineering Explorations*, Wiley-Interscience and IEEE Press, Hoboken, NJ (2006).
- [6] F. Bongard, H. Lissek and J.R. Mosig, Acoustic transmission line metamaterial with negative/zero/positive refractive index, *Physical Review B* **82**, 094306 (2010).
- [7] H. Esfahlani, S. Karkar, H. Lissek, and J.R. Mosig, Acoustic dispersive prism, *Scientific reports* **6** (2016).
- [8] Z. Skvor, *Vibrating Systems and their Equivalent Circuits*, Elsevier (1991).
- [9] M. Rossi, *Audio*, Presses Polytechniques Fédérales de Lausanne (2007).
- [10] H. Esfahlani, S. Karkar, J. R. Mosig, and H. Lissek, Exploiting the leaky-wave properties of transmission-line metamaterials for single-microphone direction finding, submitted to the *Journal of the Acoustical Society of America* (2016).