

CFA/VISHNO 2016

**Vibrations et rayonnement acoustique des coques
cylindriques raidies : Étude expérimentale de l'influence
des structures internes non-axisymétriques**

V. Meyer^a, L. Maxit^a, J.-L. Guyader^a, C. Audoly^b et Y. Renou^b

^aLVA - INSA Lyon, 25 bis avenue Jean Capelle, 69621 Villeurbanne, France

^bDCNS Research, Le Mourillon BP403, 83055 Toulon, France

valentin.meyer@insa-lyon.fr



LE MANS

L'étude du rayonnement acoustique des coques cylindriques raidies a fait l'objet de nombreux travaux car elles sont d'un grand intérêt pour les industriels des secteurs naval et aéronautique. Cependant peu d'attention a été portée aux effets liés à la présence de structures fixées rigidement à l'intérieur de la coque, telles que des planchers, des carlingages ou des supports de machines. Récemment, une méthode de sous-structuration par fonctions de transfert condensée a été développée afin de coupler un modèle de coque raidie avec des structures internes non-axisymétriques modélisées par la méthode des éléments finis. Ces travaux ont montré sur différents cas d'application numériques que la non-axisymétrie pouvait modifier significativement le comportement vibro-acoustique de la coque excitée par un effort mécanique et conduire à une augmentation de l'efficacité de rayonnement de la coque raidie. Le but de la présente étude est de vérifier ces tendances expérimentalement par des mesures en laboratoire sur une maquette. Le cylindre raidi est suspendu verticalement et est excité par un pot vibrant. La pression rayonnée est évaluée à partir de mesures en chambre anéchoïque, avec et sans structure interne. Des cartographies du champ vibratoire de la coque sont également établies à partir de mesures au vibromètre laser. L'analyse de celles-ci dans l'espace des nombres d'onde permet d'appréhender les mécanismes de rayonnement acoustique sous la fréquence critique de la coque cylindrique.

1 Introduction

Les coques cylindriques raidies permettent de modéliser de nombreux systèmes industriels, en particulier dans le domaine naval ou aéronautique. C'est pourquoi leur comportement vibro-acoustique a été intensément étudié dans les dernières décennies, dans le cas de coques axisymétriques [1, 2, 3]. Dans les applications industrielles, il est également important de connaître l'effet de structures internes non-axisymétriques sur le comportement vibro-acoustique de la coque cylindrique. Certaines études ont ainsi permis la prise en compte d'une plaque longitudinale [4, 5, 6] ou d'un système masse-ressort [7, 8]. En général, on peut dire que la rupture de l'axisymétrie et la complexification du système entraînent une augmentation de l'efficacité de rayonnement de la coque [9, 10]. Plus récemment, des méthodes numériques par discrétisation (de type Éléments Finis) [11, 12] ou de sous-structuration [13, 14] ont permis de prendre en compte des structures internes plus représentatives de la réalité industrielle que les systèmes académiques cités précédemment. Plus particulièrement, la méthode CTF (Condensed Transfer Function) présentée par les auteurs [14] permet de coupler une structure interne quelconque décrite par la méthode des éléments finis (FEM) avec un modèle numérique de coque immergée basé sur la résolution des équations de Flügge. Les sous-systèmes sont reliés par des jonctions linéiques, et on montre que dans certaines configurations, l'efficacité de rayonnement peut fortement augmenter.

Le but de ces travaux est de confirmer ces tendances expérimentalement. On dispose d'une coque cylindrique raidie à laquelle on vient fixer une structure interne non-axisymétrique, et on va comparer le comportement vibro-acoustique du système dans les deux configurations afin de déterminer l'influence de la structure interne. L'exposé est articulé comme suit :

- Dans la partie 2, on décrit le cylindre raidi, la structure interne non-axisymétrique ainsi que le dispositif expérimental.
- Les résultats des mesures sont ensuite présentés dans la partie 3. Des réponses fréquentielles mettant en avant l'influence de la structure interne non-axisymétrique sont données et les résultats sont analysés dans l'espace des nombres d'ondes.
- Enfin, la partie 4 propose des conclusions et des perspectives.

2 Description de l'étude

2.1 Coque raidie axisymétrique

Dans un premier temps, on dispose d'une coque cylindrique raidie axisymétrique dont les caractéristiques géométriques sont données dans le Tableau 1. Elle est composée d'un acier non allié d'usage général, dont on prend les valeurs courantes pour la masse volumique $\rho_s = 7800 \text{ kg.m}^{-3}$, le module d'Young $E = 2,1.10^{11} \text{ Pa}$ et le coefficient de Poisson $\nu = 0.3$. Elle est munie de 72 raidisseurs identiques de section rectangulaire. Le cylindre est divisé en cinq sections avec trois espacements inter-raisseurs différents. Aux deux extrémités du cylindre, des bouchons d'une épaisseur de 15 mm sont vissés. Le système est représenté sur les photos de la Fig. 1.

TABLEAU 1 – Dimensions du cylindre raidi (mm).

Paramètre	Valeur
Rayon	100
Longueur	1500
Épaisseur de la coque	1,5
Hauteur d'un raidisseur	5
Largeur d'un raidisseur	1
Espace inter-raisseur 1	24
Espace inter-raisseur 2	20
Espace inter-raisseur 3	17

À l'aide des données géométriques et matériau, on définit la fréquence d'anneau comme étant la fréquence à laquelle la longueur d'onde longitudinale est égale à la circonférence :

$$f_a = \frac{1}{2\pi R} \sqrt{\frac{E}{\rho_s(1-\nu^2)}} = 8657 \text{ Hz}, \quad (1)$$

avec R le rayon du cylindre. On considère en général que les déplacements radiaux, tangentiels et axiaux sont découplés au-dessus de la fréquence d'anneau. On définit également la fréquence de coïncidence pour laquelle le nombre d'onde acoustique est égal au nombre d'onde de flexion d'une plaque de même épaisseur h que le cylindre :

$$f_c = \frac{c_0^2}{2\pi h} \sqrt{\frac{12\rho_s(1-\nu^2)}{E}} = 7812 \text{ Hz}. \quad (2)$$



FIGURE 1 – Photos du cylindre raidi axisymétrique : (a) accroché à une potence et (b) vue intérieure.

2.2 Structure interne non-axisymétrique

Dans une deuxième configuration, une structure interne non-axisymétrique est placée à l'intérieur du cylindre décrit précédemment. Représentée sur la photo de la Fig. 2, elle consiste en un plancher de 869 mm de long, 64,3 mm de hauteur et 170,6 mm de largeur. Elle est constituée d'une plaque d'épaisseur 1,5 mm dont les extrémités sont découpées en arc de cercle de rayon de courbure de 98,5 mm et pliées afin de former des angles droits. Le contact entre la coque cylindrique et le plancher se fait uniquement le long de ces arcs de cercle. Un tube carré en acier de côté 20mm et d'épaisseur 2 mm est collé sous la partie horizontale de la structure et la renforce dans le sens de la longueur.



FIGURE 2 – Photo de la structure interne non-axisymétrique.

Avant de fixer cette structure dans le cylindre, on la suspend et on y appose un accéléromètre afin de mesurer la réponse fréquentielle à un impact au marteau de choc sur le dessus du plancher. La fonction de transfert est tracée sur la Fig. 3. Elle permet d'identifier certaines fréquences de résonance du plancher qu'on retrouvera plus tard dans la réponse du système couplé (notamment 213, 234 et 273 Hz). En outre, on peut avoir une estimation du coefficient d'amortissement modal en mesurant la largeur des pics à -3 dB. On obtient un facteur d'amortissement structurel moyen de 0,5 % ($\eta \approx 0,005$).

Le plancher est fixé à l'intérieur du cylindre, directement sur la coque, aux abscisses $x = 0,315$ m et $x = 1,185$ m. Plusieurs contraintes se sont présentées lors de la mise en

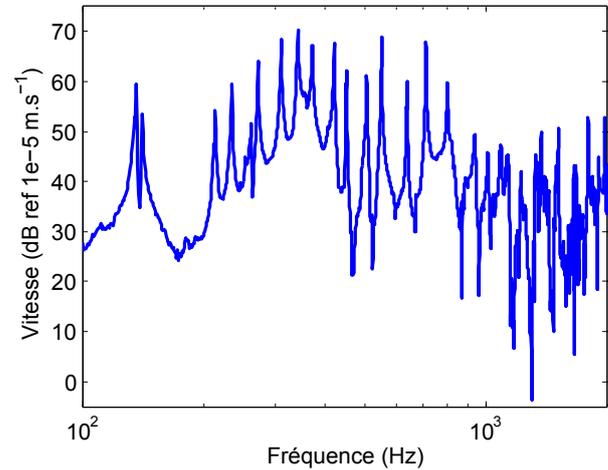


FIGURE 3 – Fonction de transfert entre un point sur le dessus du plancher et l'accéléromètre fixé sur l'un des côtés.

place de la structure interne :

- le moyen d'assemblage utilisé doit permettre d'assurer au mieux la continuité des déplacements entre la coque et la structure interne (*i.e.* couplage rigide) et ne pas introduire d'amortissement ;
- la jonction doit être assez robuste pour supporter le poids de la structure lorsque le cylindre est suspendu ;
- l'accessibilité est difficile du fait du faible diamètre ;
- l'ajout de la structure ne doit pas endommager le cylindre ;
- la structure doit pouvoir être retirée une fois l'expérience terminée.

En prenant ces éléments en compte, des tests ont été réalisés sur des éprouvettes en acier composées de deux plaques assemblées perpendiculairement. Différents types de colle ainsi que le soudage par brasure ont été comparés et une colle acrylique avec activateur (Loctite AA 330) a été choisie pour cette application. Une photo du système assemblée est présentée sur la Fig. 4. On ne peut pas y voir les jonctions, mais celles-ci ont été vérifiées à l'aide d'une caméra pour s'assurer que le contact se fait bien tout le long de l'arête.



FIGURE 4 – Cylindre raidi vu de l'intérieur avec structure interne non-axisymétrique.

2.3 Dispositif expérimental

Comme indiqué sur la Fig. 5, le cylindre est suspendu verticalement à une potence par une sangle, afin de limiter les transferts de vibrations vers la potence. La potence est équipée d'un plateau tournant, à l'aide duquel on peut faire pivoter le cylindre sur lui-même et repérer les angles de manière précise. Une pastille de 12,5 mm de diamètre est collé sur la surface extérieure du cylindre, à laquelle est vissée un pot vibrant. Le pot vibrant est suspendu au plateau tournant, de manière à toujours exciter le point de coordonnées $(x; r; \theta) = (0, 305; 0, 1; 0)$ dans le repère lié au cylindre. Ce point est situé au pied d'un raidisseur, et dans la configuration non-axisymétrique est situé à 10 mm d'une des jonctions avec la structure interne. Deux éléments sont placés entre le pot vibrant et la pastille : une tête d'impédance afin de pouvoir mesurer l'accélération et la force au niveau de l'excitation, et une tige filetée qui permet de limiter les moments et de considérer que l'excitation est radiale dans le repère lié au cylindre. On se place en chambre semi-anéchoïque (longueur 8,6 m, largeur 6,4 m, hauteur 4 m et fréquence de coupure à 80 Hz). Le sol est considéré comme infiniment rigide et un espace de 175 mm le sépare du bas du cylindre. Un vibromètre laser est placé à 2,68 m de la surface du cylindre. Le vibromètre laser balaye le cylindre de bas en haut le long d'une seule arête. Une antenne constituée de 6 microphones espacés de 0,3 m se situe à 1 m de la surface du cylindre. Le vibromètre, le cylindre et l'antenne de microphones sont alignés dans cet ordre. L'expérience consiste à laisser le vibromètre et l'antenne de microphones à une position fixe tout au long des mesures et à faire tourner l'ensemble cylindre-pot vibrant.

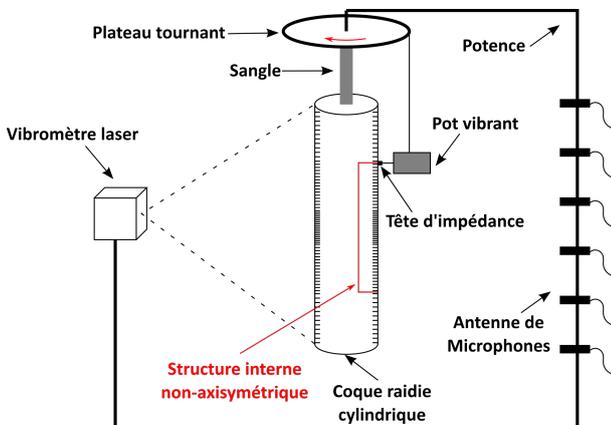


FIGURE 5 – Schéma du dispositif expérimental.

On cherche à déterminer les vibrations radiales sur la surface du cylindre ainsi que la pression rayonnée, pour les deux configurations, c'est-à-dire avec et sans structure interne non-axisymétrique. Les mesures sont effectuées jusqu'à 16 kHz pour le vibromètre et jusqu'à 12,8 kHz pour les microphones et l'accéléromètre de la tête d'impédance. L'excitation est un sinus balayé, et on sort le spectre des fonctions de transfert par rapport à la force, calculés sur 20 moyennes. Afin de pouvoir également exploiter les résultats des vibrations du cylindre dans l'espace des nombres d'ondes, on définit un maillage pour le vibromètre laser en fonction du nombre d'onde d'échantillonnage k_e tel que $k_e = 2k_f$, où k_f est le nombre d'onde de flexion à la fréquence maximale f_{max} dans une plaque équivalente (en

acier, d'épaisseur $h = 1,5$ mm) :

$$k_f = \left(\frac{2\pi f_{max}}{h} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)\rho_s}{E}} \right)^{1/2} \quad (3)$$

On en déduit la distance maximale entre deux points d_{max} par :

$$d_{max} = \frac{2\pi}{k_e} \quad (4)$$

L'application numérique donne $d_{max} = 15$ mm. On définit donc une ligne de balayage composée de 101 points le long du cylindre. L'angle maximum θ_{max} entre deux mesures, est donné selon le même critère par :

$$\theta_{max} = \frac{2\pi}{k_e R} \quad (5)$$

avec R le rayon du cylindre. L'application numérique donne $\theta_{max} = 9^\circ$. Le système étant symétrique, les mesures sur un demi-tour (entre 0 et 180°, en plaçant l'excitation à 0°) suffisent. La manipulation consiste donc en 21 balayages linéiques, entre lesquels on fait pivoter le système de 9°.

3 Influence de la structure interne

3.1 Réponses fréquentielles

La vitesse quadratique moyenne est définie par la formule suivante :

$$\langle V \rangle^2 = \frac{1}{S} \int_{x=0}^L \int_{\theta=0}^{2\pi} |v(x, \theta)|^2 dx d\theta \quad (6)$$

avec v la vitesse radiale en un point et $S = 2\pi RL$ la surface extérieure du cylindre. Sur la Fig. 6, cette grandeur est tracée en fonction de la fréquence pour le cas axisymétrique. On se restreint à la gamme de fréquences entre 0 et 2500 Hz afin de pouvoir bien observer les pics de résonances. En observant les cartographies des vitesses aux pics de résonance dans cette gamme de fréquence, on remarque que les modes circonférentiels apparaissent par paquets. Ceci est lié à une fréquence de coupure en-dessous de laquelle les ordres circonférentiels ne peuvent pas apparaître, comme démontré dans [15]. Le mode de respiration $n = 0$ apparaît plus haut en fréquence, lorsqu'on est à la fréquence d'anneau. Cette réponse permet également de donner des éléments qualitatifs sur le nombre de fréquences de résonance dans la bande considérée, qui est faible par rapport aux nombres de fréquences de résonance pour la structure interne seule (cf. Fig. 3).

On trace sur la Fig. 7 la comparaison de la vitesse quadratique moyenne pour les deux cas avec et sans structure interne non-axisymétrique. De manière générale, le niveau de vibration est légèrement plus faible dans le cas non-axisymétrique, en particulier au-dessus de 500 Hz. La coque et la structure interne ont la même épaisseur et sont composées du même matériau. On peut donc dire que l'impédance est adaptée entre les deux sous-systèmes. D'autre part, on a vu que la densité modale du plancher est plus importante que celle de la coque. Ainsi, on s'attend à un effet d'amortissement apparent dû à la présence de la structure interne [16, 17]. De plus, on remarque l'apparition de nouvelles résonances, en particulier entre 200 et 500 Hz, qui sont directement liées à celles du plancher (cf. Fig. 3).

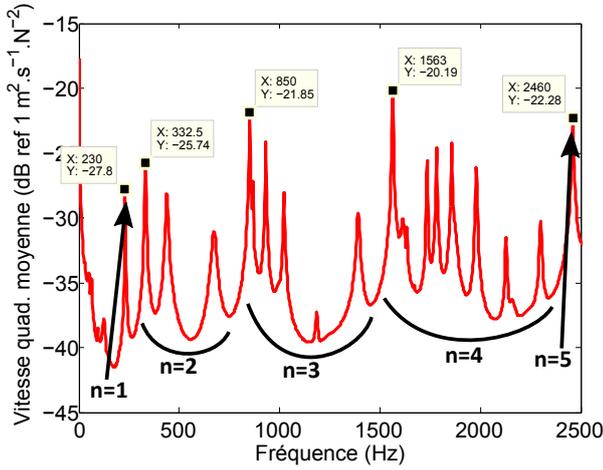


FIGURE 6 – Vitesse quadratique moyenne en fonction de la fréquence pour le cylindre raidi axisymétrique.

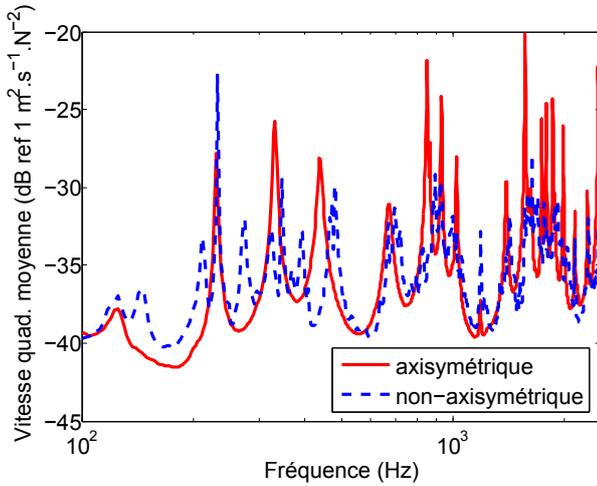


FIGURE 7 – Comparaison de la vitesse quadratique moyenne en fonction de la fréquence pour les deux configurations.

D'autre part, une estimation de la puissance acoustique a été faite en intégrant la pression mesurée à l'aide des microphones sur une surface cylindrique virtuelle autour du système. Il est important de noter que cette surface virtuelle n'englobe pas totalement le cylindre, dans la mesure où aucun microphone n'a été placé au-dessus ou en-dessous du cylindre. Ainsi, les ondes acoustiques se propageant dans ces directions n'ont pas été mesurées, et les réflexions sur le sol n'ont pas pu être estimées. Cependant, comme notre étude s'intéresse à l'influence de la structure interne, cette estimation permet tout de même d'apporter des éléments sur le rayonnement acoustique de la structure. En particulier, on définit l'efficacité de rayonnement de la structure, par le rapport entre la puissance rayonnée W et la puissance rayonnée par un cylindre de surface S vibrant uniformément à la vitesse radiale V_0 :

$$\sigma = \frac{W}{\rho_0 c_0 S V_0^2} \quad (7)$$

avec $\rho_0 = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$ la densité de l'air environnant et $c_0 = 340 \text{ m.s}^{-1}$ la célérité du son dans l'air. On trace cette quantité en fonction de la fréquence pour les deux configurations sur la Fig. 8. Conformément aux attentes, on voit que les structures rayonnent peu efficacement

sous la fréquence de coïncidence et que l'efficacité de rayonnement s'approche de 1 (0 dB) au-dessus de la fréquence de coïncidence. Le fait que l'efficacité a tendance à augmenter encore au-delà de 10 kHz peut vraisemblablement être imputé aux réflexions sur le sol rigide qui augmentent l'estimation de la puissance rayonnée. D'autre part, la comparaison des deux configurations montre que la structure interne non-axisymétrique a tendance à augmenter l'efficacité de rayonnement sous la fréquence de coïncidence, amenant jusqu'à 6 dB de différence pour certaines fréquences. Dans la prochaine section, on va s'intéresser aux cartographies de vitesse dans l'espace réel et dans l'espace des nombres d'ondes pour une fréquence choisie, afin d'expliquer ce phénomène.

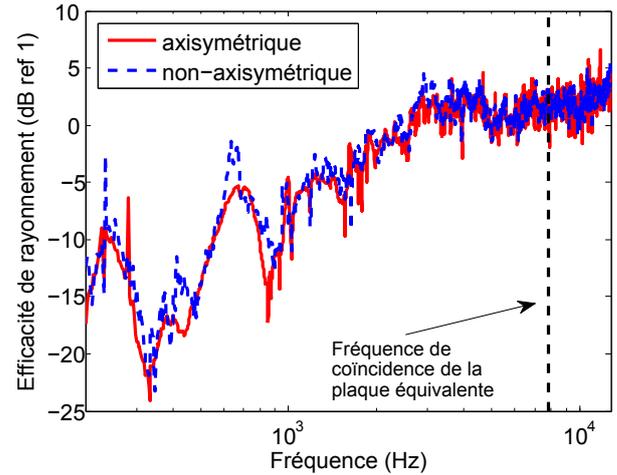


FIGURE 8 – Comparaison de l'efficacité de rayonnement en fonction de la fréquence pour les deux configurations.

3.2 Cartographies

On représente sur la Fig. 9 les cartographies de déplacement sur la surface du cylindre à $f = 1980 \text{ Hz}$, en fonction de la coordonnée θ en abscisse et x en ordonnée, pour les deux configurations. Cette fréquence a été choisie car elle présente des modes clairement visibles dans le cas axisymétrique, et une augmentation de l'efficacité de rayonnement est mesurée après l'ajout de la structure interne non-axisymétrique. Sur cette représentation, l'excitation est placée en $\theta = 0$ et $x = 1,195$. On peut voir une tache de faibles niveaux, due à la présence du pot vibrant qui empêche le laser de balayer la surface du cylindre à cet endroit. Dans le cas axisymétrique, on observe le mode $(m, n) = (8, 4)$ avec m l'indice modal longitudinal et n l'ordre circonférentiel. La présence de la structure interne fait baisser le niveau global vibratoire à cette fréquence et modifie significativement la cartographie des vitesses.

Une transformée de Fourier 2D permet de représenter les vitesses dans l'espace des nombres d'onde (k_x, k_θ) :

$$\tilde{v}(k_x, k_\theta) = \int_{x=0}^L \int_{\theta=0}^{2\pi} v(x, \theta) e^{-j(k_x x + k_\theta \theta)} dx d\theta \quad (8)$$

En pratique, on dispose des données sur un maillage, et l'intégrale de l'équation précédente est donc la somme de tous les termes aux points du maillage. Le choix du maillage dans l'espace réel détermine les domaines de calcul dans l'espace des nombres d'ondes [18]. On a déjà vu, Eq. (4)

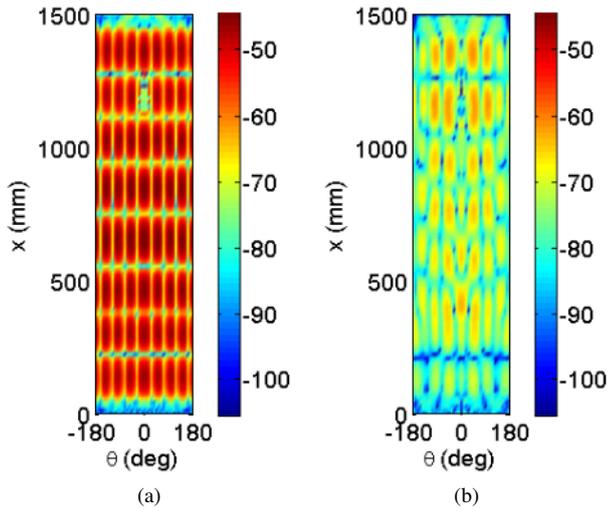


FIGURE 9 – Cartographie des vitesses radiales sur la surface du cylindre à 1980 Hz. (a) Cas axisymétrique. (b) Cas non-axisymétrique.

et (5) que le nombre d'onde maximal pouvant être calculé est lié à la résolution du maillage dans l'espace réel. De manière similaire, la résolution dans l'espace des nombres d'ondes δk_x et δk_θ est liée aux maxima des grandeurs dans l'espace réel par :

$$\delta k_x = \frac{2\pi}{L} \quad (9)$$

$$\delta k_\theta = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \quad (10)$$

Le système étant 2π -périodique, on a $\tilde{v}(k_x, k_\theta) = 0$ pour $k_\theta \notin \mathbb{Z}$. Les cartographies des vitesses à $f = 1980$ Hz sont présentées pour les deux configurations sur la Fig. 10. Dans chaque cas, l'amplitude a été normée par rapport à la plus haute valeur afin de mieux pouvoir comparer la répartition des vitesses dans l'espace des nombres d'onde. Pour le cas axisymétrique, on y retrouve les maxima d'amplitudes aux nombres d'ondes correspondant aux nombres d'onde modaux. On remarque qu'un ordre circonférentiel est prépondérant dans ce cas ($k_\theta = 4$). Dans le cas non-axisymétrique, on remarque que plusieurs ordres circonférentiels interviennent dans la réponse de la structure. Si on décompose le problème sur une base modale, ceci est équivalent à dire que la non-axisymétrie tend à coupler les ordres circonférentiels [7].

On trace en blanc le cercle acoustique défini par :

$$\left(\frac{k_\theta}{R}\right)^2 + k_x^2 = \left(\frac{2\pi f}{c_0}\right)^2 \quad (11)$$

Uniquement les composantes du champ vibratoire contenues dans ce cercle contribuent au rayonnement en champ lointain [19]. On remarque que ces composantes ont un niveau plus élevé dans le cas non-axisymétrique. Ceci permet de dire que la structure rayonne plus efficacement et permet d'expliquer la différence de 3 dB qu'il y a entre les deux courbes de la Fig. 8 à 1980 Hz. Cette fréquence a été choisie pour illustrer les propos, mais ce phénomène peut être observé à d'autres fréquences où la structure interne non-axisymétrique fait augmenter l'efficacité de rayonnement.

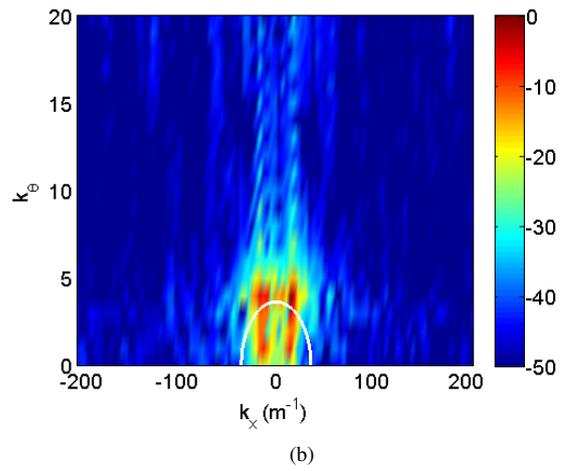
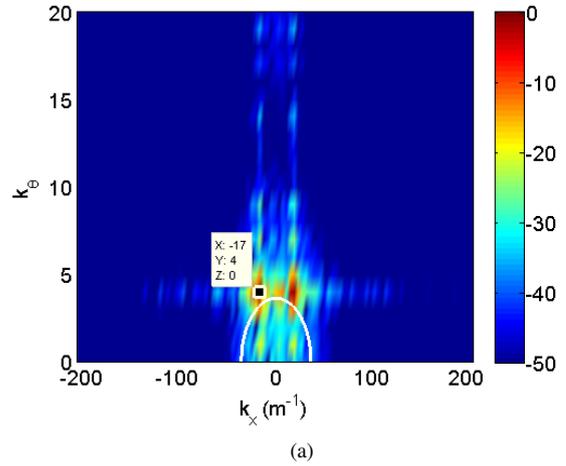


FIGURE 10 – Cartographie des vitesses radiales dans l'espace des nombres d'onde sur la surface du cylindre à 1980 Hz. Echelle de couleurs : niveau des vitesses vibratoires normalisées en dB. (a) Cas axisymétrique. (b) Cas non-axisymétrique.

4 Discussions et conclusion

À travers des mesures de vitesses et de pression sur deux configurations, on a montré l'influence d'une structure interne non-axisymétrique sur le comportement vibro-acoustique d'une coque raidie cylindrique. Des tendances observées numériquement au préalable dans le cas immergé [14] ont ainsi pu être vérifiées expérimentalement *in vacuo*. En effet, l'introduction de structures non-axisymétriques a tendance à faire intervenir plus d'ordres circonférentiels et ainsi augmenter l'efficacité de rayonnement, en particulier sous la fréquence de coïncidence. D'autre part, du fait de l'adaptation d'impédance et de la densité modale importante de la structure interne, un effet de lissage est observé sur la réponse fréquentielle par rapport au cas sans structure interne.

Les résultats ayant été extraits dans l'espace des nombres d'onde, l'une des perspectives de cette étude consiste à extraire les courbes de dispersion du système dans les deux configurations afin de mieux comprendre l'influence de la structure interne sur la propagation des ondes structurelles. D'autre part, il est envisagé de confronter les résultats expérimentaux obtenus dans cette étude à des simulations numériques par la méthode CTF.

Remerciements

Ces travaux ont été financés par DCNS et réalisés dans le cadre du LabEx CeLyA de l'université de Lyon (ANR-10-LABX-0060/ANR-11-IDEX-0007). Les auteurs remercient la DGA technique navale pour le prêt de la maquette, Patrick Blachier pour la construction et la mise en place du dispositif expérimental, et Céline Sandier, Kerem Ege et Quentin Leclère pour leurs conseils sur l'utilisation des moyens de mesure.

Références

- [1] A. W. Leissa. *Vibration of shells*, volume 288. Scientific and Technical Information Office, National Aeronautics and Space Administration Washington, DC, USA, 1973.
- [2] A. M. J. Al-Najafi and G. B. Warburton. Free vibration of ring-stiffened cylindrical shells. *Journal of Sound and Vibration*, 13(1) :9–25, 1970.
- [3] M. S. Qatu. Recent research advances in the dynamic behavior of shells : 1989–2000, part 2 : homogeneous shells. *Applied Mechanics Reviews*, 55(5) :415–434, 2002.
- [4] M. R. Peterson and D. E. Boyd. Free vibrations of circular cylinders with longitudinal, interior partitions. *Journal of Sound and Vibration*, 60(1) :45–62, 1978.
- [5] J. Missaoui and L. Cheng. Vibroacoustic analysis of a finite cylindrical shell with internal floor partition. *Journal of Sound and Vibration*, 226(1) :101–123, 1999.
- [6] Y.-S. Lee and M.-H. Choi. Free vibrations of circular cylindrical shells with an interior plate using the receptance method. *Journal of Sound and Vibration*, 248(3) :477–497, 2001.
- [7] E. Rebillard, B. Laulagnet, and J.-L. Guyader. Influence of an embarked spring-mass system and defects on the acoustical radiation of a cylindrical shell. *Applied Acoustics*, 36(2) :87–106, 1992.
- [8] J. D. Achenbach, J. Bjarnason, and T. Igusa. Effect of a vibrating substructure on acoustic radiation from a cylindrical shell. *Journal of Vibration and Acoustics*, 114(3) :312–318, 1992.
- [9] D. M. Photiadis, B. H. Houston, E. G. Williams, and J. A. Bucaro. Resonant response of complex shell structures. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 108(3) :1027–1035, 2000.
- [10] M. H. Marcus and B. H. Houston. The effect of internal point masses on the radiation of a ribbed cylindrical shell. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 112(3) :961–965, 2002.
- [11] H. Peters, R. Kinns, and N. J. Kessissoglou. Effects of internal mass distribution and its isolation on the acoustic characteristics of a submerged hull. *Journal of Sound and Vibration*, 333(6) :1684–1697, 2014.
- [12] Chenyang Li, Jinpeng Su, Jian Wang, and Hongxing Hua. Effects of symmetrical foundation on sound radiation from a submarine hull structure. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 138(5) :3195–3201, 2015.
- [13] M. M. Ettouney, R. P. Daddazio, and N. N. Abboud. The interaction of a submerged axisymmetric shell and three-dimensional internal systems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37(17) :2951–2970, 1994.
- [14] V. Meyer, L. Maxit, J.-L. Guyader, and T. Leissing. Prediction of the vibroacoustic behavior of a submerged shell with non-axisymmetric internal substructures by a condensed transfer function method. *Journal of Sound and Vibration*, 360 :260–276, 2016.
- [15] J. Van de Loock. *Étude de la source de rayonnement acoustique des résonances générées dans une coque cylindrique partiellement immergée. Application au domaine de l'éolien offshore*. PhD thesis, Université du Havre, 2015.
- [16] A. D. Pierce. Resonant-frequency-distribution of internal mass inferred from mechanical impedance matrices, with application to fuzzy structure theory. *Journal of vibration and acoustics*, 119(3) :324–333, 1997.
- [17] C. Soize. Probabilistic structural modeling in linear dynamic analysis of complex mechanical systems, I-theoretical elements. *La Recherche Aérospatiale (English edition)*, 5 :Pages–23, 1986.
- [18] L. Maxit. Wavenumber space and physical space response of a periodically ribbed plate to a point drive : A discrete approach. *Applied Acoustics*, 70 :563–578, 2009.
- [19] E. G. Williams, B. H. Houston, and J. A. Bucaro. Experimental investigation of the wave propagation on a point-driven, submerged capped cylinder using k-space analysis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 87(2) :513–522, 1990.