

# CFA/VISHNO 2016

## **Propagation Acoustique au-dessus d'un Sol d'Impédance Spatialement Variable**

D. Dagna et P. Blanc-Benon

LMFA UMR 5509 , Ecole Centrale Lyon, 36 avenue Guy de Collongue, 69130 Ecully,  
France

[didier.dagna@ec-lyon.fr](mailto:didier.dagna@ec-lyon.fr)



LE MANS

L'influence des variations spatiales de l'impédance de surface du sol sur la propagation acoustique est étudiée. De nombreux travaux dans la littérature se sont intéressés au cas d'une discontinuité d'impédance mais le cas d'une variation spatiale a été peu traité. Récemment, des mesures sur site extérieur ont été présentées dans Guillaume et al. (App. Acous. 95, 2015). Il a été montré que les variations spatiales des paramètres de l'impédance de surface du sol peuvent être notables et induire des variations sur les niveaux de pression. Dans ce travail, une solution analytique est proposée pour une amplitude faible de variation spatiale de l'impédance. Tout d'abord, le cas d'un profil d'impédance connu est traité. Une validation de la solution analytique est effectuée avec une solution numérique, obtenue à partir de la résolution des équations d'Euler linéarisées. Ensuite, le cas où seulement des propriétés statistiques de l'admittance sont connues est considéré. Des premiers résultats de solution numérique sont présentés.

## 1 Introduction

L'atténuation d'une onde acoustique lors de sa réflexion sur un sol est généralement modélisée avec la notion d'impédance de surface. Dans les modèles analytiques ou heuristiques actuels en propagation extérieure, l'impédance de surface du sol est considérée constante sur le domaine de calcul ou au mieux constante par morceaux. En réalité, celle-ci varie spatialement, ce qui est dû à des inhomogénéités locales du sol ou aux effets de rugosité. Des mesures récentes présentées dans Guillaume *et al.* [1] ont permis de quantifier les variations spatiales de l'impédance d'un sol naturel (plus exactement des paramètres d'un modèle d'impédance de surface). Les mesures ont été effectuées le long d'une ligne de 50 m à des points espacés entre 3 et 4 m. Les variations spatiales de ces paramètres étaient importantes avec des écart-types compris entre 5% et 30% pour différents types de sols.

L'objectif de cet article est de quantifier les variations des niveaux de pression dues à des variations spatiales de l'admittance. On se propose pour cela de développer une solution analytique pour la propagation acoustique d'ondes émises par une ligne source au-dessus d'un sol plan tout d'abord pour lequel le profil d'admittance est connu le long du chemin de propagation et ensuite pour lequel on ne connaît que les propriétés statistiques de profil d'admittance. Même si la littérature est nombreuse pour le cas d'une discontinuité d'impédance, l'étude de la propagation au-dessus d'un sol à admittance variable a été peu traitée. On peut citer notamment les travaux de Watson et Keller [2, 3]. Plus récemment, Ostashev *et al.* [4] ont considéré le problème proche de la propagation au-dessus d'un sol avec une admittance constante et aléatoire.

L'article est constitué de deux parties. Dans la section 2, une solution analytique pour la propagation acoustique au-dessus d'un sol plan à admittance variable est obtenue à l'aide de la méthode des petites perturbations. Une comparaison avec une solution numérique des équations d'Euler linéarisées est effectuée pour un profil d'admittance sinusoïdal. Dans la section 3, le cas d'une admittance aléatoire est traité. Une solution analytique pour la fonction de Green moyenne est développée. Des premiers résultats numériques pour le cas d'une fonction de corrélation gaussienne de l'admittance sont présentés.

## 2 Variation d'admittance connue

### 2.1 Solution analytique

Dans cette partie, on recherche la fonction de Green pour le problème de la propagation acoustique au-dessus d'un sol

plan à admittance spatialement variable.

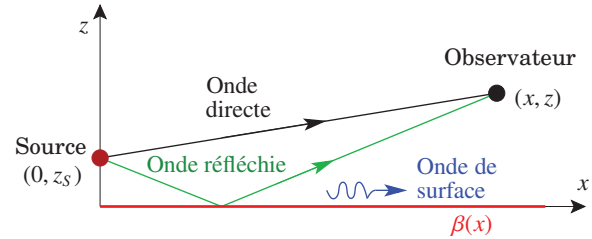


FIGURE 1 – Schéma de la géométrie considérée.

En notant  $\mathbf{r}_0 = (x_0, z_0)$  et  $\mathbf{r} = (x, z)$ , la position de la source et de l'observateur, la fonction de Green vérifie l'équation d'Helmholtz :

$$(\Delta + k_0^2)G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (1)$$

où  $k_0 = \omega/c_0$  est le nombre d'onde, ainsi que la condition de rayonnement à l'infini et la condition d'admittance au sol :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + ik_0\beta(x)\right)G(x, z = 0, \mathbf{r}_0) = 0, \quad (2)$$

avec  $\beta(x) = \langle\beta\rangle + \beta'(x)$ , où  $\langle\rangle$  représente l'opérateur moyenne et où  $\beta'$  représente la fluctuation d'admittance et est de moyenne nulle. On va chercher cette solution à l'aide de la méthode des perturbations. La solution de référence correspond à la fonction du Green pour le problème de la propagation acoustique au-dessus d'un sol plan d'admittance constante et de valeur  $\langle\beta\rangle$ . Celle-ci vérifie donc l'équation d'Helmholtz, la condition de rayonnement à l'infini et la condition aux limites :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + ik_0\langle\beta\rangle\right)G_0(x, z = 0, \mathbf{r}_0) = 0. \quad (3)$$

En appliquant le théorème de Green :

$$\int_V [G\Delta G_0 - G_0\Delta G] dV = \int_{\partial V} \left(G\frac{\partial G_0}{\partial n} - G_0\frac{\partial G}{\partial n}\right) dS \quad (4)$$

sur le demi-plan  $z \geq 0$ , on obtient l'équation :

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) - ik_0 \int_{-\infty}^{+\infty} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)\beta'(x_1)G(\mathbf{r}_1 = 0, \mathbf{r}_0)dx_1, \quad (5)$$

où  $\mathbf{r}_1 = (x_1, z_1 = 0)$ . On introduit maintenant les transformées de Fourier spatiales :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)e^{-ikx}dx = \hat{G}(k, x_0, z, z_0), \quad (6)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)e^{-ikx}dx = \hat{G}_0(k, z, z_0)e^{-ikx_0}, \quad (7)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \beta'(x)e^{-ikx}dx = \hat{\beta}'(k), \quad (8)$$

avec l'expression :

$$\hat{G}_0(k, z, z_0) = \frac{1}{2i\alpha} \left[ e^{i\alpha|z-z_0|} + R_0(k)e^{i\alpha(z+z_0)} \right], \quad (9)$$

où  $R_0(k)$  est le coefficient de réflexion en ondes planes :

$$R_0(k) = \frac{\alpha - k_0 \langle \beta \rangle}{\alpha + k_0 \langle \beta \rangle} \quad (10)$$

et  $\alpha = \sqrt{k_0^2 - k^2}$ . En prenant la transformée de Fourier de l'Eq. (5), on obtient ainsi :

$$\hat{G}(k, x_0, z, z_0) = \hat{G}_0(k, z, z_0)e^{-ikx_0} - ik_0\hat{G}_0(k, z, z_1 = 0) \times \int_{-\infty}^{+\infty} \beta'(x_1)G(x_1, z_1 = 0, x_0, z_0)e^{-ikx_1} dx_1, \quad (11)$$

$$= \hat{G}_0(k, z, z_0)e^{-ikx_0} - \frac{ik_0}{2\pi}\hat{G}_0(k, z, z_1 = 0) \times \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\beta}'(k')\hat{G}(k-k', z_1 = 0, x_0, z_0)dk'. \quad (12)$$

La fonction de Green du problème est donc donnée par l'équation intégrale ci-dessus. Notons que contrairement au cas de la propagation au-dessus d'une sol plan homogène, la solution n'est pas invariante par translation du couple source-observateur. Afin d'obtenir une approximation de celle-ci pour des faibles variations spatiales de l'admittance, on va chercher la solution sous forme perturbative de la solution sans variation spatiale de l'admittance :

$$\hat{G}(k, x_0, z, z_0) = \hat{G}_0(k, z, z_0)e^{-ikx_0} + \hat{G}_1(k, x_0, z, z_0) + \dots, \quad (13)$$

avec le premier terme correctif donné par

$$\hat{G}_1(k, x_0, z, z_0) = -\frac{ik_0}{2\pi}\hat{G}_0(k, z, z_1 = 0) \times \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\beta}'(k')\hat{G}_0(k-k', z_1 = 0, z_0)e^{-i(k-k')x_0} dk', \quad (14)$$

$$= \frac{ik_0}{2\pi} \frac{e^{i\alpha z - ikx_0}}{\alpha + k_0 \langle \beta \rangle} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\beta}'(k') \frac{e^{i\alpha(k-k')z_0 + ik'x_0}}{\alpha(k-k') + k_0 \langle \beta \rangle} dk'. \quad (15)$$

Ce résultat peut aussi être obtenu en suivant la méthode proposée par Watson et Keller [2]. Les termes correctifs obtenus ici diffèrent de ceux de Watson et Keller [2], notamment car la méthode des petites perturbations utilise comme solution de référence la fonction de Green pour le problème de la propagation au-dessus d'un sol parfaitement réfléchissant. Cela revient à donc considérer  $\langle \beta \rangle = 0$ . Notons néanmoins dans ce-cas là que la partie réelle de l'admittance est localement négative, ce qui n'est pas physique pour un sol naturel.

## 2.2 Comparaison avec une solution numérique pour une variation sinusoidale

Considérons maintenant le cas d'une admittance variant sinusoidalement en espace autour d'une valeur moyenne  $\langle \beta \rangle$  avec un écart-type  $\sigma_\beta$  et un nombre d'onde  $k_i$  :

$$\beta(x) = \langle \beta \rangle + \sqrt{2}\sigma_\beta \sin(k_i x + \phi). \quad (16)$$

Le spectre des fluctuations spatiales s'écrit :

$$\hat{\beta}'(k) = i\sqrt{2}\pi\sigma_\beta \left[ \delta(k+k_i)e^{-i\phi} - \delta(k-k_i)e^{i\phi} \right]. \quad (17)$$

L'intérêt principal de cette variation sinusoidale est que son spectre ne fait intervenir que des fonctions généralisées de Dirac, qui permettent d'éviter le calcul du produit de convolution. À partir de l'Eq. (15), on obtient le terme correctif au premier ordre :

$$\hat{G}_1(k, x_0, z, z_0) = -\frac{k_0\sigma_\beta}{\sqrt{2}} \frac{e^{i\alpha z - ikx_0}}{\alpha + k_0 \langle \beta \rangle} \times \left[ \frac{e^{i\alpha^+ z_0 - ik_i x_0}}{\alpha^+ + k_0 \langle \beta \rangle} e^{-i\phi} - \frac{e^{i\alpha^- z_0 + ik_i x_0}}{\alpha^- + k_0 \langle \beta \rangle} e^{i\phi} \right]. \quad (19)$$

avec  $\alpha^- = \alpha(k - k_i)$  et  $\alpha^+ = \alpha(k + k_i)$ . Les termes correctifs suivants s'obtiennent de la même manière.

Dans cette partie, on valide la solution obtenue précédemment pour des petites variations de l'admittance avec une solution numérique obtenue par résolution directe des équations d'Euler linéarisées. On utilise pour cela un modèle d'admittance d'une couche poreuse d'épaisseur  $d$  sur une surface rigide :

$$\langle \beta \rangle = \beta_c \tanh(-ik_c d) \quad (20)$$

où  $\beta_c$  est l'admittance caractéristique du sol et  $k_c$  la constante de propagation dans le sol. Ces deux caractéristiques sont données par le modèle d'admittance d'Hamet et Bérengier :

$$\beta_c = \frac{\Omega}{q} \sqrt{\frac{-i\omega(\omega_3 - i\omega)}{(\omega_1 - i\omega)(\omega_2 - i\omega)}}, \quad (21)$$

$$k_c = \frac{\omega q}{c_0} \sqrt{\frac{(\omega_1 - i\omega)(\omega_3 - i\omega)}{-i\omega(\omega_2 - i\omega)}}, \quad (22)$$

avec  $\omega_1 = \sigma_0\Omega/(\rho_0 q^2)$ ,  $\omega_2 = \sigma_0/(\rho_0 \text{Pr})$  et  $\omega_3 = \gamma\sigma_0/(\rho_0 \text{Pr})$  où  $\Omega$  et  $q$  sont la porosité et la tortuosité du sol prises égales à 1 par la suite et  $\text{Pr} = 0.7$  est le nombre de Prandtl. La résistivité au passage de l'air  $\sigma_0$  est fixée à 100 kPa s m<sup>-2</sup> et deux épaisseurs sont considérées : dans le premier cas,  $d = \infty$ , ce qui correspond à un sol semi-infini et dans le second cas,  $d = 0.01$  m. Pour la partie fluctuante de l'admittance, on choisit un écart type  $\sigma_\beta = 0.1 \langle \beta \rangle$ . Les paramètres du profil sinusoidal dans l'Eq. (16) sont  $\phi = 0$  et  $k_i = 2\pi/10$  m<sup>-1</sup>.

Le code de résolution utilisé est présenté dans [5]. La source est située en  $(x_0 = 0, z_0 = 1)$  m. Le domaine numérique a pour taille  $[-5 \text{ m}; 205 \text{ m}] \times [0; 20 \text{ m}]$ . Le maillage a un pas constant  $\Delta x = \Delta z = 0.05$  m dans les directions  $x$  et  $z$ . Le pas de temps  $\Delta t$  est choisi de telle sorte que le nombre de Courant-Friedrichs-Lewy défini par  $\text{CFL} = c_0\Delta t/\Delta x$  soit égal à 0.25. Environ 19 000 itérations temporelles sont réalisées.

La solution analytique est obtenue à partir d'une transformée de Fourier inverse :

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{G}(k, x_0, z, z_0)e^{ikx} dk. \quad (23)$$

L'intégrale est calculée simplement avec la méthode des trapèzes en tronquant l'intégration sur  $-1.1k_0 < k < 1.1k_0$  et en discrétisant avec 100000 points.

Les comparaisons entre solution numérique et solutions analytiques sont représentées sur la figure 2, pour les deux modèles d'admittance considérés et pour un observateur en  $x = 200$  m et  $z = 5$  m. Pour un sol semi-infini, on peut observer que l'influence d'une variation de l'admittance est minime. L'écart entre le niveau de pression pour un



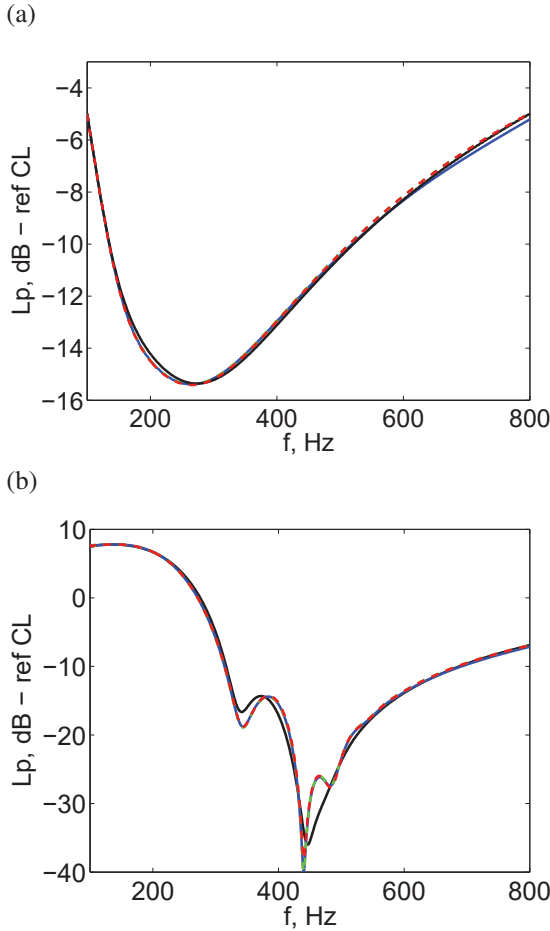


FIGURE 2 – Niveau de pression acoustique relatif au champ libre pour un observateur en  $x = 200$  et  $z = 5$  m en fonction de la fréquence (a) pour un sol semi-infini et (b) pour une couche poreuse d'épaisseur  $d = 0.01$  m : (en noir) solution analytique pour un sol homogène d'admittance  $\langle\beta\rangle$ , (en bleu) solution numérique pour un sol à admittance variable, solution analytiques avec la méthode des petites perturbations (en tirets rouge) au premier ordre et (en tirets verts) au second ordre.

sol homogène et pour un sol à admittance variable n'est seulement que de 0.3 dB. Notons néanmoins que la solution analytique obtenue avec la méthode des petites perturbations au premier ordre est en très bon accord avec la solution numérique et que dans ce cas, elle diffère très peu de celle au second ordre. Pour une couche poreuse d'épaisseur  $d = 0.01$  m, les écarts entre les niveaux de pression pour un sol homogène et pour un sol à admittance variable sont notables. Ainsi, ils peuvent atteindre 5 dB pour une fréquence de 500 Hz. Pour des fréquences inférieures à 200 Hz et supérieures à 600 Hz, les niveaux de pression sont cependant similaires. On note là encore le bon accord entre solution numérique et solution analytique pour le cas d'une admittance variable au premier ordre. La correction de second ordre permet cependant d'améliorer l'accord autour du creux d'interférence pour une fréquence de 450 Hz.

### 3 Variation d'admittance aléatoire

En pratique, il est sans doute impossible de connaître précisément la distribution spatiale de l'admittance. Des valeurs statistiques décrivant la distribution de l'admittance

telle la valeur moyenne et l'écart type peuvent par contre être obtenues à partir de mesures, comme cela a déjà été fait dans Guillaume *et al.* [1]. On cherche donc ici à caractériser le champ de pression résultant pour une admittance qui n'est pas connue en tout point mais dont la distribution statistique est connue. On note  $R(x, r) = \langle\beta'(x)\beta'(x+r)\rangle$  la fonction de corrélation de l'admittance entre deux points en  $x$  et  $x+r$ . On supposera ici que la distribution de l'admittance est homogène si bien que la corrélation entre deux points ne dépend que de leur écart  $r$  soit  $R(x, r) = R(r)$ . Plusieurs grandeurs sont intéressantes. La première est la fonction de Green moyenne qui permet d'estimer la pression acoustique attendue en moyenne. En pratique, on mesure cependant plus couramment la densité spectrale de puissance de la pression acoustique que directement la pression acoustique. La grandeur intéressante est alors  $I = GG^*$ , où \* signifie le complexe conjugué, que l'on appellera par abus de langage l'intensité. On cherchera alors à obtenir la valeur moyenne de l'intensité  $\langle I \rangle$ . La dernière grandeur importante est l'écart-type  $\sigma_I = \sqrt{\langle(I - \langle I \rangle)^2\rangle}$ , qui renseigne sur la dispersion des niveaux sonores autour de la valeur moyenne et qui indique aussi l'incertitude attendue sur les niveaux sonores.

#### 3.1 Solution analytique pour la fonction de Green moyenne

Afin d'obtenir la valeur moyenne de la fonction de Green  $\langle G \rangle$ , différentes méthodes peuvent être utilisées. On pourrait ainsi moyenner directement la solution analytique obtenue avec la méthode des petites perturbations à l'Eq. (13). On voit ainsi que le premier terme correctif ne contribue pas à la valeur moyenne, car  $\langle\beta'\rangle = 0$ , ce qui est aussi observé pour le cas de la propagation au-dessus d'un sol rugueux. Cependant, les termes correctifs suivants permettant de prendre les interactions multiples sont relativement lourds à écrire dans le cas général.

Une des méthodes couramment utilisée pour les problèmes de propagation en milieu aléatoire ou avec des frontières aléatoires est la méthode des diagrammes de Feynman. Elle a été employée pour la propagation dans un milieu turbulent (par exemple dans [6]) ou au-dessus d'une paroi plane rugueuse (par exemple dans [7]). On montre que  $\langle G \rangle$  vérifie l'équation de Dyson :

$$\langle G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \rangle = G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) + \iint_{-\infty}^{+\infty} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) M(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \langle G(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_0) \rangle dx_1 dx_2, \quad (24)$$

où l'opérateur de masse  $M$  est donné avec l'approximation de Bourret par :

$$M(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -k_0^2 R(x_2 - x_1) G_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2). \quad (25)$$

On obtient donc :

$$\langle G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \rangle = G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) + k_0^2 \iint_{-\infty}^{+\infty} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \times R(x_2 - x_1) G_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \langle G(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_0) \rangle dx_1 dx_2. \quad (26)$$

Comme précédemment, on se place dans l'espace de Fourier. Du fait de l'homogénéité de l'admittance, la fonction de

Green du problème ne dépend suivant  $x$  aussi que de l'écart entre la source et le récepteur et non pas de leurs positions absolues. On écrit donc :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \langle G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \rangle e^{-ikx} dx = \langle \hat{G}(k, z, z_0) \rangle e^{-ikx_0}. \quad (27)$$

On introduit aussi la transformée de Fourier de la fonction de corrélation :

$$W(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(r) e^{-ikr} dr. \quad (28)$$

En prenant la transformée de Fourier suivant  $x$  de l'Eq. (26) et après des calculs non détaillés ici, on arrive à la relation :

$$\begin{aligned} \langle \hat{G}(k, z, z_0) \rangle &= \hat{G}_0(k, z, z_0) + \\ &\frac{k_0^2}{2\pi} \hat{G}_0(k, z, z_1 = 0) \langle \hat{G}(k, z_2 = 0, z_0) \rangle \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} W(k') \hat{G}_0(k - k', z_1 = 0, z_2 = 0) dk'. \end{aligned} \quad (29)$$

On cherche maintenant  $\langle \hat{G}(k, z, z_0) \rangle$  sous la forme :

$$\langle \hat{G}(k, z, z_0) \rangle = \frac{1}{2i\alpha} \left[ e^{i\alpha|z-z_0|} + R_{\langle \rangle}(k) e^{i\alpha(z+z_0)} \right]. \quad (30)$$

En introduisant cette forme dans l'Eq. (29), on obtient un coefficient de réflexion de la forme :

$$R_{\langle \rangle}(k) = \frac{\alpha - k_0 \beta_{\langle \rangle}(k)}{\alpha + k_0 \beta_{\langle \rangle}(k)}, \quad (31)$$

avec une admittance effective :

$$\beta_{\langle \rangle}(k) = \langle \beta \rangle - \frac{k_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{W(k')}{\alpha(k - k') + k_0 \langle \beta \rangle} dk'. \quad (32)$$

Notons, que comme pour le cas d'un sol à réaction étendue, l'admittance effective dépend du nombre d'onde  $k$ , et donc à la fois de la position de la source et de la position du récepteur. Dans le cas où l'observateur est en champ lointain, Faure et al. [8] ont proposé de remplacer le nombre d'onde  $k$  dans l'admittance par  $k_0 \sin \theta$  où  $\theta$  est l'angle d'incidence, ce qui est en accord avec les approches asymptotiques classiques.

Le même type de calcul peut être mené afin de calculer la valeur moyenne de l'intensité, comme cela a par exemple été réalisé pour le cas de la propagation au-dessus d'un sol rugueux [7]. Cependant, les calculs sont assez lourds à mener. La résolution numérique des équations d'Euler linéarisées est aussi bien adapté pour étudier les différentes propriétés statistiques du champ de pression et des résultats préliminaires sont présentés dans la Sec. 3.2.

### Cas d'une variation sinusoïdale

On reprend ici le cas d'une variation sinusoïdale de l'admittance. Dans ce cas, le seul paramètre aléatoire est l'angle  $\phi$  qui renseigne sur la position relative du profil et du couple source-récepteur. En moyennant sur toutes les valeurs possibles de  $\phi$ , on obtient donc la fonction de corrélation :

$$\begin{aligned} R(r) &= \frac{\sigma_\beta^2}{\pi} \int_0^{2\pi} \sin[k_i x + \phi] \sin[k_i(x+r) + \phi] d\phi \\ &= \sigma_\beta^2 \cos(k_i r). \end{aligned} \quad (33) \quad (34)$$

Sa transformée de Fourier s'écrit donc :

$$W(k) = \pi \sigma_\beta^2 [\delta(k + k_i) + \delta(k - k_i)], \quad (35)$$

et on obtient une admittance effective égale à :

$$\beta_{\langle \rangle}(k) = \langle \beta \rangle - \frac{k_0 \sigma_\beta^2}{2} \left[ \frac{1}{\alpha^+ + k_0 \langle \beta \rangle} + \frac{1}{\alpha^- + k_0 \langle \beta \rangle} \right]. \quad (36)$$

On peut montrer dans ce cas-là qu'en moyennant l'Eq. (13) en prenant les deux premiers termes correctifs, on retrouve à l'ordre 2 en  $\sigma_\beta$  la fonction de Green moyenne calculée à partir des Eqs. (30), (31) et (36).

## 3.2 Résultats numériques préliminaires

On présente ici des résultats numériques préliminaires. On reprend le modèle d'admittance moyenne  $\langle \beta \rangle$  précédemment utilisé dans la Sec. 2.2 et on considère une distribution aléatoire des fluctuations d'admittance avec une fonction de corrélation gaussienne pour une longueur de corrélation  $L = 5$  m et pour un écart-type normalisé de 5%, soit  $\sigma_\beta = 0.05 \langle \beta \rangle$ . Les paramètres du calcul sont les mêmes que dans la Sec. 2.2. Un jeu de 50 profils d'admittance sont générés et on calcule les différentes grandeurs statistiques à partir d'une moyenne d'ensemble.

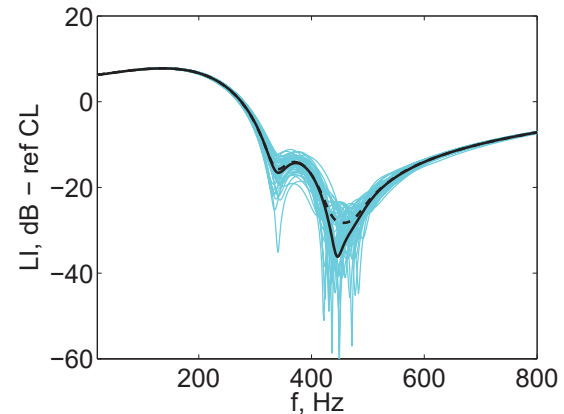


FIGURE 3 – Niveau d'intensité acoustique relatif au champ libre pour un observateur située en  $x = 200$  m et  $z = 5$  m : (en cyan) pour chaque réalisation du profil d'admittance, (en tirets noirs) pour la moyenne d'ensemble et (en ligne pleine noire) pour un sol homogène d'admittance  $\langle \beta \rangle$ .

On représente sur la figure 3 le niveau d'intensité sonore pour un observateur situé en  $x = 200$  m et  $z = 5$  m pour les différentes réalisations du profil d'admittance ainsi que les niveaux moyens et ceux obtenus pour un sol homogène d'admittance  $\langle \beta \rangle$ . On peut noter que les variations sur le niveau sonore sont importantes pour des fréquences comprises entre 200 Hz et 600 Hz. En particulier, le niveau d'intensité sonore moyen est environ 9 dB plus grand autour de l'interférence destructive obtenue pour une fréquence proche de 450 Hz pour un sol homogène. La dispersion est aussi importante puisque les niveaux sonores peuvent prendre des valeurs entre -60 dB et -20 dB suivant la réalisation du profil. En dehors de cet intervalle, le niveau d'intensité moyen est très proche du niveau obtenu pour un sol homogène. La dispersion autour de la valeur moyenne est aussi très faible.

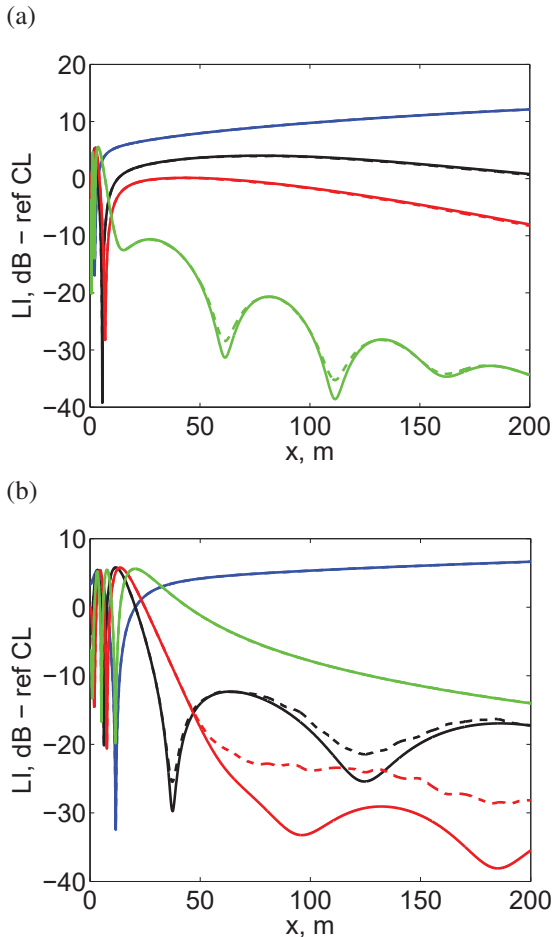


FIGURE 4 – Niveau d'intensité acoustique relatif au champ libre pour une ligne d'observateurs située à une hauteur (a)  $z = 1$  m et (b)  $z = 5$  m pour des fréquences égales à (en bleu) 200 Hz, (en noir) 400 Hz, (en rouge) 450 Hz et (en vert) 600 Hz. Les courbes en pointillés et en ligne pleine représentent respectivement les intensités obtenues par une moyenne d'ensemble et pour un sol homogène d'admittance  $\langle \beta \rangle$ .

On trace maintenant le niveau d'intensité sonore pour une ligne de récepteurs à deux hauteurs et pour différentes fréquences. Pour une hauteur de 1m, les niveaux sonores d'intensité moyenne sont très proches des valeurs obtenues pour un sol homogène. On peut observer des écarts pour les creux d'interférence pour une fréquence de 600 Hz. On peut ainsi observer que les creux sont moins profonds sur le niveau d'intensité moyenne. Puisque l'admittance n'est plus homogène ici, il est en effet attendu que les interférences soient moins marquées. Pour la ligne de récepteurs située à une hauteur de 5 m, l'influence de la variation d'admittance est plus notable. On retrouve pour une fréquence de 400 Hz, le comportement déjà indiqué, c'est-à-dire des interférences destructives moins marquées. Pour une fréquence de 450 Hz, les effets sont remarquables. On observe ainsi que pour une distance à la source supérieure à 50 m le niveau sonore relatif est pratiquement constant et que les interférences qui existaient pour le sol homogène d'admittance  $\langle \beta \rangle$  sont gommées.

## 4 Conclusion

Une première étude sur l'influence des variations spatiales de l'admittance d'un sol naturel sur les niveaux sonores a été menée. Pour un profil d'admittance connu, une solution analytique a été proposée en utilisant la méthode des petites perturbations. Une comparaison du champ de pression avec une solution numérique des équations d'Euler linéarisées a été réalisée pour un profil de variation d'admittance sinusoïdal. Un bon accord a été trouvé sur la bande de fréquence étudiée. Le cas plus important en pratique où seulement les propriétés statistiques des fluctuations d'admittance sont connues a été ensuite abordée. Une solution analytique pour le champ de pression moyen a été proposée et une admittance effective représentant l'absorption moyenne du sol a été obtenue. Des résultats préliminaires de simulations numériques pour des fluctuations d'admittance avec une corrélation gaussienne ont été présentés. Les niveaux sonores ont été comparés à ceux obtenus avec un sol homogène.

Plusieurs perspectives à ce travail peuvent être annoncées. Concernant la partie analytique, une formulation asymptotique pourrait être étudiée pour la fonction de Green moyenne. La valeur moyenne de l'intensité pourrait aussi être obtenue avec le même type de calcul que celui utilisé pour la fonction de Green moyenne. Concernant la partie numérique, une étude des écarts-type de l'intensité serait intéressante et permettrait de quantifier l'incertitude attendue sur le niveau sonore. Enfin, une étude paramétrique pourrait être menée afin d'analyser pour différents types de sols, l'impact des fluctuations d'admittance sur la prévision des niveaux sonores.

## Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein du Labex CeLyA de l'Université de Lyon, géré par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR-10-LABX-0060/ ANR-11-IDEX-0007).

## Références

- [1] Guillaume, G., Faure, O., Gauvreau, B., Junker, F., Bérengier, M., L'Hermite, P., Estimation of impedance model input parameters from in situ measurements : Principles and applications, *Appl. Acoust* **95**, 27-36 (2015).
- [2] Watson, J. G. and Keller, J. B., Reflection, scattering, and absorption of acoustic waves by rough surfaces, *J. Acoust. Soc. Am.* **74**, 1887–1894 (1983).
- [3] Watson, J. G. and Keller, J. B., Rough surface scattering via the smoothing method, *J. Acoust. Soc. Am.* **75**, 1705–1708 (1984).
- [4] Ostashev, V. E., Wilson, D. K., Vecherin, S. N., Effect of randomly varying impedance on the interference of the direct and ground-reflected waves, *J. Acoust. Soc. Am.* **130**, 1844–1850 (2011).
- [5] Dragna, D., Blanc-Benon, P., Poisson, P., Time-domain solver in curvilinear coordinates for outdoor sound propagation over complex terrain, *J. Acoust. Soc. Am.* **133**, 3751-3763 (2013).

- [6] Ostashev, V. E., Wilson, D. K., Acoustics in moving inhomogeneous media, Second edition, *CRC Press*, 298–300 (2016).
- [7] Ishimaru, A., Rockway, J. D., Kuga, Y., Rough surface Green's function based on the first-order modified perturbation and smoothed diagram methods, *Waves Random Media* **10**, 17-31 (2000).
- [8] Faure, O., Gauvreau, B., Junker, F., Lafon, P., Modélisation de sols irréguliers par une impédance effective : application aux méthodes temporelles, *CFA 2014*, 1713-1719, Poitiers, 22-25 avril (2014).