

CFA/VISHNO 2016

**Identification et séparation de source par Holographie
Vibratoire**

C. Chesnais^a, N. Totaro^a, J.-H. Thomas^b et J.-L. Guyader^a

^aLVA - INSA de Lyon, 25 bis, avenue Jean Capelle, 69621 Villeurbanne, France

^bLAUM / ENSIM, Rue Aristote, 72085 Le Mans, France

corentin.chesnais@insa-lyon.fr



LE MANS

La reconstruction de champ source a pour but d'identifier le champ d'excitation en mesurant la réponse du système. Pour l'Holographie acoustique de champ proche (Near-field Acoustic Holography), la réponse du système (pression acoustique rayonnée) est mesurée sur un hologramme bidimensionnel utilisant un réseau de microphones et le champ source (le champ de vitesse acoustique) est reconstruit par une technique de rétro-propagation effectuée dans le domaine des nombres d'ondes. L'objectif des travaux présentés est d'utiliser le même type de techniques pour reconstruire le champ de déplacement sur toute la surface d'une plaque en mesurant les vibrations sur des hologrammes à une dimension (lignes de mesures). Dans le domaine vibratoire, l'équation du mouvement de plaque implique la présence de 4 types d'ondes différents, deux étant purement évanescentes. Ces derniers peuvent introduire des instabilités dans l'application de la méthode, notamment lorsque les hologrammes sont placés dans le champ lointain des efforts appliqués à la structure. La méthode présentée ici, appelé "Holographie Vibratoire", est particulièrement intéressante quand une mesure directe du champ de vitesse est impossible. L'holographie vibratoire permet également de séparer les sources dans le cas d'excitations multiples en les considérant comme des ondes allers ou retours. Il est alors possible d'isoler l'influence de chaque source et de quantifier notamment les champs d'intensité structurale que chacune d'elles génère. L'objectif de cette communication est de présenter les principes de l'holographie et de les illustrer par des exemples sur plaque infinie et sur des résultats expérimentaux sur plaque finie.

1 Introduction

Depuis plusieurs décennies, la localisation et l'identification de sources est un sujet majeur dans des projets académiques ou industriels. De ce fait, plusieurs méthodes dans le domaine vibratoire ont émergé et sont encore aujourd'hui le sujet de nombreuses recherches pour en améliorer les performances. Cependant, pour la plupart de ces méthodes, la caractérisation d'une surface requiert des mesures sur la totalité de celle-ci. Dans cet article, une nouvelle méthode dans le domaine vibratoire est proposée pour connaître l'ensemble du comportement vibratoire de la plaque à l'aide de mesures déportées. Cette méthode, appelée Holographie Vibratoire (ou Structural Holography) dérive de l'approche développée en acoustique. L'Holographie Vibratoire est donc basée sur le principe de propagation et de rétro-propagation, appliqué dans le domaine des nombre d'onde par l'intermédiaire d'une Transformée de Fourier Spatiale (TFS) opérée sur le champ mesuré, à la manière de Williams et Maynard pour l'holographie acoustique (Nearfield Acoustic Holography) (NAH) [1, 2, 3]. La théorie fait intervenir quatre coefficients, déterminés avec seulement quatre lignes de capteurs, appelées hologrammes. Ces quatre coefficients permettent de propager et rétro-propager le spectre des nombres d'ondes sur l'ensemble de la plaque. Le champ de déplacement est alors obtenu en appliquant une Transformée de Fourier Spatiale Inverse sur le spectre des nombres d'ondes. Dans le cas où les hologrammes sont positionnés entre deux sources, considérer ces sources comme des ondes allers ou des ondes retours permet d'utiliser l'Holographie Vibratoire pour les séparer et ainsi connaître le champ vibratoire généré par chaque force.

Dans cet article, le contexte théorique de l'Holographie Vibratoire est d'abord présenté. Une étude numérique montre la validité de la technique de séparation de sources. Une étude expérimentale est ensuite proposée. Elle présente l'intensité structurale calculée pour les déplacements reconstruits par Holographie. Dans cette partie, la zone d'effort est entièrement calculée avec plusieurs hologrammes positionnés sur les deux axes x et y de la plaque.

2 Contexte théorique de l'Holographie Vibratoire

Considérons l'équation basée sur la théorie de Kirchhoff, régissant la vibration en flexion forcée d'une plaque mince :

$$\frac{Eh^3(1+j\eta)}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w(x,y,t)}{\partial t^2} = F(t)\delta(x,y), \quad (1)$$

où E est le module d'Young, h l'épaisseur de la plaque, η l'amortissement, ν le coefficient de Poisson, et $w(x,y,t)$ le déplacement transverse. En considérant l'exemple d'une force $F(t)$ localisée en $(0,0)$ comme exprimée dans l'Eq. (1), la distribution de force est nulle partout ailleurs. Par conséquent, l'Eq. (1) peut être réécrite sous le régime harmonique $e^{j\omega t}$:

$$\nabla^4 \bar{w}(x,y) - k_f^4 \bar{w}(x,y) = 0, (\forall y > 0), \quad (2)$$

avec $\bar{w}(x,y)$ le déplacement transverse en régime harmonique de pulsation ω , $k_f^4 = \frac{\omega^2 \rho h}{D}$ où $D = \frac{Eh^3(1+j\eta)}{12(1-\nu^2)}$. La transformée de Fourier Spatiale (TFS) appliquée sur l'Eq. (2) suivant la direction x admet une equation différentielle d'ordre 4 qui a pour solution générale :

$$W(k_x, y_i) = C_{\text{eva}}^B(k_x) e^{k_x^+ y_i} + C_{\text{eva}}^F(k_x) e^{-k_x^+ y_i} + C_{\text{mix}}^B(k_x) e^{k_x^- y_i} + C_{\text{mix}}^F(k_x) e^{-k_x^- y_i}, \quad (3)$$

avec $k_x^+ = \sqrt{k_x^2 + k_f^2}$, $k_x^- = \sqrt{k_x^2 - k_f^2}$ et y_i la position du déplacement reconstruit sur la plaque. Cette solution présente quatre coefficients qui dépendent seulement du nombre d'onde k_x . L'objectif de l'Holographie Vibratoire est d'identifier ces quatre inconnues pour reconstruire le champ de déplacement complet de la plaque. Cette méthode requiert donc quatre hologrammes 1D pour déterminer les quatre inconnues de l'Eq. (3) et conduit à résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{pmatrix} e^{k_x^+ y_{h1}} & e^{-k_x^+ y_{h1}} & e^{k_x^- y_{h1}} & e^{-k_x^- y_{h1}} \\ e^{k_x^+ y_{h2}} & e^{-k_x^+ y_{h2}} & e^{k_x^- y_{h2}} & e^{-k_x^- y_{h2}} \\ e^{k_x^+ y_{h3}} & e^{-k_x^+ y_{h3}} & e^{k_x^- y_{h3}} & e^{-k_x^- y_{h3}} \\ e^{k_x^+ y_{h4}} & e^{-k_x^+ y_{h4}} & e^{k_x^- y_{h4}} & e^{-k_x^- y_{h4}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{\text{eva}}^B(k_x) \\ C_{\text{eva}}^F(k_x) \\ C_{\text{mix}}^B(k_x) \\ C_{\text{mix}}^F(k_x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W(k_x, y_{h1}) \\ W(k_x, y_{h2}) \\ W(k_x, y_{h3}) \\ W(k_x, y_{h4}) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

où $W(k_x, y_{hi})$ avec $i = 1..4$ est le spectre des nombres d'ondes sur l'hologramme i à la position y_{hi} sur l'axe y . Les coefficients C_{mix}^F et C_{eva}^F caractérisent les ondes allers, et les deux autres, C_{mix}^B et C_{eva}^B , représentent les ondes retours. C'est la différence majeure avec le domaine acoustique où les ondes propagatives sont seulement représentées par un coefficient, comme les ondes retours. Les coefficients C_{eva}^B et C_{eva}^F caractérisent les ondes purement évanescentes pour toutes les valeurs de k_x (si k_f est réel, i.e sans amortissement). Les coefficients C_{mix}^F et C_{mix}^B définissent les ondes propagatives pour $k_x \leq k_f$ et les ondes évanescentes pour $k_x > k_f$.

Résoudre le système d'équations (4) permet de déterminer les quatre coefficients et de calculer via l'Eq. (3) le spectre des nombres d'ondes sur la plaque, avec y la valeur de la position de la reconstruction. Finalement, en appliquant une Transformée de Fourier Spatiale Inverse (TFSI) sur le spectre des nombres d'ondes, le champ de déplacement est obtenu :

$$\bar{w}(x, y) = TFSI[W(k_x, y)] = \int W(k_x, y) e^{-jk_x x} \frac{dk_x}{2\pi}. \quad (5)$$

En résumé, quatre étapes doivent être respectées pour reconstruire le déplacement de la plaque par Holographie Vibratoire, elles sont schématisées Figure 1 :

- Mesurer le déplacement à l'aide des hologrammes,
- Appliquer la TFS sur les hologrammes et identifier les coefficients (Eq. 4),
- Calculer le spectre des nombres d'ondes $W(k_x, y)$ sur la plaque (Eq. 3),
- Appliquer une TFSI sur le spectre des nombres d'ondes pour reconstruire le déplacement $\bar{w}(x, y)$.

Nous attirons l'attention sur le fait que la solution donnée par l'Eq. (2) est seulement valide dans les zones où les forces ne sont pas appliquées. Par conséquent, la rétro-propagation est théoriquement limitée par la position de la force.

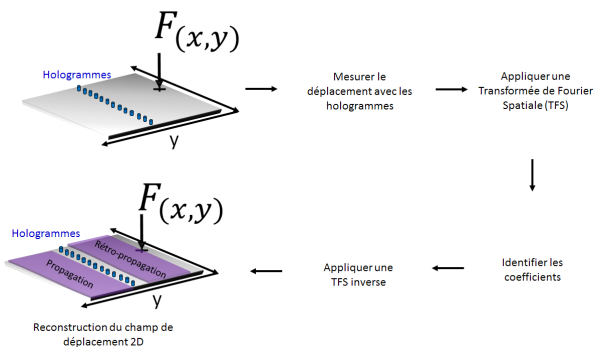


FIGURE 1 – Synopsis de l'Holographie Vibratoire

3 Principe de la séparation de sources

Considérons maintenant deux forces ponctuelles corrélées, appliquées simultanément sur une plaque comme présenté sur la Figure 2. Entre les positions des forces

appliquées y_i et y_j , l'Eq. (3) est utilisée. Dans cette zone, la solution de l'Eq. (3) est donnée par la résolution de l'Eq. (4). Pour déterminer les coefficients C_{mix}^F , C_{eva}^F , C_{mix}^B , et C_{eva}^B , quatre hologrammes 1D sont positionnés entre les deux forces (Figure 2). La résolution du système d'Eq. (4) donne accès à l'ensemble des ondes se propageant entre y_i et y_j . L'expression de l'Holographie Vibratoire permet donc de séparer deux types d'ondes : les ondes allers avec les coefficients C_{mix}^F et C_{eva}^F , et les ondes retours avec les coefficients C_{mix}^B et C_{eva}^B . Par conséquent, la réponse de la plaque provoquée par la seule force F_i peut être isolée de celle de la force F_j . Pour identifier le comportement de la plaque causée par la seule force F_i , le spectre des nombres d'ondes $W_{F_i}(k_x, y)$ est calculé sur la plaque avec seulement les coefficients C_{mix}^F et C_{eva}^F (Eq. (6)). De même, la réponse de la plaque excitée par la seule force F_j est obtenu en utilisant les deux coefficients C_{mix}^B et C_{eva}^B (Eq. (7)). L'Holographie Vibratoire est ainsi une méthode de séparation de sources qui permet de reconstruire les champs de déplacements générés par chacun des efforts sur l'ensemble de la plaque avec seulement les informations mesurées sur 4 lignes.

$$W_{F_i}(k_x, y) = C_{\text{eva}}^F(k_x) e^{-k_x^+ y} + C_{\text{mix}}^F(k_x) e^{-k_x^- y}, \quad (6)$$

$$W_{F_j}(k_x, y) = C_{\text{eva}}^B(k_x) e^{k_x^+ y} + C_{\text{mix}}^B(k_x) e^{k_x^- y}. \quad (7)$$

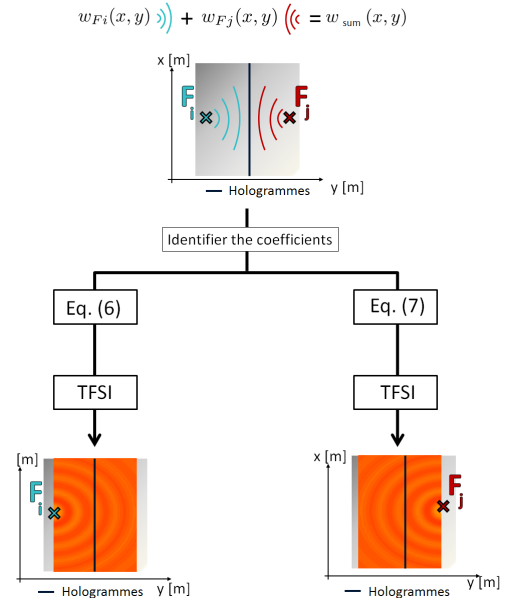


FIGURE 2 – Processus de séparation de source par Holography Vibratoire

4 Holographie Vibratoire en champ lointain (Far field Structural Holography (FSH))

Comme indiqué précédemment, la théorie de l'Holographie Vibratoire est basée sur quatre coefficients dont deux caractérisent des ondes purement évanescentes quelle que

soit la valeur k_x . Dans le cas de ces coefficients évanescents, le propagateur est $e^{-\text{Re}(k_x^+)y}$ pour le processus de propagation (ondes allers). Il est bien établi que l'amplitude des ondes évanescentes décroît rapidement avec l'augmentation de la distance aux forces ou aux conditions aux limites. Par conséquent, les amplitudes de ces ondes peuvent être quasiment nulles au niveau des positions des hologrammes si ceux-ci sont trop éloignés. Si l'estimation de ces amplitudes est perturbée par le bruit de mesure, le processus de rétro-propagation augmente les erreurs exponentiellement. De ce fait, l'Holographie Vibratoire nécessite 2 formulations, l'une en champ proche (non traitée dans cette communication) et l'autre en champ lointain (nommée FSH pour Far field Structural Holography). Dans la formulation FSH, l'influence des ondes évanescents est négligée. Par conséquent, seuls les coefficients C_{mix}^B et C_{mix}^F sont utilisés pour calculer le spectre des nombres d'ondes et l'Eq. (3) devient :

$$W(k_x, y) = C_{\text{mix}}^B(k_x)e^{k_x y} + C_{\text{mix}}^F(k_x)e^{-k_x y}. \quad (8)$$

Ainsi, les coefficients $C_{\text{mix}}^B(k_x)$ et $C_{\text{mix}}^F(k_x)$ sont déterminés en résolvant un système d'équations linéaires à deux équations (Eq.9). C'est la raison pour laquelle deux hologrammes sont utilisés :

$$\begin{pmatrix} e^{k_x y_{h1}} & e^{-k_x y_{h1}} \\ e^{k_x y_{h2}} & e^{-k_x y_{h2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{\text{mix}}^B(k_x) \\ C_{\text{mix}}^F(k_x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W(k_x, y_{h1}) \\ W(k_x, y_{h2}) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

où y_{h1} est la position de l'hologramme 1 et y_{h2} la position de l'hologramme 2. Bien que C_{eva}^F et C_{eva}^B soient négligés avec FSH, une partie du comportement des ondes évanescents est encore présente dans C_{mix}^F et C_{mix}^B pour $k_x > k_f$. Pour supprimer l'influence des hauts nombres d'ondes ($k_x > k_f$), un filtre basé sur la forme d'une fenêtre rectangle adoucie sur les bords dans le domaine k , appelée fenêtre de Tukey [4], est appliquée sur C_{mix}^F et C_{mix}^B . Entre $-k_f$ et $+k_f$ le spectre des nombres d'ondes n'est pas filtré, en dessous de $-ak_f$ et au dessus de $+ak_f$, le spectre est complètement filtré avec $\alpha = n \times k_f$. Entre ces zones, le spectre est continuellement diminué.

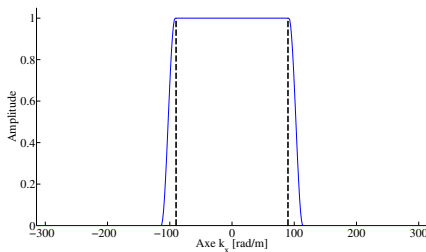


FIGURE 3 – Filtre de Tukey dans le domaine des nombres d'ondes. Les lignes en pointillé représentent $-k_f$ et $+k_f$.

La seconde raison de l'emploi d'un filtre est que FSH est basée sur l'application d'une transformée de Fourier sur des données discrète et un hologramme de taille finie. Des difficultés numériques peuvent alors se produire pour le calcul des coefficients. Par conséquent, afin de ne pas introduire de perturbations lors de l'opération de rétro-propagation, il est nécessaire de filtrer une partie des ondes évanescents avant le calcul [5]. Ce filtre, appliqué dans le domaine des nombres d'onde sur les coefficients, permet de contrôler les difficultés numériques causées par

l'utilisation de la TFS [6]. Le choix d'une taille de filtre approprié est crucial [7]. Si la bande passante du filtre est trop importante, le bruit ne peut pas être retiré et la distance de rétro-propagation conduisant à un résultat exploitable risque d'être diminuée. Si la bande passante est trop petite, l'information utile peut être supprimée avec le bruit, et les résultats ne permettent plus d'identifier les positions des sources [6].

5 Etude numérique sur plaque infinie

L'objectif de cette section est de mettre en évidence le procédé de séparation de sources par Holographie Vibratoire en séparant les déplacements générés par deux forces ponctuelles harmoniques appliquées sur une plaque infinie. Le déplacement transverse d'une force ponctuelle est donnée par [8] :

$$\bar{w}(x, y) = -j \frac{F}{8k_f^2 D} [H_0^{(1)}(k_f r) - j \frac{2}{\pi} K_0(k_f r)]. \quad (10)$$

avec $H_0^{(1)}(k_f r)$ la fonction de Hankel, $K_0(k_f r)$ la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce et k_f le nombre d'onde naturel de flexion de la plaque. Dans l'exemple présenté, une plaque en aluminium de 1 mm d'épaisseur ($E = 69$ GPa, $\rho = 2700$ kg/m³, $\nu = 0,346$) excitée par une force ponctuelle harmonique à la fréquence de 2000 Hz est simulée. Un amortissement de 2 % est appliqué et $k_f = 89.88$ rad/m. La force $F_1 = 0.5$ N génère le champ de déplacement $\bar{w}_{F1}(x, y)$ et $F_2 = 2 \times F_1 = 1$ N produit le champ de déplacement $\bar{w}_{F2}(x, y)$. Le déplacement total simulé est $\bar{w}_{\text{sum}}(x, y) = \bar{w}_{F1}(x, y) + \bar{w}_{F2}(x, y)$. Il est illustré sur la Figure 4. Les forces F_1 et F_2 sont respectivement appliquées aux coordonnées (0.2, -0.1)m et (0.4, 0.1)m pour les directions x et y . Les hologrammes sont respectivement localisés aux positions $y_{h1} = 0$ m et $y_{h2} = 0.01$ m. Les hologrammes sont définis par N points dans la direction x séparés par $\Delta_x = 0.01$ m. La longueur des hologrammes est $L_x = 4$ m. Dans ces conditions, le domaine de définition du spectre des nombres d'onde est compris entre $-k_x^{\text{max}}$ et k_x^{max} avec un pas de Δ_{k_x} . k_x^{max} est donné par :

$$k_x^{\text{max}} = \pi / \Delta_x, \quad (11)$$

et Δ_{k_x} , par

$$\Delta_{k_x} = (2\pi) / L_x. \quad (12)$$

Le principe de séparation de sources est appliqué pour identifier les contributions (le champ de déplacement) de chaque force ponctuelle en mesurant le déplacement provoqué par les deux forces sur les hologrammes. Les hologrammes sont positionnés en champ lointain et les coefficients sont déterminés en résolvant le système d'Eq. (9). En utilisant seulement les coefficients C_{mix}^F et C_{mix}^B (Eq. 8) dans le processus de séparation de sources, l'Holographie Vibratoire permet d'isoler les ondes venant du côté gauche des hologrammes (avec C_{mix}^F) et venant du côté droit (avec C_{mix}^B). Les champs $\bar{w}_{F1}^{\text{rec}}$ et $\bar{w}_{F2}^{\text{rec}}$ reconstruit par FSH (respectivement illustrés Figure 5 (a) et (b)) sont très proches des déplacements de référence (Figure 4). La méthode permet donc bien de calculer le champ de

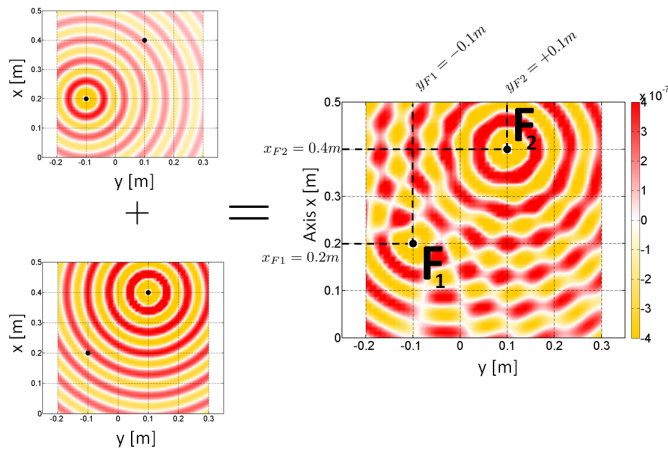


FIGURE 4 – Champ de déplacement $\bar{w}_{\text{sum}}(x, y)$ d'une plaque infinie excitée par 2 forces harmoniques F_1 et F_2 (partie réelle). Le côté droit est la somme des contributions $\bar{w}_{F_1}(x, y)$ (en haut à gauche) et $\bar{w}_{F_2}(x, y)$ (en bas à gauche) produite respectivement par les forces F_1 et F_2

déplacement produit par chaque effort indépendamment avec seulement deux hologrammes positionnés entre les deux forces, et mesurant le déplacement $\bar{w}_{\text{sum}}(x, y)$, généré par l'ensemble des efforts appliqués.

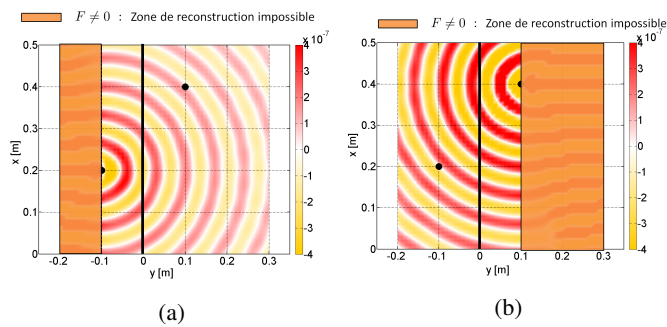


FIGURE 5 – Déplacement reconstruits (a) $w_{F_1}^{\text{rec}}(x, y)$ et (b) $w_{F_2}^{\text{rec}}(x, y)$ calculés avec l'Eq.(8). Le trait vertical indique la position des hologrammes ($y_h = 0$ et 0.01 m).

La limitation théorique de l'Holographie Vibratoire est clairement visible ici : la zone de reconstruction est restreinte à la zone où la force n'est pas appliquée. Dans ce cas, cette zone est définie comme suivant l'axe y :

- entre $-0,1$ et $+\infty$ pour le champ $\bar{w}_{F_1}^{\text{rec}}$,
- entre $-\infty$ et $+0,1$ pour le champ $\bar{w}_{F_2}^{\text{rec}}$,
- entre $-0,1$ et $+0,1$ pour le champ $\bar{w}_{\text{sum}}^{\text{rec}}$.

Ce point peut être vu comme une limitation à l'application de l'Holographie Vibratoire en comparaison des méthodes classiques, de reconstruction de force comme FAT [9], ou de technique de séparation de source comme proposé par Cheng et all [10]. Cependant, il faut garder en mémoire que l'Holographie Vibratoire n'a pas besoin de mesurer le champ de déplacement sur la zone d'application de la force, contrairement aux méthodes citées. Par conséquent, le champ d'application de l'Holographie Vibratoire est évidemment différent de celui des méthodes classiques.

6 Résultats expérimentaux

Cette section illustre l'application de la méthode pour un cas réel. Les mesures sont réalisées sur une plaque rectangulaire en aluminium ($E = 69 \times 10^9$ Pa, $\rho = 2700$ kg/m³, $\nu = 0,346$), suspendu sur un bord. Les dimensions de la plaque sont de 212×144 cm. L'épaisseur est de $h = 1$ mm. La plaque a un amortissement moyen de 1 % obtenu à l'aide de IFF (Insonorisant Fusible en Feuille) collés sur la plaque. Les mesures sont réalisées sur un maillage de 107 par 101 points avec un pas de $\Delta_x = \Delta_y = 1.35$ cm sur un plan de mesure de $L_x \times L_y$ avec $L_x = 142$ cm et $L_y = 137$ cm.

La plaque est excitée par un pot vibrant de modèle MB dynamics MODAL 50 (Figure 6). La force d'excitation est un signal pseudo aléatoire, appliqué aux points de coordonnées $x_F = 73$ cm et $y_F = 77$ cm dans la zone du maillage. Le champ de déplacement sur la plaque est mesuré avec un vibromètre laser Polytec PSV-400 positionné à 6 m de la plaque. 20 moyennes sont appliquées pour chaque point de mesure. En guise d'exemple, le déplacement mesuré à la fréquence $f = 1418$ Hz est illustré Figure 7. Il est appelé déplacement référence dans ce qui suit.

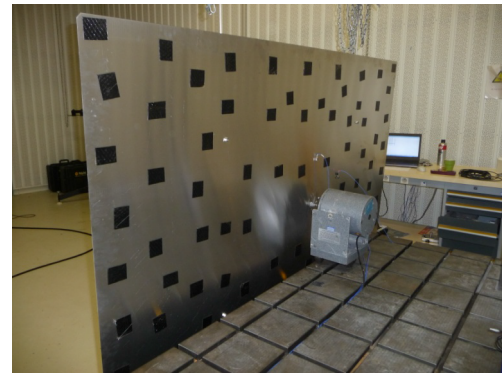


FIGURE 6 – Montage expérimental d'une plaque d'aluminium excitée par un pot vibrant.

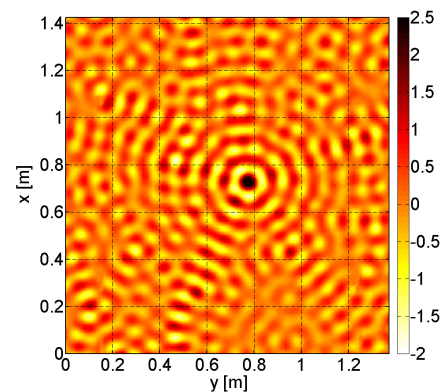


FIGURE 7 – Mesure directe du champ de déplacement d'une plaque d'aluminium excitée par un pot-vibrant avec un signal pseudo aléatoire à la fréquence $f = 1418$ Hz.

Par la suite, les champs de déplacements référence et reconstruits à partir des hologrammes sont illustrés. Les hologrammes sont définis par $N_{\text{holo}} = 107$ points séparés de $\Delta_{\text{holo}} = 1.35$ cm. La longueur des hologrammes est L_{holo}

= 142 cm. Dans ces conditions, $k_x^{\max} = 232,7 \text{ rad / m}$ et $\Delta_{kx} = 4,41 \text{ rad / m}$. En raison de la taille de la plaque et de l'amortissement, les ondes réfléchies sont trop faibles pour être prises en compte et les ondes retour ne sont donc pas considérées. Les hologrammes sont positionnés en champ lointain, la formulation FSH est donc utilisée pour calculer le déplacement de la plaque. Le résultat est illustré Figure. 8 (b) et comparé avec le déplacement référence Figure. 8 (a). La position des hologrammes est symbolisée par un trait vertical noir. Le déplacement reconstruit par FSH coïncide fortement avec le déplacement référence et confirme la validité de la méthode sur un cas expérimental.

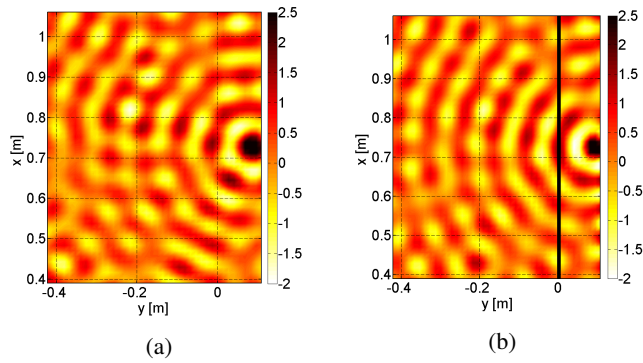


FIGURE 8 – (a) Déplacement référence et (b) déplacement reconstruit par FSH. Le trait noir plein vertical représente la position des hologrammes.

6.1 Intensité structurale du déplacement reconstruit tout autour de la force

La zone de reconstruction par FSH se limite à la zone où la force n'est pas appliquée (voir section 5). Il est néanmoins possible de surmonter cette limitation et de reconstruire le comportement complet de la force autour de la zone d'excitation. Pour cela, l'Holographie Vibratoire est appliquée pour des hologrammes positionnés sur les dimensions x et y . Le processus est schématisé en Figure 9.

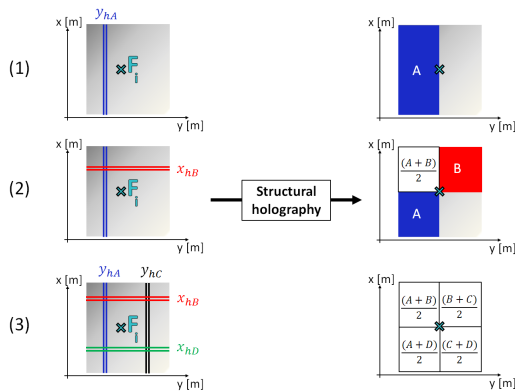


FIGURE 9 – Synopsys de l'Holographie Vibratoire pour identifier le comportement de la force sur la totalité de la zone d'application de la force.

Les hologrammes y_{hA} permettent de reconstruire le déplacement sur la zone A (étape (1)). Les hologrammes x_{hB} calculent le déplacement sur la zone B. La zone commune entre A et B est calculée par $(A + B)/2$ (étape 2). L'étape

3 est le résultat de l'étape 2 reproduit tout autour de la force F_i . En suivant ce processus, l'ensemble du champ de déplacement est calculé.

Pour améliorer la localisation et la caractérisation de la force, un post-traitement est directement appliqué. Il consiste à calculer l'intensité structurale du déplacement reconstruit. L'intérêt du calcul de l'intensité structurale se pose pour des raisons pratiques : la distribution du flux d'énergie donne des informations sur les voies de transmission de l'énergie ainsi que les positions des sources et des puits d'énergie mécanique [11]. L'intensité structurale des ondes de flexion dans une plaque (ou de la densité d'énergie par unité de longueur [N/m]), est une grandeur vectorielle qui peut être exprimée à partir du champ de vitesse. La formulation utilisée ici est une formule simplifiée de l'intensité structurale présentée par Pascal [5] en condition de champ lointain et champ libre :

$$I \approx \sqrt{DM_s} \text{Im}\{v \nabla v^*\}, \quad (13)$$

où Im désigne la partie imaginaire, M_s la masse par unité de surface, et v le champ de vitesse (avec v la dérivé temporelle du déplacement). Cette formulation décrit avec une bonne précision les cartes du flux en dehors des régions de tourbillons et conduit à une évaluation quantitative exacte du flux total lorsque les mesures sont réalisées en champ lointain.

Les intensités structurales du déplacement référence I_x^{ref} et du champ de déplacement reconstruit I_x^{rec} sont représentées respectivement sur les Figures 10 (a) et 10 (b). Pour ce cas expérimental, l'identification des champs d'intensité en utilisant la FSH donne de bons résultats par rapport à des mesures directes. Le champ d'intensité I_x^{rec} est donc bien reconstruit en terme de localisation et de quantification en utilisant uniquement des mesures sur les huit lignes d'hologrammes (4x2).

L'utilisation du filtre dans le domaine des d'ondes et le calcul de la moyenne des déplacements reconstruits diminuent le bruit de mesure. Ceci explique la différence visible entre l'intensité structurale de la référence et le déplacement reconstruit en dehors de la zone d'application de la force. Cependant, l'amplitude de l'intensité proche de la force est la même. Par conséquent, en utilisant ce processus, l'Holographie Vibratoire permet la caractérisation du comportement total de la force avec seulement quelques hologrammes.

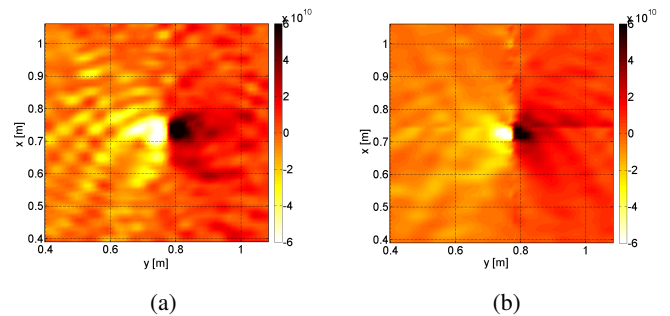


FIGURE 10 – Intensité structurale sur la direction x à la fréquence 1418 Hz. (a) I_x^{ref} est calculé pour le déplacement référence. (b) I_x^{rec} est calculé pour le déplacement reconstruit par FSH.

7 Conclusion

Une nouvelle approche basée sur le même principe que la NAH, appliquée dans le domaine vibratoire, est proposée pour localiser et identifier le comportement vibratoire d'une force. Cette méthode appelée Holographie Vibratoire est basée sur le processus de rétro-propagation effectué dans le domaine des nombres d'ondes en utilisant la transformée de Fourier spatiale. Contrairement aux méthodes classiques, l'Holographie Vibratoire n'a pas besoin de tout le champ pour identifier la force, mais seulement, au plus, de 4 lignes de capteurs (hologrammes). De plus, comme l'expression de l'Holographie Vibratoire peut être séparée en deux types d'ondes, les ondes allers et retours, cette méthode peut s'apparenter à un procédé de séparation de sources.

La formulation générale de l'Holographie Vibratoire présente quatre coefficients dont deux coefficients caractérisent des ondes purement évanescentes. Comme les ondes évanescentes diminuent rapidement avec la distance à la force, les amplitudes de celles-ci peuvent être presque nulles à la position des hologrammes et induire des erreurs sur le processus de rétro-propagation. Par conséquent, deux versions de l'Holographie Vibratoire sont définies. La formulation en champ lointain est présentée dans cette communication. Nommée FSH (Far field Structural Holography), elle ne considère pas les deux coefficients purement évanescents et ne nécessitent donc que deux hologrammes.

Le procédé de séparation de sources par Holographie Vibratoire a été appliqué sur une plaque infinie simulée numériquement. Deux forces avec des amplitudes différentes ont été séparées et le déplacement des deux forces a été reconstruit par FSH.

Enfin, l'Holographie Vibratoire a été appliquée sur un cas expérimental, pour identifier une source excitant une plaque par l'intermédiaire d'un pot vibrant. La force a été identifiée en appliquant la FSH tout autour de la zone d'application de la force afin de calculer son comportement total. L'intensité structurale a alors été appliquée sur le champ de déplacement reconstruit par FSH.

Remerciements

Ce travail a été réalisé grâce au soutien financier du Labex CeLyA de l'Université de Lyon, géré par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR-10-LABX-0060/ ANR-11-IDEX-0007) et à celui du "Fond Unique Interministériel" (FUI, Fond interministériel) dans le cadre du projet TESSA.

Références

- The Journal of the Acoustical Society of America*, **78**, (1985).
- [3] Williams, E. G. and Maynard, J. D. and Skudrzyk, Eugen, Nearfield acoustic holography (NAH) II - Holographic reconstruction algorithms and computer implementation, *The Journal of the Acoustical Society of America*, **81**, (1986).
- [4] Tukey, J.W, An introduction to the calculations of numerical spectrum analysis, *B.Harris*, (1967).
- [5] Pascal, J.-C. and Loyau, T. and Mann III, J. A., Structural intensity from spatial Fourier transformation and BAHIM acoustical holography method, *International Congress on intensiy techniques*, **164(1)**, (1990).
- [6] Zhang, Yong and Mann III, J. Adin, Measuring the structural intensity and force distribution in plates, *The Journal of the Acoustical Society of America*, **99**, 345-353 (1996).
- [7] Zhang, Yong and Mann III, J. Adin, Examples of using structural intensity and the force distribution to study vibrating plates, *The Journal of the Acoustical Society of America*, **99**, 354-361 (1996).
- [8] Williams, E. G., Nearfield acoustic holography (NAH) II - Holographic reconstruction algorithms and computer implementation, *The Journal of the Acoustical Society of America*, **81**, (1986).
- [9] Pezerat, C. and Guyader, J. L., Force analysis technique : reconstruction of force distribution on plates, *Acta Acustica united with Acustica*, **86**, 322-332 (2000).
- [10] Cheng, Ming-Te and Mann III, J. A. and Pate, A., Wave-number domain separation of the incident and scattered sound field in Cartesian and cylindrical coordinates, *The Journal of the Acoustical Society of America*, **97**, (1995).
- [11] Gavrić, L. and Pavić, G., A finite element method for computation of structural intensity by the normal mode approach, *Journal of Sound and Vibration*, **164(1)**, 29-43 (1993).