

# CFA/VISHNO 2016

## Optimisation de la géométrie d'une trompette à partir de simulations par modèle physique

R. Tournemenne<sup>a</sup>, J.-F. Petiot<sup>a</sup> et J. Gilbert<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Ecole Centrale de Nantes, 1 rue de la noe, IRCCyN, 44321 Nantes, France

<sup>b</sup>LAUM-UMR CNRS 6613, Av. Olivier Messiaen, 72085 Le Mans, France  
jean-francois.petiot@ircryn.ec-nantes.fr



LE MANS

Cet article présente une nouvelle méthode d'optimisation de la géométrie d'un instrument de type cuivre (la trompette), en se basant sur des simulations sonores par modèle physique. Le modèle physique consiste en un modèle acoustique du résonateur (l'impédance d'entrée), un modèle mécanique de l'excitateur (les lèvres du musicien virtuel) et un modèle couplant l'excitateur au résonateur. La technique de l'équilibrage harmonique est utilisée pour simuler des sons en régime permanent représentatifs de la forme du résonateur, en fonction de paramètres de contrôle du musicien virtuel. En se basant sur ces simulations, un problème d'optimisation de la géométrie de l'instrument (la perce) est alors formulé, la fonction objectif à minimiser étant la justesse globale (écart au tempérament égal) de différentes notes (régimes) jouées par l'instrument. Étant donné que la fonction objectif est coûteuse en temps de calcul et que le gradient n'est pas accessible, un algorithme d'optimisation par recherche directe (Mesh Adaptive Direct Search, MADDS) assisté par des meta-modèles (surrogate) est employé. L'approche est illustrée par un exemple d'optimisation de la justesse globale d'une trompette mettant en jeu deux variables de conception, deux rayons situés dans la branche d'embouchure. Les résultats montrent que des améliorations significatives de la justesse sont obtenues en des temps de calcul raisonnables. L'utilisation de cette méthode dans un contexte de conception assistée par ordinateur est discutée, en considérant différentes fonctions objectif ou contraintes basées sur la justesse mais aussi sur le timbre de l'instrument.

## 1 Introduction

L'étude des qualités sonores et des propriétés de jeu des instruments de musique est très importante pour comprendre leur fonctionnement et améliorer leur conception. Cette tâche n'est pas triviale car les qualités sonores dépendent bien sûr de propriétés acoustiques de l'instrument, mais aussi de critères subjectifs liés au ressenti du musicien, de ses goûts et ses préférences. Deux types d'approches s'intéressent à ce sujet. Tout d'abord, l'approche subjective, où la qualité est estimée par des auditeurs ou des musiciens lors de tests de jeu ou d'écoute [12]. Lors du déroulement de ces tests, il est nécessaire pour le chercheur de contrôler les paramètres de conception de l'instrument et l'environnement du test afin de juger de la fiabilité des réponses, et de définir comment traiter les différences inter-individuelles. D'autre part, l'approche objective, qui permet une quantification de certaines caractéristiques de l'instrument par des mesures physiques [6]. Pour les cuivres, considérés dans cette étude, la mesure physique la plus importante caractérisant le comportement de l'instrument seul est l'impédance d'entrée du résonateur [6]. Elle peut être mesurée ou calculée par un modèle acoustique [7], et est fonction de la géométrie intérieure (la perce) de l'instrument (voir Figure 1).

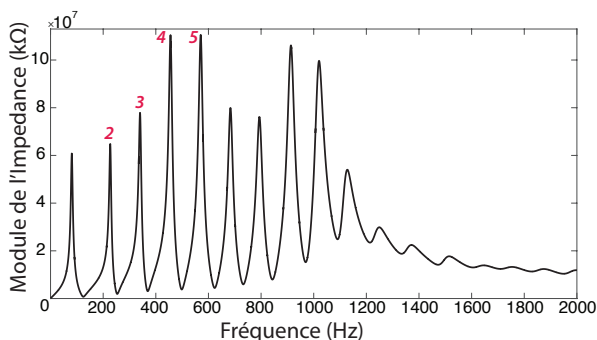


FIGURE 1 – Impédance d'entrée typique d'une trompette en Si bémol (module), mettant en évidence différents pics d'impédance (les pics 2, 3, 4 et 5 correspondent aux premiers régimes jouables par l'instrument)

En situation de jeu, on constate que le musicien produit un son dont la fréquence (la fréquence de jeu) est proche de la fréquence de résonance d'un pic de l'impédance [3]. En première approximation, la fréquence de jeu, influençant la justesse, est donc principalement gouvernée

par le pic d'impédance correspondant. Le défi pour un facteur d'instrument est de concevoir une perce qui produit des résonances de l'impédance correspondant à des notes "justes". En pratique, on constate que les résonances doivent être proches d'une série harmonique.

Tenant compte de cela, différents algorithmes d'optimisation de la perce basés sur des fonctions objectifs tirées de l'impédance d'entrée ont été développés. Kausel a par exemple comparé les algorithmes génétiques et l'algorithme de Rosenbrock pour optimiser la justesse de trompettes [14]. Différents critères concernant l'optimisation de trombones sont exposés dans [5]. Noreland s'est intéressé à l'optimisation par descente de gradient afin d'optimiser la justesse des cuivres en utilisant un modèle d'impédance combinant un modèle de transmission mono-dimensionnel et un modèle d'élément finis bi-dimensionnel [16]. Poirson et al. ont proposé d'intégrer des jugements subjectifs dans la procédure d'optimisation [18], en menant une étude perceptive de la justesse avec un panel de musiciens afin de déterminer les ratios "idéaux" entre les fréquences de résonances de l'impédance.

Ces approches, basées sur l'impédance d'entrée, sont intéressantes mais elles ne concernent que l'instrument seul, négligeant de fait un élément crucial de la chaîne : le musicien. Le travail de Eveno et al. [10] a montré en particulier que les relations entre les fréquences de résonance de l'impédance et les fréquences des sons enregistrés à partir de musiciens réels peuvent être différentes. Bien que des informations importantes peuvent être extraites de l'impédance en ce qui concerne la justesse d'un instrument, il reste au final très difficile de prédire la jouabilité et les qualités sonores des cuivres en se basant uniquement sur l'impédance.

Une autre approche permettant de caractériser les instruments de musique consiste à développer des modèles physiques prenant en compte à la fois l'instrument, mais aussi l'interaction avec le musicien. Dans ce contexte, la synthèse par modèle physique est prometteuse car elle peut simuler le fonctionnement d'un instrument de manière réaliste, dans la mesure où le modèle physique représente correctement le comportement de l'instrument en interaction avec le musicien [20]. Par exemple, des simulations temporelles sont présentées dans [17], où les auteurs étudient les différences perceptibles entre des simulations de sons de guitares obtenus par des modifications des paramètres mécaniques du corps de l'instrument. La

synthèse par modèle physique est un moyen prometteur pour étudier et améliorer le fonctionnement des instruments de musique, mais son utilisation reste limitée lorsque l'on s'intéresse à la conception d'instruments [6].

L'objectif de ce travail se situe dans ce cadre : utiliser les simulations par modèle physique pour améliorer la conception d'instruments. La nouveauté de cette approche réside dans l'intégration de sons simulés, obtenus par un modèle physique prenant en compte l'interaction entre l'instrument et un musicien virtuel, dans un processus d'optimisation. Cette approche est appliquée à un cuivre particulier, la trompette.

L'étude est organisée comme suit. Un rappel sur le fonctionnement de la trompette est présenté au paragraphe 2, avec le modèle physique et la technique de simulation utilisés. Le paragraphe 3 pose le problème d'optimisation et décrit le principe de l'algorithme MADS assisté de meta-modèles. Le paragraphe 4 présente un cas d'étude d'optimisation de la perce d'une trompette comportant deux variables.

## 2 Modélisation de la trompette

Les cuivres sont des instruments à vent qui produisent un son grâce à un couplage entre un exciteur (les lèvres du musicien) et un résonateur (le corps de l'instrument). Les caractéristiques d'une note jouée dépendent principalement de la forme intérieure du résonateur (la perce) et bien sûr des aptitudes du musicien. Partant d'une pression dans la bouche du musicien  $P_m$ , les lèvres agissent comme une valve qui module la pression d'air dans l'instrument [6]. Avec une même perce, plusieurs notes peuvent être jouées, correspondant aux divers régimes d'oscillation gouvernés par les fréquences de résonance de l'instrument.

D'un point de vue acoustique, le résonateur seul peut être caractérisé par son impédance d'entrée  $Z$ , exhibant les diverses fréquences de résonance de l'instrument.  $Z$  peut être soit mesurée à partir d'un instrument réel [9] ou modélisée à partir d'un modèle acoustique de propagation des ondes au sein du résonateur. À partir de la description géométrique du résonateur, l'impédance d'entrée peut être calculée en utilisant le formalisme des lignes de transmission [7]. Ce formalisme considère l'instrument comme étant une concaténation de géométries simples telles que des cylindres ou des cônes (Cf. Figure 2 pour un exemple de géométrie de perce de trompette).

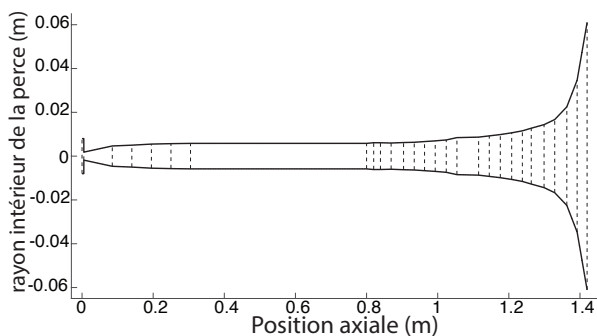


FIGURE 2 – Géométrie de la perce de la trompette décrite par une série de cônes et de cylindres

Chacun de ces éléments simples est caractérisé par une

matrice de transfert. L'impédance d'entrée de l'instrument entier est calculée à partir d'une multiplication matricielle de toutes les matrices de transfert de chaque élément simple. Le modèle adopté dans cette étude se base sur les ondes planes et prend en compte les pertes visco-thermiques.

### 2.1 Modèle Physique

Le modèle physique élémentaire de fonctionnement d'un cuivre peut être décrit par 3 équations [6], impliquant trois grandeurs non stationnaires couplées : l'ouverture inter-lèvres  $H(t)$ , le débit entrant  $v(t)$  et la pression acoustique  $p(t)$  dans l'embouchure :

$$p(j\omega) = Z(j\omega)v(j\omega), \quad (1)$$

$$\frac{d^2 H(t)}{dt^2} + \frac{2\pi f_l}{Q_l} \frac{dH(t)}{dt} + (2\pi f_l)^2 (H(t) - H_0) = \frac{P_m - p(t)}{\mu_l}, \quad (2)$$

$$\text{and } v(t) = bH(t) \sqrt{\frac{2(P_m - p(t))}{\rho}}. \quad (3)$$

Ces trois équations représentent le comportement des différentes parties du système. L'Eq. (1), écrite dans le domaine fréquentiel, décrit le comportement acoustique du résonateur. L'Eq. (2) décrit le comportement mécanique des lèvres du musicien qui sont considérées comme un oscillateur mécanique à un degré de liberté. Obtenue à partir du théorème de Bernoulli, l'Eq. (3) représente un couplage non-linéaire entre la pression dans l'embouchure  $p(t)$ , l'ouverture inter-lèvre  $H(t)$ , et le débit acoustique  $v(t)$ .

Des modèles plus élaborés peuvent être développés en affinant la description du système, mais ce modèle basique est suffisant pour représenter la physique sous-jacente des cuivres. Plusieurs paramètres sont introduits dans ce modèle : (1) les paramètres concernant le "masque" du musicien sont  $P_m$  (la pression dans la bouche),  $f_l$  (la fréquence de résonance des lèvres),  $\mu_l$  (la densité surfacique des lèvres),  $b$  (la largeur des lèvres),  $H_0$  (l'ouverture inter-lèvres au repos),  $Q_l$  (le facteur de qualité de la résonance des lèvres); (2) l'impédance d'entrée de la trompette  $Z$ ; (3) la densité de l'air  $\rho$ . Des solutions numériques  $p(t)$  de ce système peuvent être calculées afin de simuler le son créé par une trompette donnée (définie par son impédance  $Z$ ) et un masque d'un musicien virtuel (défini par ses paramètres de contrôle).

### 2.2 Simulations par équilibrage harmonique

L'équilibrage harmonique est une méthode de recherche de solutions numériques du modèle physique décrit précédemment. Cette technique simule des sons en régime permanent dans le domaine fréquentiel. Le principe consiste à chercher (si elle existe) une solution périodique  $p(t)$  du système en prenant en compte les  $N$  premières harmoniques de la décomposition en série de Fourier (Eq. (4)) :

$$p(t) = \sum_{n=1}^N A_n \cos(2\pi n F t + \varphi_n). \quad (4)$$

$N$  est fixé à 6 dans cette étude au vu de l'importance des variations de l'impédance jusqu'à 3000 Hz. En supposant que la solution  $p(t)$  du système d'équations est harmonique, les inconnues sont les amplitudes  $A_n$ , les phases  $\varphi_n$  et la

fréquence de jeu  $F$ . Une solution numérique  $p(t)$  peut être définie si le système converge vers une solution stable (voir [13] [11] par exemple).

### 2.3 Paramètres de contrôle des simulations

Afin de simuler des sons, il est nécessaire de définir des valeurs réalistes (i.e. des valeurs qui mènent à la convergence d'une solution  $p(t)$ ) pour les paramètres du masque du musicien (en d'autre terme, il faut apprendre à l'ordinateur à "jouer" de la trompette). Pour une note donnée, l'expérience montre qu'un très grand nombre de masques converge vers une auto-oscillation. Le choix des intervalles de chaque paramètre est basé à la fois sur des tests de simulations et sur des mesures faites en situation de jeu. Dans cette étude,  $b$ ,  $H_0$ ,  $Q_l$  sont considérés fixés [8]. Les trois variables  $P_m$ ,  $\mu_l$  et  $f_l$  sont les paramètres de contrôle des simulations et constituent le masque virtuel. Comme pour un vrai trompettiste, la pression  $P_m$  dans la bouche influence principalement la dynamique des sons simulés. Étant donné que les mesures en situation de jeu situent  $P_m$  dans l'intervalle [1000Pa, 12000Pa], l'intervalle de valeurs sélectionné pour les simulations a été fixé entre 6 kPa et 9 kPa, ce qui correspondrait à des dynamiques mezzoforte ( $mf$ ).  $\mu_l$  varie entre 1 et 6 kg/m<sup>2</sup> [8]. Finalement, la fréquence de résonance des lèvres  $f_l$  est le paramètre qui permet de sélectionner le régime joué (la note) : plus la valeur de  $f_l$  est grande, plus la note produite est aiguë. Des tests exploratoires ont permis de déterminer l'intervalle dans lequel se situe  $f_l$ , entre 130 Hz et 480 Hz, afin de simuler le 2ème, 3ème, 4ème et 5ème régime de la trompette en Si bémol à vide, régimes considérés dans cette étude. Les notes associées à ces régimes sont respectivement le Si bémol 3, le Fa 4, le Si bémol 4 et le Ré 5 (Bb3, F4, Bb4, D5) (diapason concert). Le Tableau 1 résume l'ensemble des valeurs retenues pour les paramètres de contrôle.

TABLEAU 1 – Valeurs des paramètres de contrôle du masque du musicien virtuel

Definition	Notation	Valeurs
Fréquence de résonance des lèvres	$f_l$ (Hz)	130 à 480
Densité surfacique des lèvres	$\mu_l$ (kg/m <sup>2</sup> )	1 à 6
Pression dans la bouche	$P_m$ (kPa)	6 à 9
Largeur des lèvres	$b$ (mm)	10
Ouverture inter-lèvres au repos	$H_0$ (mm)	0.1
Facteur de qualité de la résonance	$Q_l$	3

Ainsi, pour une trompette donnée (définie par son impédance  $Z$ ) et pour un masque virtuel (défini par  $P_m$ ,  $\mu_l$ ,  $f_l$ ,  $H_0$ ,  $b$  and  $Q_l$ ), les simulations génèrent une des 4 notes correspondant à un des régimes 2, 3, 4 ou 5 de la trompette. Chaque note est caractérisée par sa fréquence de jeu, et par l'amplitude et la phase des ses 6 premières harmoniques.

## 3 Formulation du problème d'optimisation

Le problème d'optimisation de la conception d'un instrument de musique peut être formulé ainsi :

$$\min_{\mathbf{x} \in \Omega} J(\mathbf{x}), \quad (5)$$

où  $J : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  est la fonction objectif, et  $\mathbf{x}$  représente les variables de conception de l'instrument. L'espace des variables  $\Omega$  est une partie de  $\mathbb{R}^n$  délimitée par des contraintes géométriques. En particulier, les variables de conception sont des paramètres géométriques qui définissent la forme intérieure de la perce (voir Figure 2). Afin de faciliter les calculs d'impédance, la perce est approximée par une série de guide d'ondes cylindriques et coniques. Par conséquent,  $\mathbf{x}$  représente des longueurs ou des rayons de cylindres ou de cônes.  $\Omega$  correspond aux contraintes appliquées à  $\mathbf{x}$  afin d'obtenir des trompettes "viables". La fonction objectif  $J$  est un critère représentant la justesse de l'instrument : il est calculé à partir des fréquences de jeu  $F$  produites par les simulations selon les différents régimes de l'instrument (voir Figure 3).

### 3.1 Calcul de la fonction objectif

Le schéma-bloc représentant le processus d'optimisation de la forme de la perce à partir de simulations par modèle physique est représenté Figure 3.

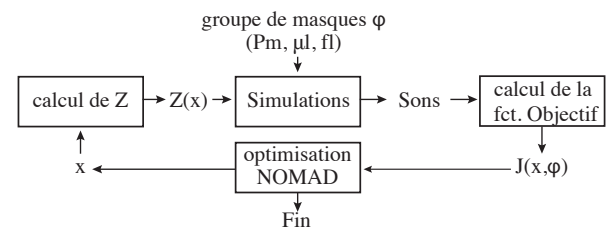


FIGURE 3 – Schéma-bloc décrivant le processus d'optimisation

L'impédance d'entrée est calculée à partir d'un vecteur de conception  $\mathbf{x}$  représentant la géométrie du résonateur. L'équilibrage harmonique simule  $P$  notes différentes à partir de l'impédance d'entrée calculée  $Z(\mathbf{x})$  et un groupe  $\varphi$  de masques virtuels (la création de  $\varphi$  est décrite dans le prochain paragraphe).

Pour chaque note  $i$ , la fréquence de jeu moyenne (pour tous les masques virtuels)  $\overline{F}_i(\mathbf{x}, \varphi)$  est calculée. La justesse est estimée par l'écart en cents (1/100 de demi ton) entre la fréquence de jeu attendue et la fréquence de jeu obtenue à partir de la simulation. Afin de calculer cet écart, une note de référence (note d'accord) et un tempérament de référence (considéré comme la justesse idéale) sont nécessaires. Étant donné que les trompettistes accordent généralement leur instrument sur le 4ème régime de la trompette à vide (Si bémol 4), celui-ci est choisi comme référence. Le tempérament de référence choisi est le tempérament égal, qui partage l'octave en 12 demi-ton égaux. Pour chaque note  $i$ , l'écart au tempérament égal entre la fréquence moyenne de la note  $i$ ,  $\overline{F}_i(\mathbf{x}, \varphi)$ , et la fréquence de la référence  $\overline{F}_{ref}(\mathbf{x}, \varphi)$  est donné par

$$ETD(\mathbf{x}, i, \varphi) = \alpha_{ref \rightarrow i} - 1200 \cdot \log_2 \left( \frac{\overline{F}_i(\mathbf{x}, \varphi)}{\overline{F}_{ref}(\mathbf{x}, \varphi)} \right), \quad (6)$$

avec  $\alpha_{ref \rightarrow i}$  la différence attendue entre la note de référence  $ref$  et la note visée  $i$  selon le tempérament égal

(-500 cents, par exemple, entre un Si bémol 4 et un Fa 4 ; une quarte juste descendante).

La fonction objectif  $J(\mathbf{x}, \varphi)$  est finalement la moyenne des valeurs absolues des écarts entre les  $(P - 1)$  notes, agrégeant ainsi le comportement de l'instrument entier :

$$J(\mathbf{x}, \varphi) = \frac{\sum_{i \in \text{Notes}} |ETD(\mathbf{x}, i, \varphi)|}{P-1}. \quad (7)$$

La principale difficulté de l'approche concerne la convergence des simulations vers l'auto-oscillation. Le système non-linéaire pour lequel aucune solution théorique n'est connue de manière simple rend très compliqué la prédiction de la convergence pour une géométrie et un masque donnés. Il faut pourtant s'assurer que les masques virtuels du groupe  $\varphi$  convergent vers une solution, pour que la fonction objectif soit estimée. De plus, il faut qu'il y ait convergence vers un son réaliste. En effet, tout comme un trompettiste débutant produirait un "canard", le masque virtuel doit être correctement choisi afin de produire des sons "réalistes". Un prétraitement des simulations est par conséquent nécessaire afin de déterminer, pour toute géométrie de l'instrument, un jeu de masques virtuels qui convergent vers des sons réalistes. Le prétraitement comporte deux phases : une phase d'exploration, chargée de trouver, pour chaque géométrie, des masques qui convergent vers un son stable ; une phase de sélection, qui permet de choisir, parmi les masques qui convergent vers une auto-oscillation, ceux qui produisent un son de trompette jugé "réaliste". L'exploration de l'espace de conception selon les paramètres du masque est réalisée à l'aide de tirages aléatoires. Dans le cas où  $\mathbf{x}$  appartient à  $\mathbb{R}^2$ , l'espace à explorer possède 5 dimensions : 2 variables géométriques et 3 variables de masque ( $P_m, \mu_l, f_l$ ). Pour mener à bien l'exploration, un échantillonnage par hypercube latin à 5 dimensions discrétise l'espace et chaque échantillon (couple géométrie-masque) est simulé.

La sélection des sons se base ensuite sur un critère, à la manière d'un "rendement" du système, qui représente le rapport de l'amplitude des sons par rapport à la pression dans la bouche. Si les amplitudes des harmoniques des sons sont assez grandes relativement à la pression  $P_m$  dans la bouche du musicien, alors le masque est considéré approprié. Pour un masque donné, un son est considéré réaliste si

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^6 A_i^2}}{P_m} \geq \text{Seuil}. \quad (8)$$

En pratique, les seuils sont ajustés afin de sélectionner environ 10% des sons simulés pour une note donnée. La distribution dans l'espace des variables des couples (géométries - masques) sélectionnés est enfin modélisée par un mélange gaussien, utilisé pour faire un tirage de Monte Carlo pour l'estimation de  $J(\mathbf{x})$ .

Par conséquent, la moyenne des fréquences de jeu pour une note  $\overline{F}_i(\mathbf{x}, \varphi)$  est une valeur calculée à partir d'un nombre fini de masques. Par ailleurs, le groupe de masques est différent selon la géométrie car rien ne certifie qu'un masque puisse rester réaliste pour toutes les géométries envisagées dans le problème d'optimisation. Par conséquent, la fonction  $J(\mathbf{x})$  n'est pas déterministe (deux calculs consécutifs ne produisent pas la même valeur). Pour obtenir une estimation fiable de  $J(\mathbf{x})$ , une méthode de Monte Carlo est utilisée en tirant aléatoirement un grand nombre de masques différents en utilisant le modèle de

mélanges gaussiens. En pratique, 100 masques différents sont simulés pour produire une estimation de la fréquence de jeu moyenne  $\overline{F}_i(\mathbf{x}, \varphi)$ . Pour le calcul complet de  $J(\mathbf{x})$  qui intègre 4 régimes, les simulations de 400 masques sont donc nécessaires pour obtenir une valeur de  $J(\mathbf{x})$ . Pour indication, le temps de calcul pour ces 400 simulations est de 11 minutes pour estimer une valeur de  $J$  pour un  $\mathbf{x}$  donné en utilisant un processeur Intel Core i7 de 1.7GHz avec 8 Go de RAM DDR3 à 1600 MHz sous OS X.

Étant donné que la fonction objectif est le résultat de simulations stochastiques (avec une part d'aléatoire dans le choix des masques), les dérivées ne sont pas accessibles et ne peuvent pas être estimées. Par conséquent, un algorithme sans dérivée avec des propriétés de convergence intéressantes a été choisi : MADS [1, 2, 15], distribué par le logiciel NOMAD. Cet algorithme est basé sur le paradigme recherche et sonde locale introduit dans [4]. L'étape de recherche permet d'utiliser différentes méthodes choisies par l'utilisateur afin de proposer des candidats prometteurs. L'étape de sonde locale détermine des candidats autour de l'optimum courant : elle assure la convergence de l'algorithme vers un optimum local. Étant donné que l'estimation de la fonction objectif  $J(\mathbf{x})$  est coûteuse en temps de calcul, une variante de l'algorithme d'optimisation par recherche directe assisté de meta-modèles employé dans [19] est utilisée. L'idée fondamentale est de créer un meta-modèle de la "vraie" fonction objectif  $J$  afin de i) formuler et résoudre un problème lié au meta-modèle pour obtenir un candidat prometteur et ii) ordonner les candidats générés par la sonde locale. Par la suite la "vraie" fonction objectif est évaluée de manière opportuniste afin de déterminer la prochaine itération.

## 4 Exemple

Le problème de conception considéré est constitué de deux variables d'optimisation (2D). Pour cette taille de problème, un calcul exhaustif de la fonction objectif sur une discrétisation fine de l'espace de conception est envisageable. Cela permet de visualiser la forme de la fonction et de juger de la position des solutions issues de l'optimisation par rapport au minimum issu de l'énumération exhaustive. Le budget de calcul alloué au problème a été fixé à 100 évaluations de la "vraie" fonction objectif, afin d'observer le comportement du problème d'optimisation pour un temps de calcul raisonnable (approximativement 1200 minutes sur un processeur Intel Core i7 de 1.7GHz avec 8 Go de RAM DDR3 à 1600 MHz sous OS X).

Les variables de conception du problème sont deux rayons de la branche d'embouchure d'une trompette en Si bémol, partie qui connecte l'embouchure à la coulisse d'accord. Les deux variables de conception sont représentées Figure 4. Le premier rayon ajustable (situé à 16 cm du début de l'embouchure) peut prendre des valeurs allant de 4 mm à 5.8 mm alors que le second rayon (situé à 24 cm) prend des valeurs allant de 4.8 mm à 6.6 mm. Le reste de la trompette correspond aux mesures faites sur une trompette Yamaha 6335 avec une embouchure Yamaha 15C4.

Une unique réalisation de la fonction objectif  $J(\mathbf{x})$  évaluée sur tout l'espace de conception (selon un pas de 0.01 mm) est représentée Figure 5. Cette réalisation de  $J(\mathbf{x})$  conduit à un minimum de 3 cents au point  $\mathbf{x} = (4, 8 ; 5, 5)$

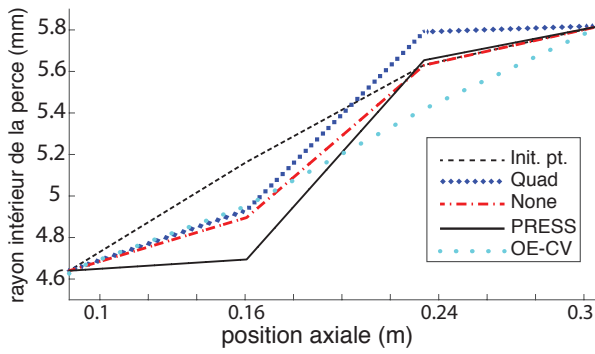


FIGURE 4 – Représentation du rayon intérieur de la branche d’embouchure le long de l’axe ; chaque couleur correspond à l’optimum trouvé par une des 4 méthodes d’optimisation et la ligne noir pointillée correspond à la géométrie initiale

(en mm). Le maximum de  $J(\mathbf{x})$  dans l’espace de conception est d’environ 27 cents. Le vecteur initial des variables de

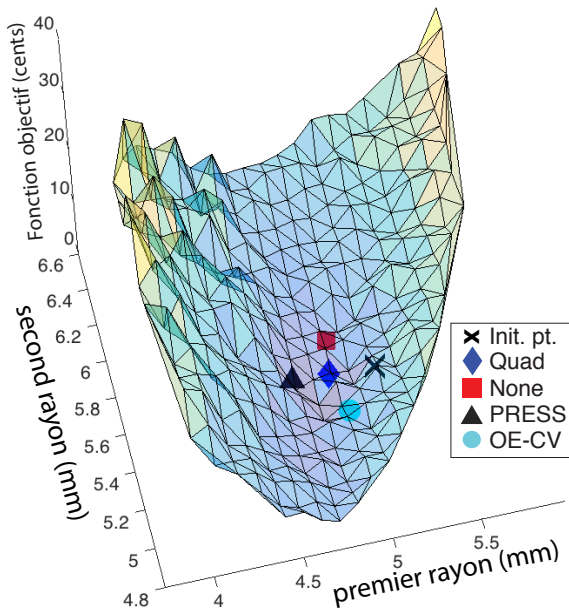


FIGURE 5 – Représentation de la fonction objectif sur l’espace de conception ; la croix noire correspond à la géométrie initiale ; les autres points correspondent aux optima de chacune des 4 méthodes

conception de l’instrument  $\mathbf{x}_{init}$  correspond aux valeurs courantes relevées sur la trompette Yamaha 6335. Cette géométrie est représentée par une ligne noire pointillée en figure 4. Sa position sur la surface est signalée par une croix noire figure 5.

Quatre stratégies d’optimisation sont testées. Les stratégies surnommées "None" et "Quad" utilisent la distribution officielle de NOMAD (3.7.2) avec respectivement pas d’étape de recherche ou une étape de recherche basée sur un meta-modèle quadratique local. Les stratégies basées sur un ensemble de meta-modèle testées par 2 métriques d’erreur sont nommées selon leur métrique d’erreur, i.e., "PRESS et OE-CV".

La figure 6 représente le diagramme de l’évolution de la fonction objectif pour chaque méthode d’optimisation.

Le meilleur résultat est obtenu en utilisant "PRESS" ; des informations plus détaillées sur l’amélioration obtenue sont exposées Figure 7. La valeur de  $J(\mathbf{x})$  à l’optimum est de 1,6

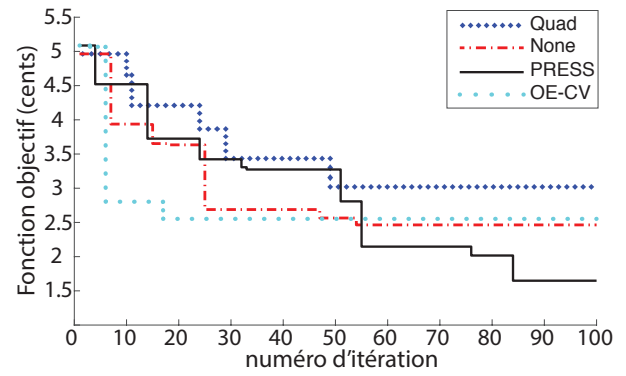


FIGURE 6 – Évolution de la fonction objectif au cours des itérations

cents, correspondant au point  $\mathbf{x} = (4,65 ; 5,6)$  (en mm). Le fait que l’optimum trouvé par optimisation (1,6 cent) soit inférieur au minimum déterminé par discrétisation (3 cents) vient du fait que cet optimum trouvé par optimisation est obtenu par de nombreuses réalisations de la fonction  $J(\mathbf{x})$  au voisinage de celui-ci, alors que le minimum de la fonction discrétisée ne vient que d’une unique réalisation de  $J(\mathbf{x})$ .

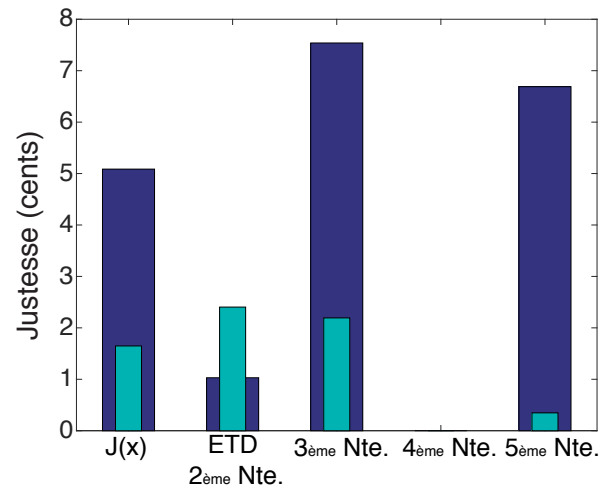


FIGURE 7 – Détail des améliorations de la justesse obtenues par la méthode PRESS ; les colonnes bleues foncées correspondent à la géométrie initiale et la colonne cyan à l’optimum ; La colonne de gauche représente la fonction objectif alors que les 4 autres colonnes représentent la valeur absolue de chaque ETD. On peut noter que la justesse de la 4ème note est de 0 cents puisque c’est la référence d’accord.

## 5 Discussion

Les résultats sont très prometteurs et montrent des améliorations significatives de la justesse de l’instrument. L’intégration des simulations par modèles physique dans un schéma itératif d’optimisation est opérationnel. La solution optimale améliore la fonction objectif (justesse globale) de 66%. Cet optimum  $\mathbf{x} = (4,65 ; 5,6)$  (en mm) est intéressant du point de vue de la conception d’un instrument puisqu’on observe qu’il se situe très proche du minimum issu de la discrétisation  $\mathbf{x} = (4,8 ; 5,5)$  (en mm). Cela suggère que l’algorithme converge bien vers le minimum, quand bien même le nombre d’itérations possibles a été volontairement

limité à 100. L'ensemble de meta-modèle "PRESS" est plus efficace que les formulations classiques du problème ("None" et "Quad"). D'un point de vue de l'équilibre de l'instrument, on constate que l'amélioration de la justesse concerne tous les régimes sauf le numéro 2 : la répartition de la justesse est plus homogène sur l'instrument optimisé que sur l'instrument initial. Par ailleurs la perce optimale est réaliste et conduit à une branche d'embouchure dont l'évolution du rayon est strictement croissante (Figure 4).

## 6 Conclusion

Ce travail pionnier intègre des simulations par modèle physique dans un processus d'optimisation de la perce de trompettes. L'originalité de ce travail réside dans le fait que les simulations permettent de définir une fonction objectif qui estime la justesse globale de l'instrument non pas à partir de l'impédance seule, mais en tenant compte de l'interaction complexe de l'instrument avec un musicien virtuel. La difficulté principale réside dans l'introduction des simulations par modèle physique dans une boucle itérative d'optimisation, ce qui implique de s'assurer que les simulations convergent vers une auto-oscillation pour tout point de l'espace de conception. Cette propriété est assurée par une étape de prétraitement des masques virtuels qui contrôlent les simulations, et par une approche stochastique qui réalise une estimation de la fonction objectif par une méthode de Monte Carlo. L'indisponibilité du gradient implique l'utilisation d'un algorithme d'optimisation adapté, l'algorithme MADS. De plus, les simulations étant très coûteuses en temps de calcul, l'étape de recherche utilise des meta-modèles afin de fournir des résultats en un temps de calcul raisonnable. Les résultats sont encourageants d'un point de vue acoustique et algorithmique. L'exemple en 2D traité montre que les temps de calcul restent raisonnables, que l'amélioration de la justesse est significatif et que les perces obtenues sont réalistes.

Ce travail peut être étendu dans plusieurs directions. En ce qui concerne l'acoustique, un problème de plus grande dimension peut être envisagé, en intégrant de nombreuses variables de conception de la perce, en se concentrant en particulier sur l'embouchure. En jouant sur le diamètre de grain et sur le cylindre initial, on pourrait développer des problèmes très intéressants tant du point de vue de la justesse que du point de vue du timbre de l'instrument. Une autre perspective concerne la fonction objectif. Étant donné qu'un son en régime permanent est notamment constitué de ses harmoniques, une fonction objectif basée sur le contenu spectral peut être formulée. L'influence des paramètres du masque pourrait aussi être considérée dans la fonction objectif en étudiant, par exemple, la justesse soumise à des variations de dynamique  $P_m$ . Étant donné que plusieurs descripteurs de la qualité des sons existent, une optimisation bi-objectif ou une optimisation soumise à des contraintes est aussi envisageable. En particulier, il serait intéressant d'optimiser un critère timbral sous une contrainte de justesse car un trompettiste serait capable d'accepter un petit défaut de justesse à condition que la trompette ait un son intéressant. À propos de la procédure d'optimisation, il serait intéressant d'utiliser les deux métriques "PRESS" et "OE-CV" pour agréger différents modèles au lieu d'en sélectionner un. De plus, si des problèmes soumis à des

contraintes sont considérés, un ensemble de modèles serait très efficace afin de sélectionner différents meta-modèles pour différentes fonctions (objectifs et contraintes).

## Remerciements

Les auteurs remercient chaleureusement Michaël Kokkolaras et Bastien Talgorn de l'Université McGill, Montréal, pour leur expertise sur l'optimisation avec surrogate, l'équipe NOMAD (Charles Audet, Sébastien Le Digabel et Christophe Tribes), ainsi que Saïd Moussaoui pour son aide concernant la formulation du problème d'optimisation et Jean-Pierre Dalmont pour son aide précieuse concernant les impédances d'entrée.

## Références

- [1] C. Audet and J. E. Dennis, Jr. Mesh adaptive direct search algorithms for constrained optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 17(1) :188–217, 2006.
- [2] C. Audet, A. Ianni, S. Le Digabel, and C. Tribes. Reducing the number of function evaluations in mesh adaptive direct search algorithms. Technical Report G-2012-43, Les cahiers du GERAD, 2012.
- [3] A H Benade. Relation of air-column resonances to sound spectra produced by wind instruments. *The journal of the Acoustical Society of America*, 40 :247–249, 1966.
- [4] A. J. Booker, J. E. Dennis, Jr., P. D. Frank, D. B. Serafini, V. Torczon, and M. W. Trosset. A rigorous framework for optimization of expensive functions by surrogates. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 17(1) :1–13, 1999.
- [5] A. C. P. Braden, M. J. Newton, and D. M. Campbell. Trombone bore optimization based on input impedance targets. *The journal of the Acoustical Society of America*, 125 :2404–2412, 2009.
- [6] M Campbell. Brass instruments as we know them today. *Acta Acustica united with Acustica*, 90(4) :600–610, 2004.
- [7] R. Causse, J. Kergomard, and X. Lurton. Input impedance of brass musical instruments : comparisons between experiment and numerical models. *The journal of the Acoustical Society of America*, 75 :241–254, 1984.
- [8] J.S. Cullen, J. Gilbert, and M. Campbell. Brass instruments : Linear stability analysis and experiments with an artificial mouth. *Acta Acustica united with Acustica*, 86(4) :704–724, 2000.
- [9] J P Dalmont and J C Le Roux. A new impedance sensor for wind instruments. *The journal of the Acoustical Society of America*, 125(5) :3014–3014, 2008.
- [10] P Eveno, J F Petiot, J Gilbert, B. Kieffer, and R. Causse. The relationship between bore resonance frequencies and playing frequencies in trumpets. *Acta Acustica united with Acustica*, 100(2) :362–374, 2014.

- [11] Snorre Farner, Christophe Vergez, Jean Kergomard, and Aude Lizée. Contribution to harmonic balance calculations of self-sustained periodic oscillations with focus on single-reed instruments. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 119(3) :1794–1804, 2006.
- [12] C. Fritz and D. Dubois. Perceptual evaluation of musical instruments : state of the art and methodology. *Acta Acustica united with Acustica*, 101 :369–381, 2015.
- [13] J. Gilbert, J. Kergomard, and E. Ngoya. Calculation of the steady-state oscillations of a clarinet using the harmonic balance technique. *The journal of the Acoustical Society of America*, 86(1) :35–41, 1989.
- [14] W. Kausel. Optimisation of wind instruments revisited. *The journal of the Acoustical Society of America*, 86(1) :35–41, 2010.
- [15] S. Le Digabel. Algorithm 909 : NOMAD : Nonlinear optimization with the MADS algorithm. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 37(4) :44 :1–44 :15, 2011.
- [16] D. Noreland. A gradient based optimisation algorithm for the design of brass-wind instruments. *PhD thesis, Uppsala University*, 2013.
- [17] J F Petiot and J. Gilbert. Comparison of trumpets' sounds played by a musician or simulated by physical modelling. *Acta Acustica united with Acustica*, 98 :475–486, 2013.
- [18] E. Poirson, J F. Petiot, and J. Gilbert. Integration of user perceptions in the design process : application to musical instrument optimization. *ASME Journal of Mechanical Design*, 129 :1206–1214, 2007.
- [19] B. Talgorn, S. Le Digabel, and M. Kokkolaras. Statistical surrogate formulations for simulation-based design optimization. *ASME Journal of Mechanical Design*, 137(2) :021405–1–021405–18, 2015.
- [20] J. Woodhouse, K. Y. Manuel, A. Smith, A. J. C. Wheble, and C. Fritz. Perceptual thresholds for acoustical guitar models. *Acta Acustica united with Acustica*, 99(4) :629–641, 2012.