

## CFA/VISHNO 2016

**Modélisation numérique de la propagation des ondes ultrasonores dans un milieu multi-diffusant en présence d'une non linéarité localisée**

G. Chen<sup>a</sup>, D. Pageot<sup>a</sup>, J.-B. Legland<sup>a</sup>, M. Chekroun<sup>b</sup>, O. Abraham<sup>a</sup>, V. Tournat<sup>c</sup> et Y. Capdeville<sup>d</sup>

<sup>a</sup>IFSTTAR, GERS - GEOEND, Route de Bouaye CS4, 44344 Bouguenais, France

<sup>b</sup>IUT/LAUM CNRS, Avenue Olivier Messiaen, 72085 La Mans, France

<sup>c</sup>LAUM, UMR-CNRS 6613, Avenue Olivier Messiaen, Université du Maine, 72085 Le Mans, France

<sup>d</sup>LPGNantes, CNRS, Université de Nantes, 2 rue de la Houssinière BP 92205, 44322 Nantes, France

guangzhi.chen@ifsttar.fr



LE MANS

La localisation et la caractérisation de défauts dans les matériaux hétérogènes sont indispensables pour évaluer la durée de vie résiduelle des structures en génie civil. Parmi les différents types de méthodes de contrôle non destructif par ultrasons, les ondes de coda présentent une haute sensibilité aux perturbations des milieux de propagation complexes, grâce à leurs trajectoires longues. La méthode dite d'interférométrie de la coda permet d'évaluer la variation de la vitesse entre un état initial et un état perturbé avec une grande précision. Il est intéressant de combiner la méthode de l'interférométrie de la coda avec l'acoustique non linéaire pour augmenter la sensibilité aux non-linéarités du milieu de propagation. Dans les travaux récents, une méthode de modulation non linéaire appliquée à des signaux de coda a été testée avec succès dans une plaque de verre pour la détection de non-linéarités localisées associées à des fissures, puis appliquée sur des éprouvettes de béton fissurées. Dans cet article des développements de modèles numériques qui permettent de valider et piloter les protocoles de laboratoire in-situ sont présentés. Des simulations numériques avec la méthode des éléments spectraux sont effectuées afin de réaliser une étude paramétrique de la modulation non linéaire de la coda ultrasonore en fonction de la taille et la position de non-linéarités. Les résultats issus de modélisation numérique sont comparés avec ceux obtenus expérimentalement précédemment.

## 1 Introduction

Parmi les différentes méthodes d'évaluation et de contrôle non destructif (ECND) sur les matériaux complexes en génie civil, les méthodes ultrasonores sont particulièrement intéressantes [1]. L'idée générale des méthodes ultrasonores classiques pour obtenir une meilleure résolution spatiale et une meilleure sensibilité est d'augmenter la fréquence, en conséquence de quoi, l'atténuation est augmentée, principalement à cause de l'absorption intrinsèque et la diffusion. Cette dernière réduit les amplitudes des ondes directes et induit l'onde de coda, qui arrive plus tard. Il est difficile de décrire en détail les amplitudes et les phases de l'onde de coda à cause de la complexité de la propagation des ondes dans le matériau. Néanmoins, l'onde de coda contient des informations sur le milieu et il est démontré qu'elle est reproductible [2] et a une haute sensibilité aux perturbations du milieu de propagation [3, 4, 5]. Par exemple, dans un milieu complexe comme le béton, le signal de coda est modifié par les micro-fissures et macro-fissures du milieu [6, 7].

Les méthodes acoustiques non linéaires sont une famille de méthodes ultrasonores qui présente des avantages pour l'ECND des matériaux complexes, grâce à leur sensibilité aux diffuseurs non linéaires. Parmi les nombreuses méthodes acoustiques non linéaires, la modulation non linéaire est largement étudiée pour caractériser et détecter l'endommagement des matériaux [8, 9]. L'idée est d'appliquer des ondes de grande amplitude, mais de basse fréquence (Onde de pompe), puis de sonder le matériau avec une onde de sonde haute fréquence, le but de l'onde de pompe est de mettre en jeu des effets non linéaires. Sur cette base, une nouvelle série de méthodes, qui combine la méthode non linéaire et l'analyse de la coda (NLMCODA : *Non-Linear Mixing of the CODA*) est proposée par Y. ZHANG en 2013 pour le verre. L'onde de pompe utilisée est un signal chirp large bande en basse fréquence au lieu d'un signal monochromatique sinusoïdal, pour que les effets non linéaires soient excités de façon homogène dans le milieu de propagation et moyennés sur chaque signal de coda [10].

Afin de reproduire numériquement l'étude expérimentale citée précédemment, la méthode des éléments finis spectraux 2D [11] (*SEM : Spectral Element Method*) est utilisée. Une étude paramétrique sur la variation relative de la vitesse de coda est effectuée en utilisant la méthode de l'interférométrie

de coda (*CWI : Coda Wave Interferometry*) : sur un matériau homogène et un matériau hétérogène. Les résultats numériques sont ensuite comparés avec ceux des travaux expérimentaux précédents.

## 2 Interférométrie de coda

Dans un milieu hétérogène, le régime de diffusion [12] est atteint lorsque le champ d'onde généré par la diffraction multiple devient stable et indépendant de la source. Cet ensemble d'ondes multiples diffusées est appelé l'onde de coda.

La vitesse effective de l'onde de coda  $v_{coda}$  est donnée par :

$$v_{coda} = \frac{v_P v_S (2v_P^2 + v_S^2)}{2v_P^3 + v_S^3}, \quad (1)$$

où  $v_P$  et  $v_S$  sont les vitesses de propagation des ondes de compression  $P$  et de cisaillement  $S$ , respectivement. Dans l'hypothèse que les perturbations de  $v_P$  et  $v_S$  soient faibles et les trajectoires de la propagation de l'onde de coda restent inchangées, la perturbation de la vitesse de coda  $\theta_{coda}$  en régime de diffusion peut s'écrire :

$$\theta_{coda} = \frac{\delta v_{coda}}{v_{coda}} = \frac{v_S^3}{2v_P^3 + v_S^3} \theta_P + \frac{2v_P^3}{2v_P^3 + v_S^3} \theta_S, \quad (2)$$

où  $\theta_P$  et  $\theta_S$  représentent respectivement la perturbation de  $v_P$  et  $v_S$ .

Dans les années soixante, les premières études de l'onde de coda sismique par Aki [13, 14] se concentrent sur l'amplitude et visent à étudier les hétérogénéités de la lithosphère. Dans les années quatre-vingt, Poupinet [15] compare les décalages temporels entre différents sismogrammes, et démontre qu'il est possible d'évaluer la variation de la vitesse de propagation dans le milieu. Cette méthode est appelée interférométrie de la coda (CWI). Sur cette base, Snieder [16] a étudié la relation entre le niveau de perturbation du milieu et la variation de vitesse de propagation. En supposant que la variation relative de la vitesse est homogène dans le milieu et que l'amplitude du train d'onde  $A_i$  est fixe, toutes les ondes multi-diffusées  $\varphi(t)$  correspondent à la superposition des trains d'onde

d'amplitude et de phase aléatoire [17] :

$$\varphi(t) = \sum_i A_i s(t - t_i) \rightarrow \tilde{\varphi}_t = \sum_i s(t - t_i + \frac{\delta v}{v} t) \quad (3)$$

où  $s(t)$  représente l'onde initiale émise par la source et  $\tilde{\varphi}$  les ondes multi-diffusées après passage dans la perturbation.

Une méthode pour évaluer la variation de la vitesse de propagation est la méthode dite d'étirement (Stretching). Le Stretching évalue le coefficient de corrélation entre un signal perturbé  $u_p(t)$  et un signal de référence  $u_i(t)$  avec un taux de dilatation  $\theta_i$ , qui simule une augmentation/diminution de la vitesse de propagation.

$$CC(\theta_i) = \frac{\int_{t-T}^{t+T} u_i(t'(1 + \theta_i)) u_p(t') dt'}{\sqrt{\int_{t-T}^{t+T} u_i^2(t'(1 + \theta_i)) dt' \int_{t-T}^{t+T} u_p^2(t') dt'}} \quad (4)$$

La valeur maximale du coefficient de corrélation  $CC(\theta_{MAX})$  représente la similarité des deux signaux enregistrés avant et après la perturbation du milieu dans une fenêtre temporelle choisie. En théorie, si la valeur de  $\theta_{MAX}$  est bien estimée, le coefficient de corrélation  $CC(\theta_{MAX})$  doit être égal à 1. Mais ce n'est pas valable en pratique à cause de la distorsion de la forme d'onde dans le milieu hétérogène. Pour quantifier ce niveau de distorsion, le coefficient de décorrélation  $Kd$  est introduit :

$$Kd = 100 \cdot (1 - CC(\theta_{MAX})) \quad (5)$$

La valeur de  $Kd$  varie entre 0 et 100. Plus le milieu de propagation est perturbé, plus la valeur de  $Kd$  est importante. Le niveau de distorsion de la forme d'onde est lié au niveau de perturbation du milieu, par exemple des modifications de la micro-structure.

La méthode Stretching suppose que le déphasage temporel varie linéairement en fonction du temps :

$$\delta t = t - t(1 - \theta_i) = -\theta_i t \quad (6)$$

pour maximiser le coefficient de corrélation (Eq. 4), la valeur  $\theta_{MAX}$  est égale à la variation relative de la vitesse :

$$\theta_{MAX} = \theta_{coda} = \delta v / v \quad (7)$$

L'avantage principal de la méthode Stretching par rapport au Doublet est qu'elle permet d'obtenir des résultats robustes en présence de bruit, cet avantage fournit une possibilité d'augmenter la sensibilité sur des petites perturbations dans les matériaux hétérogènes. Un inconvénient de la méthode Stretching est qu'elle suppose que  $\delta t(t)$  varie linéairement en fonction du temps  $t$  : la variation relative de vitesse  $\delta v / v$  est une constante au cours de la propagation de la coda, ce qui n'est pas toujours vrai dans les matériaux hétérogènes [18]. Le choix de la fenêtre temporelle est important pour la fiabilité de la méthode Stretching.

Dans cette étude, la variation relative de vitesse  $\theta$  est étudiée à l'échelle de l'ordre  $10^{-6}$  à  $10^{-4}$ . La gamme de recherche de  $\theta$  est fixée à  $[-10^{-3}, +10^{-3}]$ .

### 3 Effet dynamique de la non-linéarité

Dans les matériaux du génie civil, comme les bétons, les sols et les roches, les composants rigides sont distribués spatialement de façon homogène et les interstices sont remplis par de l'air et/ou de l'eau et présentent souvent des propriétés élastiques hystérétiques. Ce type de matériau du génie civil est dit mésoscopique non linéaire (*NME : Nonlinear Mesoscopic Elasticity*). Pour les NME, le module d'élasticité et le coefficient de dissipation varient en fonction de l'amplitude d'excitation lorsque cette dernière est suffisamment importante (déformation imposée supérieure à  $10^{-6}$ ). Il existe différents effets dynamiques de l'élasticité mésoscopique non linéaire : les effets de dynamique rapide (*ANFD : Anomalous Nonlinear Fast Dynamics*), de dynamique lente (*SD : Slow Dynamic*) et le conditionnement (*conditioning*).

L'effet de dynamique rapide est caractérisé par une diminution du module d'élasticité et une augmentation du coefficient de dissipation. Cet effet peut être observé par une méthode de résonance : la fréquence de résonance et le facteur de qualité décroissent linéairement en fonction de l'amplitude d'excitation [9]. L'effet de dynamique lente correspond à un retour au niveau de départ en  $10^3 - 10^4$  secondes, suivant une loi logarithmique en fonction du temps, de la fréquence de résonance et du facteur de qualité. L'effet de conditionnement se manifeste également par une diminution de la fréquence de résonance et du facteur de qualité, mais au contraire de l'effet de dynamique lente, cet effet n'apparaît qu'au début de l'excitation, ce qui représente un état de déséquilibre du matériau lié à l'excitation.

### 4 Modélisation numérique

La méthode des éléments spectraux (*SEM : Spectral Element Method*) 2D est utilisée dans cette étude. SEM permet de propager de nombreuses longueurs d'onde dans un milieu élastique arbitraire avec une très faible dispersion numérique. La discrétisation spatiale du milieu, reposant sur un maillage composé d'éléments quadrangulaires, permet de reproduire des géométries complexes.

SEM ne permet pas de reproduire l'effet de la pompe qui modifie les propriétés mécaniques du matériau au cours du temps. Le comportement non linéaire est donc abordé ici comme une succession de comportements linéaires représentant chacun une variation du module d'Young localisée et traités par des problèmes directs séparés.

Pour l'ensemble des résultats de modélisations présentés, la source est un signal chirp fenêtré d'une durée de 0.2 ms (Fig. 1). La fréquence centrale du chirp est de 500 kHz, et sa bande passante en fréquence de 200 kHz à 800 kHz. La durée totale du signal enregistré au récepteur est de 4 ms avec un échantillonnage en temps de  $10^{-4}$  ms.

Les effets de la discrétisation spatiale et du pas d'intégration, qui conditionnent la stabilité du schéma numérique, ont permis de déterminer empiriquement les valeurs permettant un bruit numérique minimum et un coût de calcul acceptable. La taille des éléments du

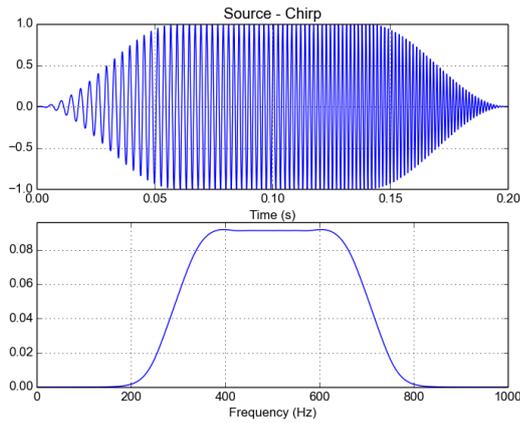


FIGURE 1 – Source Chirp fenêtrée.

maillage est fixée à 6 mm pour le milieu homogène et 3 mm pour le milieu hétérogène et les pas d'intégration sont respectivement à 0.005 ms et 0.0025 ms.

Afin de simplifier l'étude et de se focaliser sur les effets de la variation du module d'Young, l'atténuation n'est pas prise en compte.

#### 4.1 Modèle homogène

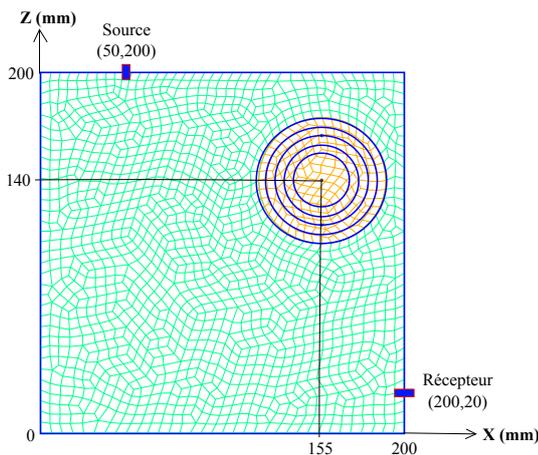
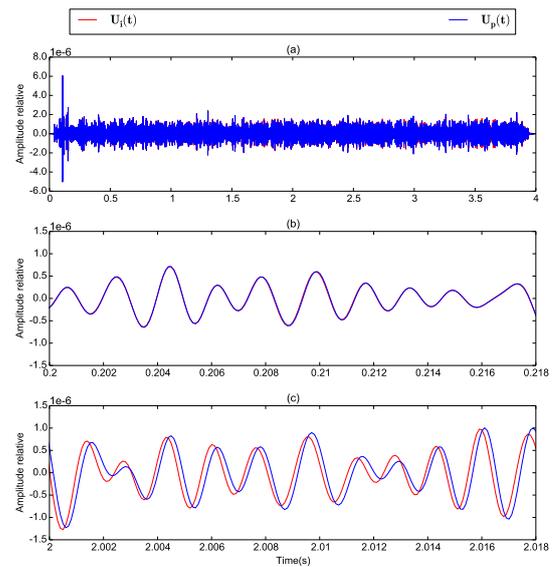


FIGURE 2 – Maillage du milieu homogène avec une inclusion localisée de taille différente suivant les cas.

Les modélisations numériques d'un milieu homogène sont effectuées pour cinq modèles numériques différents. La matrice est un carré, de taille  $200\text{mm} \times 200\text{mm}$ , et le matériau (verre) a un le module d'Young de 69 GPa, un coefficient de Poisson de 0.25 et une masse volumique de  $2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Les vitesses de l'onde P et de l'onde S sont respectivement égales à  $5755 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $3323 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . L'inclusion est un cercle, dont le centre est fixé à  $x = 155 \text{ mm}$  et  $z = 140\text{mm}$ . Elle est aussi en verre, mais avec un changement de module d'Young qui modifie localement les vitesses des différents types d'onde. Le rayon de l'inclusion  $R$  varie de 15 mm à 35 mm par pas de 5 mm (Fig. 2).

La source suivant la direction Z (Fig. 1) est positionnée en haut à gauche et le récepteur est fixé en bas à droite pour que les ondes multi-diffusées se propagent dans la matrice et dans l'inclusion suffisamment.

Afin d'illustrer la méthode Stretching, deux signaux temporels numériques sont présentés sur la figure 3,  $u_i(t)$  et  $u_p(t)$  représentent respectivement l'état initial et l'état perturbé de l'inclusion du modèle numérique, ce dernier est réalisé avec un changement du module d'Young de 0.36% de l'inclusion. Globalement les deux signaux présentent des formes d'onde très proches (Fig. 3 (a)). Deux zooms des différentes fenêtres temporelles qui contiennent chacune environ 10 périodes sont analysés : 1) au début de la coda [0.2ms,0.218ms] (Fig. 3 (b)), les deux signaux sont parfaitement superposés, 2) plus loin dans la coda [2.0ms, 2.018ms] (Fig. 3 (c)), les deux signaux présentent clairement des décalages temporels et des distorsions des formes d'onde.

FIGURE 3 – Signaux temporels numériques pour deux états différents d'un modèle homogène avec une inclusion localisée de rayon 25 mm :  $u_i(t)$ ,  $u_p(t)$  correspondent respectivement aux signaux calculés par le matériau sain et le matériau avec un changement du module d'Young de 0.36% dans l'inclusion.

Tout d'abord une étude sur la fenêtre temporelle de la méthode Stretching est effectuée. Les valeurs de la variation relative de vitesse  $\theta$  sont calculées pour un changement du module d'Young de 0.6%, avec différentes fenêtres temporelles qui commencent à 1 ms avec des largeurs de fenêtre qui est varié par pas de 0.05 ms (Fig. 4). Plus la fenêtre temporelle est grande, plus le coût des calculs est important. En considérant à la fois la robustesse de la méthode et le coût des calculs, la fenêtre temporelle [1.5ms, 2ms] est choisie : elle donne une valeur de  $\theta$  relativement stable, avec une largeur de fenêtre raisonnable qui contient suffisamment d'information : 100 périodes à la fréquence la plus basse de la source.

Une étude paramétrique sur la variation relative de la vitesse de coda  $\theta$  et le coefficient de décorrélation  $Kd$  en fonction du module d'Young de l'inclusion est effectuée. La coda de référence est celle du milieu sans changement du module d'Young ( $E_{inclusion} = E_{verre}$ ), les codas de test sont respectivement celles issues des milieux avec un changement du module d'Young de  $-0.6\%$  à  $+0.6\%$  par pas de  $0.06\%$

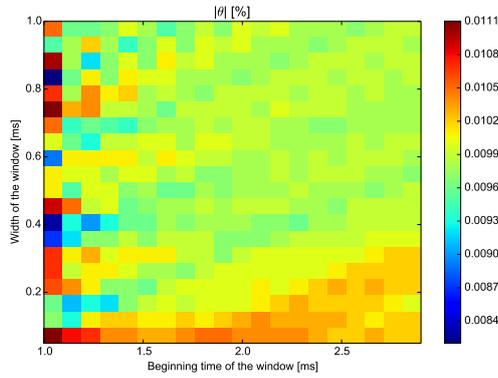


FIGURE 4 – Valeurs absolues de  $\theta$  en fonction de différentes fenêtres temporelles.

$$(E_{verre}(1 - 0.6\%) < E_{inclusion} < E_{verre}(1 + 0.6\%)).$$

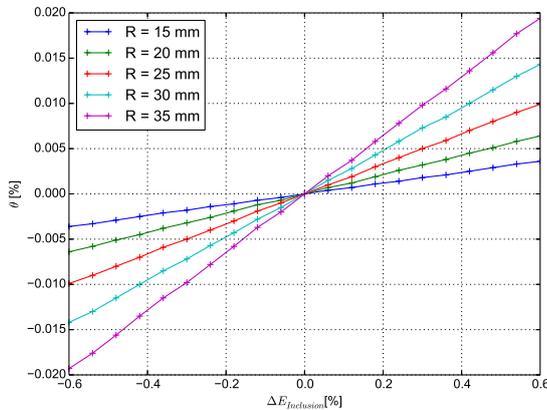


FIGURE 5 – Variations relatives de vitesse  $\theta$  en fonction du changement de Module d'Young  $\Delta E_{inclusion}$  pour différents rayons  $R$  de l'inclusion.

Les valeurs de  $\theta$  varient linéairement en fonction du changement du module d'Young de l'inclusion (Fig. 5). La pente de la variation de  $\theta$  en fonction du changement de module d'Young est notée  $\alpha_{\theta}^E$ , la relation peut s'écrire :

$$\theta = \alpha_{\theta}^E \cdot \Delta E_{inclusion} \quad (8)$$

La pente  $\alpha_{\theta}^E$  varie linéairement en fonction de la surface relative de l'inclusion  $S_R = S_{inclusion}/S_{matrice}$  (Fig. 6),

$$\alpha_{\theta}^E = \alpha_{\theta}^{E,S} \cdot S_R + C_{\theta}^{E,S} \quad (9)$$

ici, la pente  $\alpha_{\theta}^{E,S} = 0.3356$  et la constante  $C_{\theta}^{E,S} = -0.0002$ . A partir des Eq. 8 et Eq. 9, la relation entre  $\theta$ ,  $\Delta E$  et  $S_R$  est obtenue sous la forme suivante :

$$\theta = (\alpha_{\theta}^{E,S} \cdot S_R + C_{\theta}^{E,S}) \cdot \Delta E_{inclusion} \quad (10)$$

Les coefficients de décorrélation  $Kd$  varient quadratiquement en fonction du changement du module d'Young (Fig. 7) et de la surface relative de l'inclusion (Fig. 8). La variation de  $Kd$  peut être expliquée principalement par la somme des changements de trajectoire et de l'amplitude à l'interface verre/inclusion.

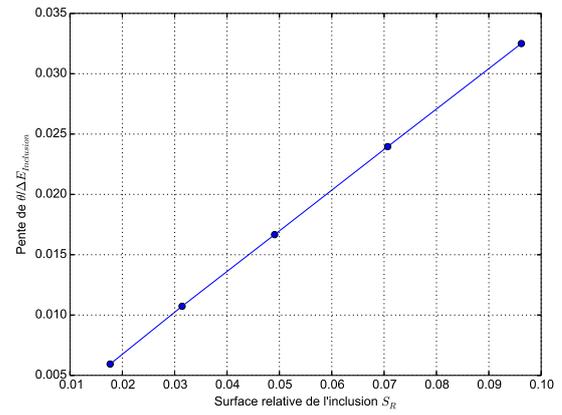


FIGURE 6 – Pente  $\alpha_{\theta}^E$  en fonction du changement de la surface relative  $S_R$  de l'inclusion.

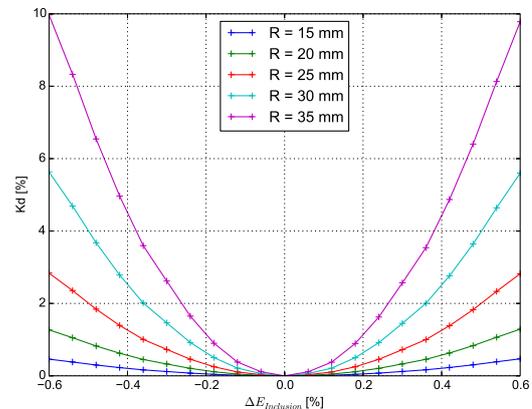


FIGURE 7 – Coefficients de décorrélation  $Kd$  en fonction du changement de Module d'Young  $\Delta E_{inclusion}$  pour différents rayons  $R$  de l'inclusion.

Il est intéressant de noter qu'un changement local de propriété peut être quantifié via une variation relative de la vitesse globale du milieu de propagation. Les résultats sont en accord avec ceux des études expérimentales précédentes [10, 5]. L'effet dynamique non linéaire, mis en lumière expérimentalement par une augmentation de l'amplitude de l'onde de pompe de grande amplitude et de basse fréquence, est ici modélisé par une augmentation du changement du module d'Young  $\Delta E_{Inclusion}$  qui conduit à une augmentation de la valeur absolue de variation relative de vitesse de coda  $\theta$ .

Dans l'expérience réalisée par Y. ZHANG [10] sur du verre endommagé, une amplitude de l'onde de pompe à 60 dB (valeur maximale au cours de l'essai) conduit à une valeur absolue de  $\theta$  d'environ 0.010%, qui correspond en numérique à un changement du module d'Young  $\Delta E_{Inclusion} = 0.6\%$  (avec un rayon de l'inclusion de 25 mm, similaire à la zone fissurée dans l'expérience). Le coefficient de décorrélation  $Kd$  expérimental vaut 7% et numériquement 3%. Cette différence peut être liée à la dissipation de l'énergie non linéaire dans l'expérience non modélisée ici qui conduit à une augmentation de  $Kd$ .

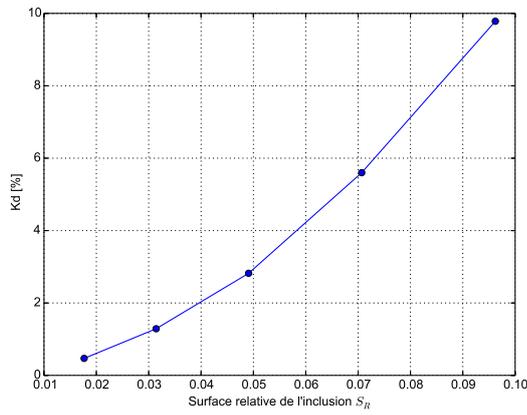


FIGURE 8 – Coefficients de décorrélation  $K_d$  pour un changement du module d'Young de 0.6% en fonction du changement de la surface relative  $S_R$  de l'inclusion.

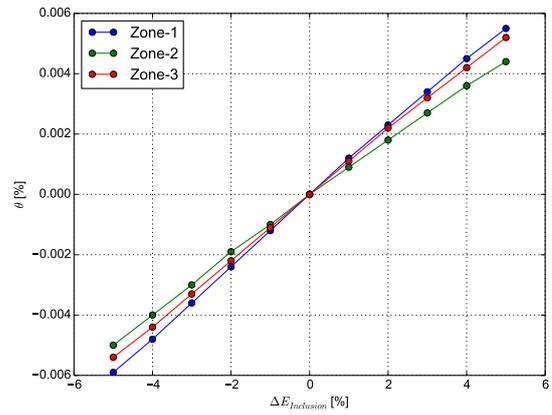


FIGURE 10 – Variations relatives de vitesse  $\theta$  en fonction du changement de Module d'Young  $E$  pour différentes positions de zone de défaut.

## 4.2 Modèle hétérogène

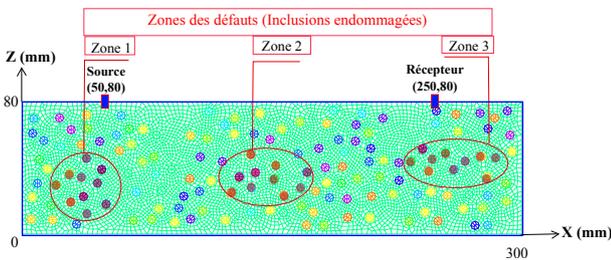


FIGURE 9 – Maillage du milieu hétérogène [19] avec 3 zones de défaut de positions différentes suivant les cas.

Les modélisations numériques du milieu hétérogène sont effectuées avec trois zones de défaut différentes (Fig. 9). La source est positionnée en haut à gauche et le récepteur est à droite. La matrice est de dimension  $300\text{mm} \times 80\text{mm}$  et le matériau a un module d'Young de  $10.8 \text{ Gpa}$  et un coefficient de Poisson de 0.33, la masse volumique est égale à  $2968 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Les vitesses de l'onde P et de l'onde S sont respectivement égales à  $1822 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $1494 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Les inclusions sont générées de façon aléatoire avec une concentration surfacique de 12%. Elles ont un module d'Young de  $70.5 \text{ Gpa}$  et un coefficient de Poisson de 0.26, la masse volumique est égale à  $5360 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Les vitesses de l'onde P et de l'onde S sont respectivement égales à  $3225 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $2700 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Les zones de défaut contiennent chacune dix inclusions (concentration surfacique endommagée à 0.8%), (Fig. 9). Le module d'Young des inclusions de la zone endommagée change.

La coda de référence est celle issue du milieu où toutes les inclusions ont les mêmes propriétés. Les codas de test sont celles issues des milieux avec des changements du module d'Young de  $-5\%$  à  $+5\%$  par pas de 1% des inclusions dans la zone de défaut ( $E_{inclusion}(1 - 5\%) < E_{endommagé} < E_{inclusion}(1 + 5\%)$ ).

Dans le milieu hétérogène, pour chaque zone de défaut, la variation relative de vitesse  $\theta$  varie quasi-linéairement en fonction du changement du module d'Young (Fig. 10) et le coefficient de décorrélation  $K_d$  varie quasi-quadratiquement

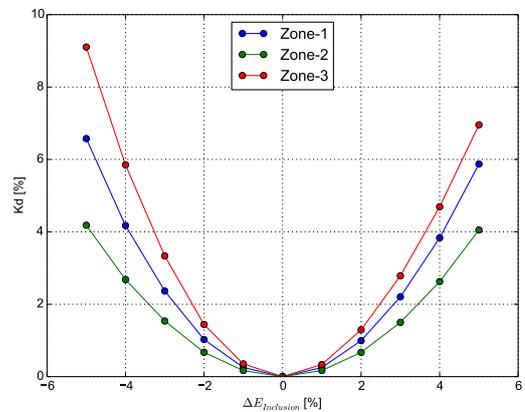


FIGURE 11 – Coefficients de décorrélation  $K_d$  en fonction du changement de Module d'Young  $E$  pour différentes positions de la zone de défaut.

(Fig. 11). Les résultats présentés sur le modèle hétérogène sont similaires à ceux du modèle homogène. Les résultats de  $\theta$  et de  $K_d$  varient en fonction de la position de la zone de défaut : la localisation du défaut en utilisant la modulation non linéaire de la coda ultrasonore est donc envisageable.

Les pentes du changement de  $\theta$  en fonction de  $\Delta E_{Inclusion}$  pour les modèles hétérogènes avec trois zones de défaut différentes sont respectivement  $\alpha_{\theta}^E \approx 0.12, 0.09, 0.11$ . Pour un modèle homogène avec une concentration surfacique d'endommagement de 0.8% (Eq. 9), la valeur absolue du coefficient  $\alpha_{\theta}^E$  vaut 0.0025, est nettement inférieure à celle du modèle hétérogène. Cette différence peut être liée à la structure du modèle ainsi qu'aux propriétés des matériaux et fait actuellement l'objet d'études plus approfondies.

## 5 Conclusion

Deux modèles numériques ont été développés en utilisant la méthode des éléments spectraux : un milieu homogène et un milieu hétérogène, tous avec un changement de module d'Young localisé pour simuler un défaut. Des simulations numériques de la propagation des ondes sont effectuées afin d'étudier les changements de l'onde de coda en fonction

de différentes perturbations du milieu de propagation. Des ondes de coda sont analysées en utilisant la technique Stretching, les résultats sont en accord avec les mesures et les analyses des travaux expérimentaux précédents [10, 5]. Pour un milieu homogène avec une seule inclusion localisée, les variations relatives de vitesse de coda  $\theta$  varient linéairement en fonction du changement du module d'Young, et elles varient aussi linéairement en fonction de la surface relative de l'inclusion par rapport à la surface de la matrice. Le coefficient de décorrélation  $Kd$  varie quasi quadratiquement en fonction du changement du module d'Young, et aussi varie quadratiquement en fonction de la surface relative de l'inclusion. Pour un milieu hétérogène, les variations de  $\theta$  et de  $Kd$  suivent les mêmes lois que le modèle homogène en fonction du changement du module d'Young.

En conclusion, la modélisation de la méthode de modulation non linéaire de la coda ultrasonore semble possible en utilisant une succession des états linéaires. Dans le futur l'atténuation sera prise en compte. Une étude approfondie sur les effets non linéaires pour des modèles complexes est la suite naturelle de cette étude.

## 6 Remerciements

Cette recherche est financée par le RFI LMAc soutenu par la région Pays de la Loire dans le cadre du projet 2IDANL.

## Références

- [1] D. McCann, M. Forde, Review of ndt methods in the assessment of concrete and masonry structures, *{NDT} & E International* **34**, 71 – 84 (2001).
- [2] A. Gret, R. Snieder, R. C. Aster, P. R. Kyle, Monitoring rapid temporal change in a volcano with coda wave interferometry, *Geophysical Research Letters* **32**, 10–1029 (2005).
- [3] Y. Zhang, O. Abraham, F. Grondin, A. Loukili, V. Tournat, A. L. Duff, B. Lascoup, O. Durand, Study of stress-induced velocity variation in concrete under direct tensile force and monitoring of the damage level by using thermally-compensated coda wave interferometry, *Ultrasonics* **52**, 1038 – 1045 (2012).
- [4] E. Larose, S. Hall, Monitoring stress related velocity variation in concrete with a  $2 \times 10^{-5}$  relative resolution using diffuse ultrasound, *Journal of the Acoustical Society of America*, *Acoustical Society of America* **125**, 1853–1856 (2009).
- [5] B. Hilloulin, Y. Zhang, O. Abraham, A. Loukili, F. Grondin, O. Durand, V. Tournat, Small crack detection in cementitious materials using nonlinear coda wave modulation, *{NDT} & E International* **68**, 98 – 104 (2014).
- [6] J. Becker, L. J. Jacobs, J. Qu, Characterization of cement-based materials using diffuse ultrasound, *Journal of Engineering Mechanics* **129**, 1478–1484 (2003).
- [7] P. Anugonda, J. S. Wiehn, J. A. Turner, Diffusion of ultrasound in concrete, *Ultrasonics* **39**, 429–435 (2001).
- [8] O. Buck, W. Morris, J. Richardson, Acoustic harmonic generation at unbonded interfaces and fatigue cracks, *Applied Physics Letters* **33**, 371–373 (1978).
- [9] P. A. Johnson, A. Sutin, Slow dynamics and anomalous nonlinear fast dynamics in diverse solids, *J. Acoust. Soc. Am.* **117**, 124 (2005).
- [10] Y. Zhang, V. Tournat, O. Abraham, O. Durand, S. Letourneur, A. L. Duff, B. Lascoup, Nonlinear mixing of ultrasonic coda waves with lower frequency-swept pump waves for a global detection of defects in multiple scattering media, *Journal of Applied Physics* **113**, 064905 (2013).
- [11] D. Komatitsch, J. Vilotte, The spectral element method : an effective tool to simulate the seismic response of 2d and 3d geological structures, *Bull. Seism. Soc. Am.* **88**, 5961–5972 (1998).
- [12] R. Snieder, Coda wave interferometry and the equilibration of energy in elastic media, *Phys. Rev. E* **66**, 046615 (2002).
- [13] K. Aki, Analysis of the seismic coda of local earthquakes as scattered waves, *Journal Of Geophysical Research* **74**, 615–631 (1969).
- [14] K. Aki, B. Chouet, Origin of coda waves : Source, attenuation, and scattering effects, *Journal of Geophysical Research* **80**, 3322–3342 (1975).
- [15] G. Poupinet, W. Ellsworth, J. Frechet, Monitoring velocity variations in the crust using earthquake doublets : an application to the calaveras fault, california, *Journal of Geophysical Research* **89**, 5719–5731 (1984).
- [16] R. Snieder, A. Gret, H. Douma, J. Scales, Coda wave interferometry for estimating nonlinear behavior in seismic velocity, *Science* **295**, 2253–2255 (2002).
- [17] T. Planes, E. Larose, A review of ultrasonic coda wave interferometry in concrete, *Cement and Concrete Research* **53**, 248–255 (2013).
- [18] C. Hadziioannou, E. Larose, O. Coutant, P. Roux, M. Campillo, Stability of monitoring weak changes in multiply scattering media with ambient noise correlation : Laboratory experiments, *The Journal of the Acoustical Society of America* **125**, 3688–3695 (2009).
- [19] D. Pageot, V. Métais, O. Abraham, O. Durand, G. Plantier, Y. Capdeville, Numerical and experimental study of the influence of multiple scattering on surface wave dispersion curves, dans *International Symposium Non-Destructive Testing in Civil Engineering (NDT-CE)* (2015).