

CFA/VISHNO 2016

Caractérisation d'un défaut dans une plaque à partir de la réverbération des ondes de flexion

E. Moulin^a, H. Achdjian^b, F. Benmeddour^a, L. Dupont^a, L. Chehami^a et J. Assaad^a

^aIEMN, Université de Valenciennes, Le Mont Houy, 59313 Valenciennes Cedex 9, France

^bGREMAN, INSA Centre Val de Loire, Université François Rabelais, Rue de la Chocolaterie, 41000 Blois, France
emmanuel.moulin@univ-valenciennes.fr



LE MANS

Dans les milieux où un grand nombre de multi-trajets de propagation existe (diffusion ou réflexions multiples), les signaux acoustiques reçus après émission d'une impulsion ultrasonore ont une apparence aléatoire et peuvent souvent être traités théoriquement comme tels. Pour autant, ces signaux sont porteurs d'informations sur le milieu de propagation et des calculs de moyennes d'ensemble peuvent permettre d'estimer des paramètres potentiellement utiles. Le traitement d'ensemble de signaux réverbérés est par exemple très commun en acoustique des salles, où la décroissance exponentielle de l'enveloppe moyenne peut être simplement reliée aux caractéristiques d'absorption acoustique des parois. Nous proposons dans ce travail un modèle statistique permettant de relier les propriétés de diffusion d'une hétérogénéité locale (défaut) aux propriétés statistiques des signaux réverbérés dans une plaque à faible atténuation acoustique. Une expression théorique de l'enveloppe moyenne de réverbération des signaux différentiels (différence avec et sans défaut) est ainsi obtenue. Cette expression est explicitement fonction de la section efficace de diffusion du défaut. Des validations numériques et expérimentales de ce résultat sont proposées pour différents types de diffuseurs. On montre ainsi que lorsque le milieu est réverbérant, il est possible (et en réalité très simple) d'obtenir une estimation de cette section efficace à partir des signaux différentiels mesurés sur quelques capteurs.

1 Introduction

Les problèmes de physique des ondes dans lesquels un grand nombre de trajets de propagation interviennent peuvent être traités élégamment comme des processus aléatoires. Ce type d'approche est par exemple bien connu dans les domaines de la diffusion multiple [1, 2, 3, 4] ou encore la réverbération [5, 6, 7, 8, 9]. En particulier, dans les milieux clos à faible atténuation acoustique, les réflexions multiples sur les bords engendrent des signaux de très longue durée (appelés codas de réverbération) y compris lorsque la source est impulsionnelle. Ces codas sont constituées par la superposition d'un grand nombre de paquets d'ondes multiples réfléchis, et contiennent des informations sur le milieu. Certaines de ces informations peuvent être extraites en utilisant des moyennes d'ensemble calculées sur les codas. Un des exemples d'application les plus courants de ce principe est sans doute l'acoustique des salles. Le temps de réverbération peut en effet être facilement déduit des enveloppes moyennes ou des intégrales de Schroeder calculées sur les signaux réverbérés [10]. En utilisant la formule de Sabine, Eyring, ou toute version généralisée de celles-ci, les coefficients d'absorption des parois d'une salle peuvent être estimés [11]. Cet exemple bien connu constitue une illustration simple de la possibilité d'extraire des propriétés utiles sur un milieu à partir des caractéristiques moyennes de signaux en apparence aléatoires.

Suivant cette idée générale, nous avons montré récemment qu'en combinant de façon simple les propriétés d'ensemble des codas de réverbération et les premières arrivées, il était possible de remonter à des caractéristiques d'une plaque telles que l'aire, la vitesse de groupe moyenne ou la position de la source [12, 13, 14]. Cette méthode repose sur un modèle statistique de la répartition des paquets d'ondes réverbérés établi en domaine temporel.

Les travaux présentés ici consistent à développer un modèle du même type permettant de lier les caractéristiques de diffusion d'une hétérogénéité locale (défaut) à des propriétés d'ensemble des signaux réverbérés. Les ondes diffusées sont isolées par simple soustraction entre les signaux reçus sur la plaque contenant le diffuseur (Fig. 1-b) et ceux reçus sur la plaque sans diffuseur (Fig. 1-a). Les signaux différentiels ainsi obtenus présentent des caractéristiques statistiques directement liées aux propriétés de diffusion.

Dans un premier temps, les principes du modèle statistique de réverbération développé dans les travaux

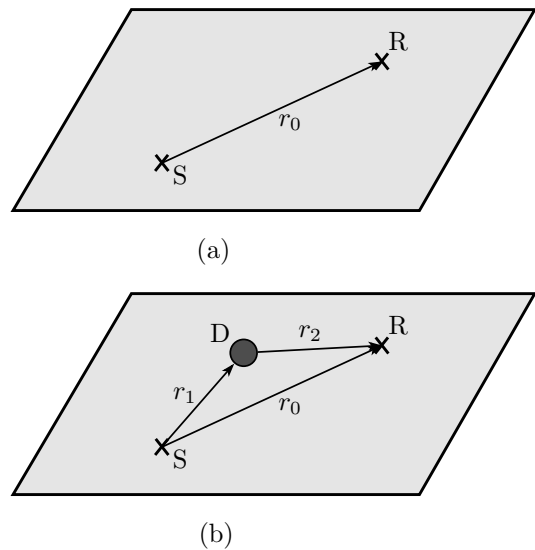


FIGURE 1 – Description schématique du problème. (a) Plaque réverbérante initiale avec une source (S) et un récepteur (R) distants de r_0 . (b) Même plaque, dans lequel un défaut (D) ou diffuseur est introduit.

précédents [15, 13], ainsi que ses résultats principaux, seront brièvement rappelés. Puis, suivant le même principe général, la relation entre l'enveloppe moyenne de réverbération des signaux différentiels et la section de diffusion du diffuseur sera théoriquement établie. Cette relation sera ensuite validée numériquement, avant de montrer comment elle peut être exploitée pour déterminer la section de diffusion d'un défaut réel.

2 Réverbération dans une plaque finie

Nous rappelons tout d'abord les principaux résultats obtenus dans les travaux précédents concernant la réverbération des ondes élastiques guidées dans une plaque [15, 13].

La réverbération est décrite à partir d'un modèle statistique de superposition des paquets d'onde en domaine temporel, basé sur la méthode des sources images [16]. Ainsi, le signal reçu à une position donnée, après réflexions multiples sur les bords de la plaque peut être exprimé par

$$s_{\text{rev}}(t) = \begin{cases} \sum_{\substack{i=1 \\ r_i \geq r_0}}^{\infty} \kappa_i s(r_i, t) & \text{si } t \geq t_0, \\ 0 & \text{si } t < t_0, \end{cases} \quad (1)$$

où l'indice "rev" signifie "réverbéré", κ_i est le nombre de paquets d'ondes provenant des source-images situées à des distances du récepteur comprises entre r_i et $r_i + \Delta r_i$, r_0 est la distance source-récepteur (voir Fig. 1-a), t_0 le temps de propagation correspondant, et $s(r_i, t)$ est le signal reçu après propagation sur la distance r_i . Dans le cas d'une excitation à bande étroite, $s(r, t)$ peut s'écrire sous la forme

$$s(r, t) = a(r) e^{-\gamma_0 r} s_p(r, t), \quad (2)$$

où $a(r)$ est le terme d'atténuation géométrique ($1/\sqrt{r}$ dans le cas bidimensionnel), γ_0 est le coefficient d'atténuation (supposé constant dans la bande de fréquence) et $s_p(r, t)$ représente le terme propagatif, défini par sa transformée de Fourier :

$$\tilde{s}_p(r, \omega) = B(\omega) \tilde{s}_0(\omega) e^{-jk(\omega)r}, \quad (3)$$

avec $\tilde{s}_0(\omega)$ la transformée de Fourier du signal d'excitation $s_0(t)$ et $k(\omega)$ le nombre d'onde. $B(\omega)$ est une amplitude d'excitation représentant la conversion entre le signal source et l'amplitude modale, fonction du procédé d'excitation de la plaque.

Le modèle statistique consiste à considérer un ensemble donné source-récepteurs comme une réalisation d'un processus aléatoire. Dans ce cas, κ_i est considéré comme une variable aléatoire d'espérance mathématique

$$E[\kappa_i] = \lambda(r_i) \Delta r_i, \quad (4)$$

où $\lambda(r)$ représente la densité moyenne des paquets d'onde propagés sur une distance r . Dans le cas bidimensionnel, $\lambda(r) = \beta_d r$ avec $\beta_d = 2\pi/S$ et S est l'aire de la plaque.

On peut alors montrer que l'espérance mathématique de l'enveloppe au carré des signaux reçus est donnée par

$$E[|S_{\text{rev}}(t)|^2] = A e^{-2t/\tau}, \quad (5)$$

où S_{rev} est le signal analytique associé à s_{rev} , $\tau = 1/(\gamma_0 v_{g_0})$ et $v_{g_0} = v_g(\omega_0)$ est la vitesse de groupe à la pulsation centrale ω_0 de l'excitation. Quant au terme d'amplitude A , il est donné par

$$A = v_{g_0} \beta_d D_s, \quad (6)$$

avec D_s un terme lié à l'énergie injectée dans la plaque par la source et donné par

$$D_s = \int_0^{+\infty} |B(\omega) \tilde{s}_0(\omega)|^2 d\omega. \quad (7)$$

Dans le cas particulier d'une onde de flexion excitée par une force normale ponctuelle appliquée en surface d'une plaque avec un signal d'excitation $s_0(t)$ à bande étroite, centrée sur la pulsation ω_0 , on peut montrer que A peut être estimé par

$$A \simeq \frac{1}{4S\omega_0^2 \sqrt{D}(\rho h)^{3/2}} \int_0^{+\infty} s_0^2(t) dt. \quad (8)$$

avec $D = Eh^3/[12(1-\nu^2)]$ la rigidité en flexion, où E , ν , ρ et h sont respectivement le module d'Young, le coefficient de Poisson, la masse volumique et l'épaisseur de la plaque.

Dans la section suivante, un développement du même type que celui rappelé brièvement ici va être appliqué pour prédire le comportement statistique vis à vis de la réverbération des ondes diffusées par une hétérogénéité locale dans la plaque.

3 Réverbération des ondes diffusées

On considère une source (ou une de ses images), notée S_i , située à la distance u_i du défaut (Fig. 2). Cette source émet un signal $s_0(t)$.

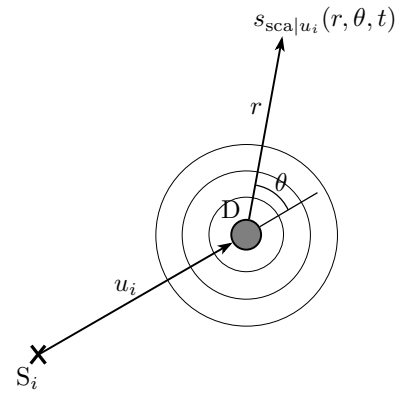


FIGURE 2 – Diffusion par le défaut d'une onde incidente provenant d'une des source-images.

D'après l'équation (2), le premier paquet d'onde incident sur le défaut est alors

$$s(u_i, t) = a(u_i) e^{-\gamma_0 u_i} s_p(u_i, t). \quad (9)$$

Par diffusion sur le défaut, ce paquet d'onde va produire une onde divergente $s_{\text{sca}|u_i}(r, \theta, t)$ avec un terme d'amplitude $f(\theta, \omega)$ dépendant de l'angle. La transformée de Fourier correspondante est donnée par

$$\tilde{s}_{\text{sca}|u_i}(r, \theta, \omega) = f(\theta, \omega) a(r) a(u_i) e^{-\gamma_0(r+u_i)} \tilde{s}_p(r+u_i, \omega), \quad (10)$$

où l'indice "sca" signifie "diffusé" (scattered, en anglais).

Cette onde diffusée est alors réverbérée par les bords de la plaque (au même titre qu'une onde émise par une source) et le signal reçu par un récepteur R peut, de façon similaire à l'équation (1), être exprimé par

$$s_{\text{sca,rev}|u_i}(t) = \begin{cases} \sum_{\substack{j=1 \\ r_j \geq r_2}}^{\infty} \kappa_j s_{\text{sca}|u_i}(r_j, \theta_{ij}, t) & \text{si } t \geq r_2/v_{g_0}, \\ 0 & \text{si } t < r_2/v_{g_0}, \end{cases} \quad (11)$$

où l'indice "sca,rev" signifie "diffusé et réverbéré", r_2 est la distance défaut-récepteur (voir Fig. 1-b), r_j est la distance entre le défaut et la $j^{\text{ème}}$ image (R_j) du récepteur, θ_{ij} est la valeur de l'angle θ (défini sur la Fig. 2) correspondant au paquet d'onde diffusé reçu par R_j , et κ_j a la même définition que dans l'Eq. (1).

Ce signal $s_{\text{sca,rev}|u_i}(t)$ correspond à l'onde diffusée par le défaut, à partir d'un unique paquet d'onde provenant

d'une unique source (ou source-image). Or, ce processus va se répéter pour chaque source-image. Le signal résultant obtenu peut alors s'écrire

$$\Delta s(t) = \begin{cases} \sum_{\substack{i=1 \\ u_i \geq r_1}}^{\infty} \kappa_i s_{\text{sca,rev}|u_i}(t) \text{ si } t \geq r_1/v_{g_0}, \\ 0 \text{ si } t < r_1/v_{g_0}. \end{cases} \quad (12)$$

En négligeant les termes croisés [15], on peut alors déduire l'enveloppe au carré du signal $\Delta s(t)$ à partir du signal analytique :

$$|\Delta S(t)|^2 = \sum_{i(u_i \geq r_1)}^{+\infty} \kappa_i^2 |S_{\text{sca,rev}|u_i}(t)|^2, \quad (13)$$

où $S_{\text{sca,rev}|u_i}$ est le signal analytique correspondant à $s_{\text{sca,rev}|u_i}$. De même, à partir de l'équation (11), on peut écrire

$$|S_{\text{sca,rev}|u_i}(t)|^2 = \sum_{j(r_j \geq r_2)}^{\infty} \kappa_j^2 |S_{\text{sca}|u_i}(r_j, \theta_{ij}, t)|^2. \quad (14)$$

En prenant l'espérance mathématique, sous l'hypothèse (raisonnable) d'indépendance des variables aléatoires, on obtient

$$E[|\Delta S(t)|^2] = \sum_{i(u_i \geq r_1)}^{+\infty} E[\kappa_i] E[|S_{\text{sca,rev}|u_i}(t)|^2], \quad (15)$$

et

$$E[|S_{\text{sca,rev}|u_i}(t)|^2] = \sum_{j(r_j \geq r_2)}^{\infty} E[\kappa_j] E[|S_{\text{sca}|u_i}(r_j, \theta_{ij}, t)|^2]. \quad (16)$$

En supposant que l'amplitude de diffusion $f(\theta, \omega)$ varie peu dans la bande de fréquence de l'excitation (au voisinage de ω_0), on peut écrire à partir de l'équation (10) :

$$E[|S_{\text{sca}|u_i}(r_j, \theta_{ij}, t)|^2] = E[|f(\theta_{ij}, \omega_0)|^2] a^2(r_j) a^2(u_i) \times e^{-2\gamma_0(r_j+u_i)} |S_p(r_j + u_i, t)|^2. \quad (17)$$

L'espérance mathématique $E[|f(\theta_{ij}, \omega_0)|^2]$ peut être estimée simplement à partir d'une moyenne sur l'intervalle $[0, 2\pi]$:

$$E[|f(\theta_{ij}, \omega_0)|^2] \simeq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(\theta, \omega_0)|^2 d\theta. \quad (18)$$

Ceci correspond à un facteur 2π près à la définition de la section efficace totale de diffusion du défaut $\sigma_0 = \sigma(\omega_0)$.

Ainsi, en introduisant les équations (17) et (18) dans Eq. (16), en utilisant la relation $a^2(r)\lambda(r) = \beta_d$, en remplaçant les sommes par des intégrales et après changement de variable, on obtient

$$E[|S_{\text{sca,rev}|u_i}(t)|^2] = \beta_d \frac{\sigma_0}{2\pi} a^2(u_i) \int_{r_2+u_i}^{+\infty} e^{-2\gamma_0 v} |S_p(v, t)|^2 dv. \quad (19)$$

En considérant faible la largeur (spatiale) des paquets d'onde par rapport à la distance de propagation, on peut sortir le terme exponentiel de l'intégral. Puis en introduisant cette équation dans Eq. (15), on obtient

$$E[|\Delta S(t)|^2] = \beta_d^2 \frac{\sigma_0}{2\pi} e^{-2\gamma_0 r_t} \int_{r_1}^{+\infty} \int_{r_2+u}^{+\infty} |S_p(r, t)|^2 dr du. \quad (20)$$

avec $r_t = v_{g_0} t$, où v_{g_0} est la vitesse de groupe à ω_0 .

La largeur limitée du paquet d'onde correspondant à $S_p(r, t)$ permet de faire l'approximation suivante :

$$\int_{r_2+u}^{+\infty} |S_p(r, t)|^2 dr \simeq \begin{cases} \int_0^{+\infty} |S_p(r, t)|^2 dr \text{ si } r_2 + u \leq r_t, \\ 0 \text{ si } r_2 + u > r_t. \end{cases} \quad (21)$$

Ce qui donne pour l'Eq. (20) :

$$E[|\Delta S(t)|^2] = \beta_d^2 \frac{\sigma_0}{2\pi} e^{-2\gamma_0 r_t} (r_t - r_2 - r_1) \int_0^{+\infty} |S_p(r, t)|^2 dr. \quad (22)$$

Or, comme démontré dans de précédents travaux [15] :

$$\int_0^{+\infty} |S_p(r, t)|^2 dr \simeq v_{g_0} D_s, \quad (23)$$

avec D_s tel que défini dans Eq. (7).

Enfin, en définissant $\tau = 1/(\gamma_0 v_{g_0})$, l'Eq. (22) donne

$$E[|\Delta S(t)|^2] \simeq \frac{\sigma_0}{S} (v_{g_0} t - r_1 - r_2) A e^{-2t/\tau}, \quad (24)$$

avec $A = 2\pi v_{g_0} D_s / S$ comme défini dans l'Eq. (6).

Une hypothèse faite implicitement pour arriver à la relation ci-dessus est que la distance r_2 représente un invariant du processus aléatoire. Ceci n'est strictement vrai que si les capteurs sont disposés de façon circulaire autour du défaut. Dans une situation plus réaliste où les capteurs sont répartis sur la plaque, de façon indépendante de la position du défaut, l'expression n'est en toute rigueur plus applicable. Il est dans ce cas judicieux de remplacer r_2 par la distance moyenne r_{2a} entre le défaut et chacun des capteurs. Ainsi, en notant $r_a = r_1 + r_{2a}$, on peut écrire

$$E[|\Delta S(t)|^2] \simeq \begin{cases} \frac{\sigma_0}{S} (v_{g_0} t - r_a) A e^{-2t/\tau} \text{ for } t \geq r_a/v_{g_0}, \\ 0 \text{ for } t < r_a/v_{g_0}. \end{cases} \quad (25)$$

Cette relation établit un lien direct entre la réverbération des signaux différentiels et les caractéristiques du diffuseur. Nous allons présenter dans les sections suivantes une validation de ce résultat.

4 Validation numérique

Nous présentons dans cette section des simulations éléments finis basées sur le modèle de plaque de Reissner-Mindlin, réalisées au moyen du logiciel libre Elmer. Nous nous intéresserons uniquement à des produits fréquence-épaisseurs pour lesquels une force normale ponctuelle $s_0(t)$ appliquée en surface ne donnera lieu qu'à des ondes de flexion (correspondant en basse fréquence au mode de Lamb A_0). Ainsi, l'hypothèse d'une excitation mono-mode - nécessaire dans l'état actuel du modèle - sera bien vérifiée.

Nous considérons pour les simulations deux plaques de même matériau (aluminium) et mêmes épaisseurs, mais d'aires S très différentes :

- Plaque 1 : rectangulaire 1,5 m × 1 m ($S = 1,5 \text{ m}^2$), 3 mm d'épaisseur, aluminium
- Plaque 2 : rectangulaire 0,5 m × 0,3 m ($S = 0,15 \text{ m}^2$), 3 mm d'épaisseur, aluminium

Les défauts considérés sont, d'une part, un trou cylindrique traversant et, d'autre part, une inclusion circulaire infiniment rigide. Ces deux types de diffuseurs canoniques présentent l'avantage de posséder des sections de diffusion σ_0 pour les ondes de flexion disponibles dans la littérature [17], nous permettant ainsi de valider facilement le résultat obtenu dans la section précédente. Les signaux diffusés et réverbérés sont obtenus par soustraction des résultats éléments finis calculés respectivement en présence et en l'absence du diffuseur (état de référence).

Sur la Fig. 3, est présenté un premier résultat concernant la plaque 1 avec comme diffuseur une inclusion infiniment rigide de 5 mm de rayon. La force normale $s_0(t)$ considérée est un train d'onde sinusoïdal de $N_c = 10$ cycles, de fréquence centrale $f_0 = \omega_0/2\pi = 10 \text{ kHz}$ et pondéré par une fenêtre de Hanning. Les espérances mathématiques sont estimées par moyennes d'ensemble calculées à partir des déplacements normaux prédits numériquement sur 15 positions réparties arbitrairement sur la plaque et jouant le rôle de capteurs. L'enveloppe moyenne des signaux diffusés et réverbérés est tracée en trait vert fin. À partir des travaux de Vemula et Norris [17], nous avons calculé pour ce diffuseur une section totale de diffusion $\sigma_0 = 6.2 \text{ cm}$ à $f_0 = 10 \text{ kHz}$. L'amplitude de réverbération A est par ailleurs estimée en utilisant la relation (8). À partir de ces deux valeurs, la courbe théorique obtenue grâce à l'expression (25) a été tracée et représentée sur la même figure (courbe rouge épaisse). Une très bonne concordance entre les courbes numérique et théorique est obtenue.

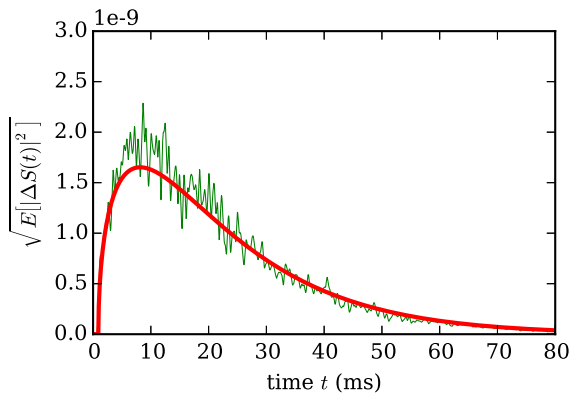


FIGURE 3 – Comparaison entre les enveloppes moyennes de signaux diffusés et réverbérés théoriques (trait rouge épais) et numériques (trait vert fin) pour la plaque 1, le défaut étant une inclusion rigide de rayon 5 mm, avec $f_0 = 10 \text{ kHz}$ ($\sigma_0 = 6.2 \text{ cm}$), $N_c = 10$ périodes.

D'autres résultats sont présentés sur la figure 4 pour la même plaque et le même diffuseur, mais à plus hautes fréquences. Afin de présenter des courbes dépendant uniquement des propriétés de la plaque et du diffuseur (et non de l'amplitude d'excitation), il est plus judicieux de normaliser les enveloppes moyennes par \sqrt{A} . Nous comparons dans chaque cas ces enveloppes

avec l'expression théorique correspondante tirée de l'équation (25) : $\text{Env}_{\text{nor}}[\Delta s(t)] = \sqrt{\sigma_0 (v_{g0} t - r_a) / S} e^{-t/\tau}$.

La Fig. 4-(a) correspond à une fréquence d'excitation $f_0 = 20 \text{ kHz}$, à laquelle $\sigma_0 = 5.1 \text{ cm}$. La Fig. 4-(b) correspond à $f_0 = 30 \text{ kHz}$ et $\sigma_0 = 4.6 \text{ cm}$. Dans les deux cas les courbes théoriques et numériques sont en très bon accord.

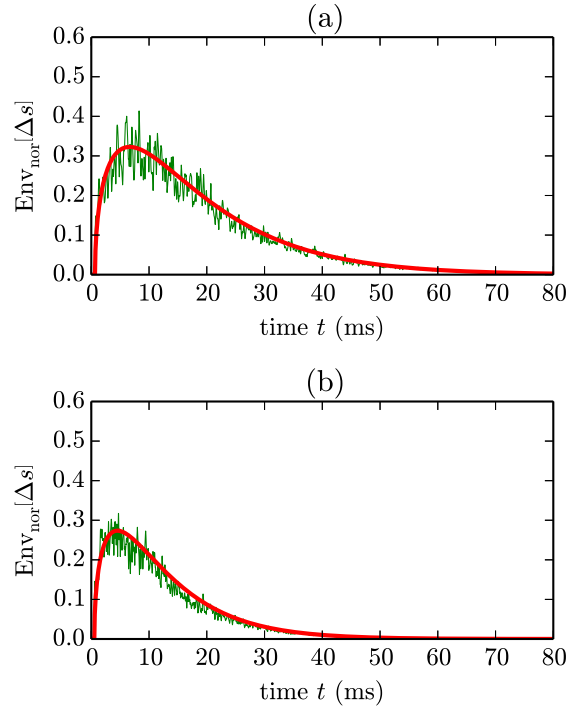


FIGURE 4 – Comparaison entre les enveloppes moyennes de signaux diffusés et réverbérés théoriques (trait rouge épais) et numériques (trait vert fin) pour la plaque 1, le défaut étant une inclusion rigide de rayon 5 mm. (a) $f_0 = 20 \text{ kHz}$ ($\sigma_0 = 5.1 \text{ cm}$), $N_c = 10$ périodes. (b) $f_0 = 30 \text{ kHz}$ ($\sigma_0 = 4.6 \text{ cm}$), $N_c = 10$ périodes.

Dans les exemples qui suivent, le diffuseur considéré est un trou débouchant de 5 mm de rayon. La section de diffusion d'un trou étant beaucoup plus faible que celle d'un diffuseur rigide, ceci permettra de valider la théorie sur une grande étendue de valeurs. Nous présentons donc sur les Fig. 5-(a) et Fig. 5-(b) les enveloppes moyennes normalisées calculées numériquement (courbes vertes fines) et les enveloppes normalisées théoriques (courbes rouges épaisses) pour des fréquences d'excitation 20 kHz ($\sigma_0 = 0.74 \text{ mm}$) et 30 kHz ($\sigma_0 = 2.2 \text{ mm}$), respectivement. Ici encore l'accord entre la théorie et les résultats numériques ne fait aucun doute.

Pour une plaque plus petite en revanche, les résultats paraissent à première vue moins satisfaisants. En effet, on peut remarquer sur la Fig. 6-(a) que pour une fréquence de 20 kHz avec la plaque 2 (même diffuseur), l'accord entre l'enveloppe moyenne numérique et l'enveloppe théorique est assez mauvais. Ceci peut s'expliquer simplement par le fait que l'hypothèse de champs lointain n'est plus respectée : le bords de la plaque ne sont qu'à quelques longueurs d'onde du défaut. À plus hautes fréquences, l'hypothèse champs lointain redevient raisonnable et la comparaison théorie / numérique est à nouveau très bonne, comme en attestent la figure 6-(b) correspondant à $f_0 = 50 \text{ kHz}$.

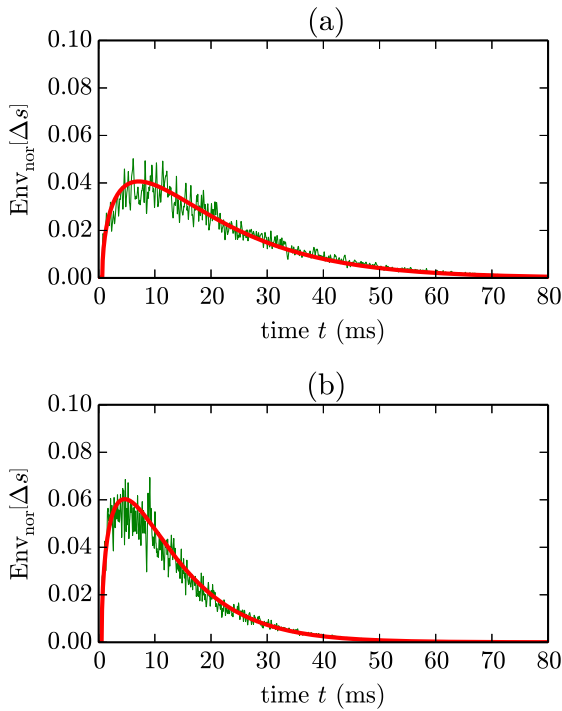


FIGURE 5 – Comparaison entre les enveloppes moyennes de signaux diffusés et réverbérés théoriques (trait rouge épais) et numériques (trait vert fin) pour la plaque 1, le défaut étant un trou de rayon 5 mm. (a) $f_0 = 20$ kHz ($\sigma_0 = 0.74$ mm), $N_c = 10$ périodes. (b) $f_0 = 30$ kHz ($\sigma_0 = 2.2$ mm), $N_c = 10$ périodes.

La relation (25) étant validée à partir de défauts de sections de diffusion connues, nous allons voir dans la section suivante qu'elle peut être utilisée dans la pratique pour estimer la section de diffusion inconnue d'un défaut réel.

5 Estimations expérimentales de sections de diffusions

Les expérimentations présentées dans cette section ont été réalisées sur une plaque d'aluminium de mêmes dimensions que la plaque 2 définie dans la section précédente (0,5 m \times 0,3 m et 3 mm d'épaisseur). La plaque a été instrumentée avec 9 patchs piézoélectriques collés à des positions arbitraires sur sa surface. L'un de ces transducteurs est connecté à un générateur de fonction lui fournissant le signal électrique $s_0(t)$, pour être utilisé comme source. Les huit autres, utilisés comme récepteurs, sont reliés aux entrées d'une carte d'acquisition huit voies échantillonnant à la fréquence de 2,5 MHz. Le signal d'excitation est un train d'onde sinusoïdal de fréquence centrale f_0 , de N_c périodes et pondérée par une fenêtre de Hanning. Les signaux reçus par les huit capteurs sont d'abord mesurés sur la plaque sans défaut. Puis le défaut est introduit et les huit signaux mesurés à nouveau. Comme dans la section précédente, on calcule alors les enveloppes moyennes des signaux différentiels issus de la soustraction avec – sans défaut.

Afin de pouvoir extraire la section de diffusion σ_0 à partir de l'équation (25), il est évidemment nécessaire de connaître l'amplitude de réverbération A . Or, contrairement

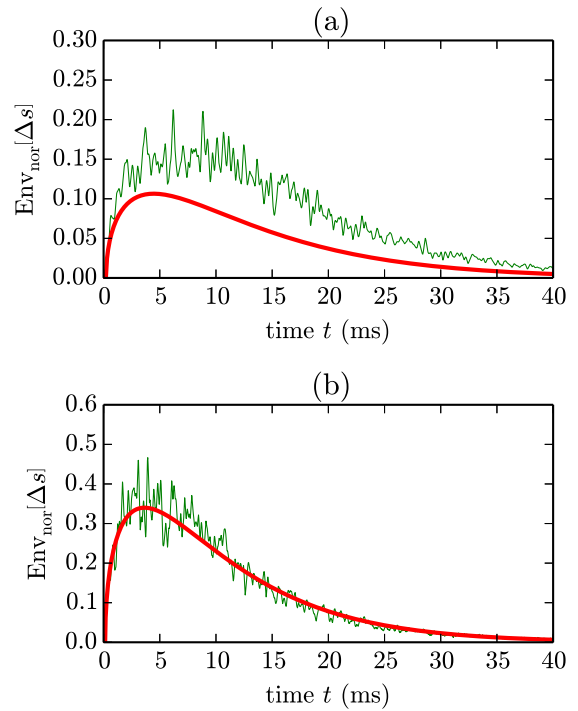


FIGURE 6 – Comparaison entre les enveloppes moyennes de signaux diffusés et réverbérés théoriques (trait rouge épais) et numériques (trait vert fin) pour la plaque 2, le défaut étant un trou de rayon 5 mm. (a) $f_0 = 20$ kHz ($\sigma_0 = 0.74$ mm), $N_c = 10$ périodes. (b) $f_0 = 50$ kHz ($\sigma_0 = 5.8$ mm), $N_c = 20$ périodes.

aux cas numériques présentés précédemment, l'excitation est assurée expérimentalement par le couplage entre l'élément piézoélectrique source et la plaque. La relation (8) n'est donc pas applicable ici. La détermination directe de A exigerait une parfaite connaissance des caractéristiques du transducteur et des propriétés de son collage sur la surface, accompagnée de la résolution d'un problème électromécanique non trivial. Une méthode beaucoup plus réaliste en pratique est d'extraire la valeur de A de l'enveloppe moyenne de réverbération des signaux sans défaut, en se basant sur la relation (5). On applique pour cela un simple ajustement de courbe par moindres carrés, comme cela a déjà été présenté dans des travaux précédents [13]. Ce procédé fournit en outre une estimation du temps caractéristique de réverbération τ . La figure 7 illustre un résultat de cet ajustement de courbe pour un signal d'excitation de fréquence centrale 50 kHz et 20 périodes.

Un trou circulaire débouchant de 6 mm de diamètre a ensuite été percé dans la plaque. L'estimation de σ_0 est effectuée également à partir d'un ajustement de courbe sur l'enveloppe moyenne des signaux différentiels. La fonction ajustée est de la forme $K(v_{g_0}t - r_a)e^{-2t/\tau}$, comme suggéré par l'équation (25), avec la valeur de τ estimée dans l'étape précédente. La valeur de section efficace est alors estimée simplement par $\sigma_0 = KS/A$. En appliquant cette démarche pour différentes valeurs de la fréquence centrale f_0 du signal d'excitation, on peut obtenir une courbe d'évolution de σ_0 en fonction de la fréquence, caractéristique directement liée à la nature du défaut.

Le résultat ainsi obtenu est présenté sur la figure 8 (points bleus). La courbe théorique, calculée à partir des travaux de

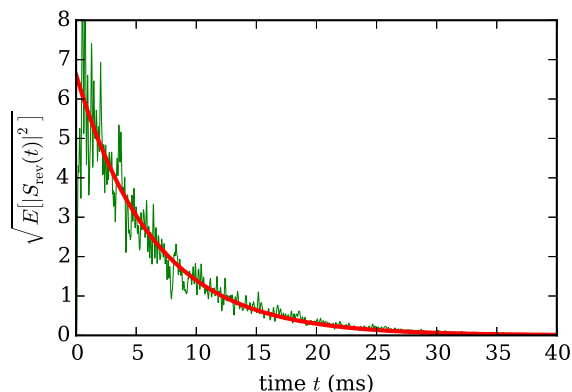


FIGURE 7 – Enveloppe moyenne des signaux réverbérés, $f_0 = 50$ kHz et $N_c = 20$ périodes. Courbe expérimentale (trait vert fin) et courbe ajustée (trait rouge épais).

Vemula et Norris [17], a également été tracée pour vérifier la pertinence des estimations expérimentales.

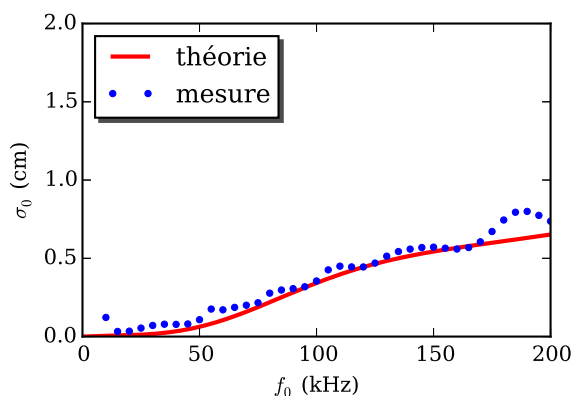


FIGURE 8 – Comparaison entre la section efficace estimée expérimentalement (points bleus) et la valeur théorique (courbe rouge) en fonction de la fréquence, pour un trou de diamètre 6 mm.

Le trou est ensuite élargi à un diamètre de 10,5 mm et la même procédure d'estimation de section efficace est appliquée. Le résultat est présenté sur la figure 9.

Malgré quelques fluctuations autour de la courbe théorique, les valeurs estimées expérimentalement sont pertinentes dans les deux cas. On notera sans surprise une légère sur-estimation pour les fréquences inférieures à 50 kHz, qui correspondent au cas où l'hypothèse champ lointain est mise en défaut (voir section précédente, notamment Fig. 6-a).

6 Conclusion

Le travail présenté ici a permis d'établir une relation entre les propriétés de diffusion d'un défaut dans une plaque et le comportement statistique des signaux différentiels (soustraction avec – sans défaut) réverbérés.

Un modèle statistique basé sur la distribution moyenne des paquets d'ondes diffusés et réverbérés a été établi. Ce modèle, valide dans le cas d'une propagation mono-mode, a été appliqué aux ondes de flexion diffusées sur un diffuseur

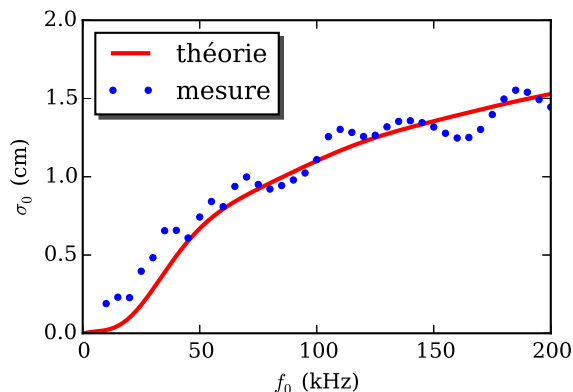


FIGURE 9 – Comparaison entre la section efficace estimée expérimentalement (points bleus) et la valeur théorique (courbe rouge) en fonction de la fréquence, pour un trou de diamètre 10,5 mm.

de forme cylindrique (inclusion ou trou). Ainsi, l'espérance mathématique du carré de l'enveloppe moyenne des signaux différentiels a été exprimée en fonction des propriétés de la plaque et du diffuseur. Il a été montré en particulier que l'amplitude de l'enveloppe théorique était proportionnelle à la racine carrée de la section totale de diffusion du défaut.

Ces résultats théoriques ont été tout d'abord validés numériquement à l'aide d'un code éléments finis pour deux cas extrêmes de diffuseurs : une inclusion infiniment rigide et un trou débouchant. Dans ces deux cas, les enveloppes moyennes des signaux différentiels réverbérés coïncident très bien avec les prédictions théoriques, à condition que les dimensions de la plaque soient grandes par rapport à la longueur d'onde.

Le problème inverse consiste à utiliser ces résultats pour estimer la section de diffusion d'un défaut. Ceci a été appliqué avec succès sur des trous débouchants percés dans une plaque d'aluminium. Les valeurs de section de diffusion ont été correctement estimées dans une plage de fréquence de 10 à 200 kHz à partir d'un ajustement de courbes appliqué aux enveloppes des signaux différentiels mesurés. On montre de cette façon que la réverbération permet de caractériser précisément un diffuseur dans une plaque finie, sans la nécessité d'isoler les premiers paquets d'ondes diffusés.

Remerciements

Ce travail a été financé en partie par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) : ANR2011 BS0903901, Projet Blanc PASNI.

Références

- [1] P. C. Waterman and R. Truell. Multiple Scattering of Waves. *Journal of Mathematical Physics*, 2 :512–537, July 1961.
- [2] M. van der Baan. Monitoring in situ stress changes in a mining environment with coda wave interferometry. *Geophys. J. Internat.*, 145 :631–646, 2001.

- [3] E. Larose, P. Roux, M. Campillo, and A. Derode. Fluctuations of correlations and Green's function reconstruction : Role of scattering. *J. Appl. Phys.*, 103 :114907, 2008.
- [4] A. Aubry and A. Derode. Detection and imaging in a random medium : A matrix method to overcome multiple scattering and aberration. *J. Appl. Phys.*, 106 :044903, 2009.
- [5] J.-L. Davy. The ensemble variance of random noise in a reverberation room. *J. Sound Vib.*, 107 :361–373, 1986.
- [6] T. W. Bartel and S. L. Yaniv. Curvature of sound decays in partially reverberant rooms. *J. Acoust. Soc. Am.*, 72 :1838–1844, 1982.
- [7] J. Burkhardt and R. L. Weaver. The effect of decay rate variability on statistical response predictions in acoustic systems. *J. Sound Vib.*, 196 :147–164, 1996.
- [8] C. Draeger, J.-C. Aime, and M. Fink. One-channel time-reversal in chaotic cavities : Experimental results. *J. Acoust. Soc. Am.*, 105 :618–625, 1999.
- [9] S. Catheline, T. Gallot, P. Roux, G. Ribay, and J. de Rosny. Coherent backscattering enhancement in cavities : The simple-shape cavity revisited. *Wave Motion*, 48 :214–222, 2011.
- [10] W. T. Chu. Comparison of reverberation measurements using Schroeder's impulse method and decay-curve averaging method. *J. Acoust. Soc. Am.*, 63 :1444–1450, 1978.
- [11] J. Ducourneau and V. Planeau. The average absorption coefficient for enclosed spaces with non uniformly distributed absorption. *Appl. Acoustics*, 64 :845–862, 2003.
- [12] E. Moulin, H. Achdjian, J. Assaad, F. Benmeddour, K. Hourany, and Y. Zaatar. Statistical model of the impulse response of a reverberant plate : application to parameter estimation and correlation analysis. In *Proc. 11th Congrès Français d'Acoustique joint with 2012 Annual IOA Meeting*, pages 685–691, Nantes, France, 2012.
- [13] H. Achdjian, E. Moulin, F. Benmeddour, J. Assaad, and L. Chehami. Source localisation in a reverberant plate using average coda properties and early signal strength. *Acta Acust. Acust.*, 100 :834–841, 2014.
- [14] H. Achdjian, E. Moulin, F. Benmeddour, and J. Assaad. Estimation of the Area of a Reverberant Plate Using Average Reverberation Properties. *Phys. Procedia*, 70 :139–142, 2015.
- [15] E. Moulin, H. Achdjian, J. Assaad, N. Abou Leyla, K. Hourany, and Y. Zaatar. Extraction of the statistical properties of the point source response of a reverberant plate and application to parameter estimation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 132 :2165–2168, 2012.
- [16] J. Cuenca, F. Gautier, and L. Simon. Harmonic Green's functions for flexural waves in semi-infinite plates with arbitrary boundary conditions and high-frequency approximation for convex polygonal plates. *J. Sound Vib.*, 331 :1426–1440, 2012.
- [17] C. Vemula and A. N. Norris. Flexural wave propagation and scattering on thin plates using Mindlin theory. *Wave Motion*, 26 :1–12, 1997.