CFA/VISHNO 2016

Modèle analytique du bruit d'interaction rotor/stator dans les turbomachines axiales par la méthode de raccordement modal

S. Bouley, B. François et M. Roger
LMFA, 36, Avenue Guy de Collongue, 69134 Écully, France
simon.bouley@doctorant.ec-lyon.fr

LE MANS

Composante prépondérante du rayonnement acoustique des turbomachines axiales (turboréacteurs et systèmes de conditionnement d'air), le bruit d'interaction rotor/stator motive d'importants efforts de recherche pour améliorer sa compréhension et sa réduction. Les modèles analytiques basés sur une fonction de réponse aéroacoustique de profil isolé ne permettent pas de reproduire l'effet de cascade engendré par le nombre important d'aubes de stator. Inversement, de fortes approximations sont nécessaires pour décliner les modèles de réponse de grilles d'aubes existants dans des configurations tridimensionnelles. Cette communication présente un modèle analytique du bruit tonal généré par l'impact des sillages du rotor sur une grille de stator. La technique de raccordement modal utilisée permet d'obtenir le rayonnement acoustique de manière uniforme, tout en introduisant simplement l'effet de cascade dans une géométrie annulaire.

1 Introduction

La composante tonale du bruit d'interaction rotor-stator, générée par l'impact des sillages issus des pales d'un rotor sur la grille d'aubes d'un stator redresseur, contribue de manière déterminante au bruit d'origine aérodynamique des turbomachines axiales carénées, qui équipent une large part des systèmes de propulsion aéronautique et de conditionnement d'air. Sa prédiction par l'utilisation de simulations numériques demeure onéreuse, notamment dans les premières phases de conception lorsque de nombreuses configurations doivent être testées. Dans cette optique, l'approche analytique apporte une alternative tout à fait appropriée, fournissant un outil rapide et raisonnablement précis. Cependant, les méthodes analytiques requièrent de sévères approximations sur la géométrie et l'écoulement afin d'obtenir des solutions mathématiques explicites. Par conséquent, la modélisation doit prendre en compte les effets les plus significatifs dans la génération du bruit. Le stator d'une turbomachine étant composé d'un grand nombre d'aubes, l'effet dit de cascade est considéré comme dominant. Celui-ci est défini comme l'effet qu'exercent les aubes adjacentes sur la réponse aérodynamique et acoustique d'une aube de référence [7]. Une méthode classique est de dérouler la grille d'aubes tridimensionnelle annulaire en une grille bidimensionnelle de plaques planes parallèles d'épaisseur nulle, en considérant les canaux inter-aubes comme un réseau périodique de guides d'ondes bifurqués. La réponse acoustique à l'impact d'une onde de pression ou d'un champ tourbillonnaire convecté sur la grille rectilinéaire peut être notamment calculée en utilisant la technique de Wiener-Hopf [4, 10]. Le lien entre le champ acoustique généré par la grille bidimensionnelle et les modes acoustiques dans le conduit annulaire abritant l'étage de turbomachine est réalisé à travers une approche par bandes de rayon. Le chargement instationnaire sur une aube, déterminé pour chaque segment en envergure, est considéré comme une source de bruit équivalente, dont le rayonnement acoustique est calculé grâce à une fonction de Green adaptée à la géométrie du conduit. L'avantage de cette méthode est de pouvoir prendre en compte certains paramètres tridimensionnels comme le vrillage des aubages ou des variations radiales de l'écoulement. Cependant, l'approche par bandes de rayon introduit des artéfacts non physiques [9], parmi lesquels le parallélisme en envergure qui tend à accentuer des effets de résonance entre des aubes adjacentes. De la même manière, cette méthode ne prend pas en compte la diffraction sur des modes radiaux supérieurs et induit artificiellement des sauts en phase et en amplitude aux interfaces entre chaque bande de rayon, modifiant les conditions de coupure des modes acoustiques.

La méthode de raccordement modal appliquée à une grille bidimensionnelle d'aubes non calées, selon la technique détaillée par Mittra et Lee [6], est mathématiquement équivalente à la technique de Wiener-Hopf précitée [1]. Elle peut donc également être utilisée dans une configuration tridimensionnelle à l'aide d'une approche par bandes de rayon. De plus, cette méthode à l'avantage de pouvoir être transposée dans de nombreux systèmes de coordonnées, typiquement en coordonnées cylindriques pour s'adresser à une grille annulaire, en ajoutant des fonctions de Bessel comme fonctions de forme radiales [5]. Cette approche permet ainsi d'éviter les limitations évoquées de l'approche par bandes de rayon. Néanmoins, ce formalisme doit encore être étendu aux aubes vrillées, tout en prenant en compte des écoulement plus réalistes. Ainsi, nous proposons dans cette communication un modèle analytique du bruit tonal généré par l'impact des sillages du rotor sur une grille de stator par la méthode de raccordement modal, en introduisant simplement l'effet de cascade dans une géométrie annulaire d'étage de turbomachine axiale.

2 Principe du Raccordement Modal

2.1 Hypothèses de Base

La figure 1 illustre une configuration annulaire d'un stator de turbomachine axiale. Les aubes sont assimilées à des plaques planes rigides sans épaisseur et sans vrillage. La grille est composée de V aubes, identique au nombre de canaux inter-aubes. La longueur de corde de chaque aube est égale à c et la grille est fixée dans un conduit annulaire aux parois rigides de rayons au moyeu et au carter R_m et R_c, respectivement. L'écoulement est considéré comme homoentropique, le fluide non visqueux et ne conduisant pas la chaleur. La vitesse moyenne est subsonique, axiale et uniforme, de nombre de Mach M. Les fluctuations de vitesse, de pression et de densité sont solutions des équations d'Euler linéarisées.

Dans la méthode de raccordement modal, les sections transversales des bords d'attaque ($z = 0$) et de fuite ($z = c$) du stator sont considérées comme des interfaces sur lesquelles les fluctuations de quantités physiques sont raccordées pour satisfaire les lois de conservation de la dynamique des fluides. Dans cette étude, l'écoulement est supposé uniforme et identique de part et d'autre des interfaces, ainsi les conditions de continuité du débit et de l'enthalpie totale se réduisent à celles des fluctuations de pression et de vitesse axiale [13]. Ce sont des conditions classiques pour la transmission acoustique à travers des guides d'ondes axiaux, mais étant donné que les équations

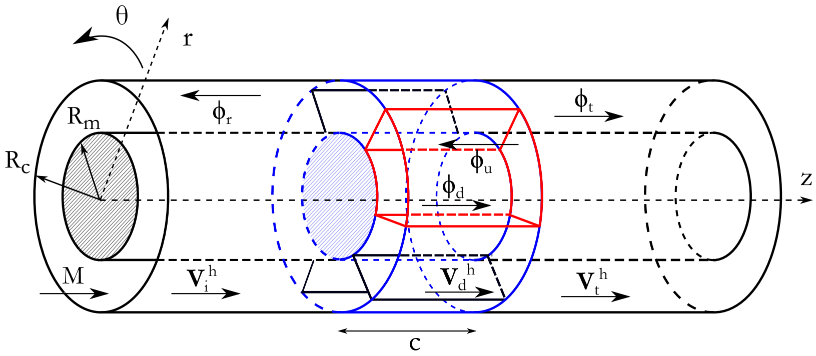

FIGURE 1 – Notations utilisées pour le raccordement modal. Représentation 3D.

linéarisées de la dynamique des gaz pour un écoulement homogène coïncident avec l'équation des ondes convectées, ces conditions de continuité sont également valides pour formuler la réponse acoustique générée par l'impact de perturbations de vorticité sans champ de pression acoustique associé.

2.2 Principe de Trace

La technique de raccordement modal nécessite une formulation modale des fluctuations de pression et de vitesse axiale des deux côtés des interfaces, qui doivent satisfaire le principe de trace, assurant la conservation de la vitesse de phase azimutale [8]. Lorsqu'une onde oblique incidente aborde un réseau de canaux bifurqués, la vitesse de phase azimutale le long de l'interface impose celles des ondes réfléchies et transmises afin d'assurer la continuité du champ acoustique. A une coupe cylindrique de rayon r, une onde incidente bidimensionnelle s'écrit $e^{-i(\omega t - k_\theta \theta - k_z z)}$, où k_θ et k_z sont les nombres d'onde azimutal et axial, respectivement. La 2π-périodicité sur θ implique que $2\pi = n_0 \lambda_\theta$ ou encore $k_\theta = n_0$ où $\lambda_\theta = 2\pi/k_\theta$ est la longueur d'onde azimutale et n_0, un entier, est le nombre de lobes azimutaux. Les ondes réfléchies de la forme $e^{-i(\omega t - k'_\theta \theta - k'_z z)}$ doivent satisfaire la même condition : $k'_\theta = n'_0$. La continuité de la vitesse de phase azimutale impose que les déphasages dans la direction θ entre deux points au centre de canaux adjacents sont identiques pour toutes les ondes, de telle sorte que $n'_0 = n_0 + sV$, $[n_0, s] \in \mathbb{Z}$. La même condition s'applique aux ondes transmises dans les canaux bifurqués, le déphasage entre deux guides d'ondes adjacents étant égal à $e^{i(2\pi n_0)/V}$.

3 Impact de Sillages sur une Grille d'Aubes Tridimensionnelle

L'analyse que portent Chu et Kovásznay [2] sur les équations linéarisées de la dynamique des gaz a montré qu'au premier ordre (pour de petites perturbations), les trois modes d'oscillations d'un gaz (acoustique, entropique, tourbillonnaire) demeurent découplés en absence de frontières physiques et si l'écoulement est homogène. Par conséquent, chaque mode peut exister indépendamment et être décrit sans prendre les deux autres en compte. Le mode acoustique est lié à des perturbations compressibles, irrotationnelles et propagatives, tandis que le mode de vorticité est associé à des perturbations incompressibles, convectées par l'écoulement moyen. Le mode entropique n'est pas considéré ici. Cependant, un couplage apparait en présence des frontières rigides que peut constituer un stator par exemple. En principe, ces modes d'oscillations sont couplés sur les parois solides des canaux inter-aubes en annulant leur vitesse normale combinée. Dans le cas de l'impact de sillages sur une grille de stator, la génération d'un champ acoustique potentiel est par conséquent la réponse à la convection de perturbations hydrodynamiques en présence de frontières rigides. La technique de raccordement modal requiert des formulations modales des fluctuations de pression et de vitesse axiale dans tout le domaine. Tout d'abord, les champs de vitesses tourbillonnaires, imposées par l'excitation, sont développés en somme de modes dans chaque sous-domaine (en amont, en aval du stator et dans les canaux inter-aubes). La continuité de la vorticité aux interfaces mène à la détermination des amplitudes modales de la vitesse tourbillonnaire dans la grille. Ensuite, les champs acoustiques potentiels sont exprimés en accord avec l'équation de Helmholtz convectée, le principe de trace et la condition de rigidité des plaques. Les champs acoustiques et tourbillonnaires sont exprimés séparément dans chaque sous-domaine et le couplage est assuré par les équations de continuité en pression et vitesse axiale aux interfaces.

3.1 Modélisation des Sillages

3.1.1 Sillages Incidents

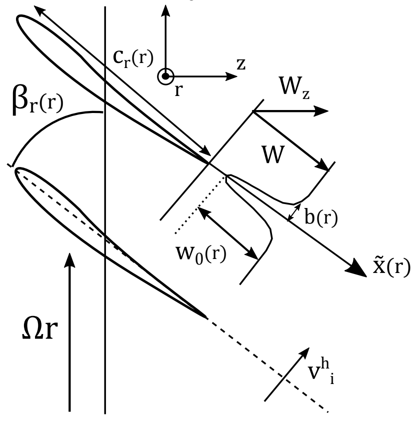

FIGURE 2 – Représentation d'un sillage de rotor. Coupe cylindrique bidimensionnelle au rayon r.

La technique de raccordement modal appliquée à la modélisation du bruit d'interaction rotor/stator nécessite tout d'abord la description périodique du déficit de vitesse des sillages induit par la présence des pales du rotor dans l'écoulement moyen. Ces perturbations incidentes, liées au mode de vorticité, sont supposées simplement convectées, incompressibles et sans champ de pression associé. Elles peuvent être fournies par un calcul CFD U-RANS. Cependant, en raison de coût de calcul prohibitif dans les premières phases de conception, une approche analytique peut être privilégiée. Comme l'ont montré Reynolds *et al.*[11], et en accord avec le triangle des vitesses, le déficit de vitesse du sillage peut être assimilé à une fonction gaussienne. La périodicité du champ tourbillonnaire s'exprime alors en répétant le profil de sillage comme une série infinie d'impulsions gaussiennes, dont la composante axiale au bord d'attaque du stator s'écrit, par projection :

$$\mathbf{w}(r,\theta)\cdot\mathbf{z} = \sin\beta_r(r)\, w_0(\tilde{x}) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\xi\left(\frac{r\theta+\Delta\theta(r)-kr\Theta}{b(\tilde{x})}\right)^2\right\}$$

où $\xi = \ln 2$, $w_0(\tilde{x})$ est le déficit maximum au centre du sillage, $b(\tilde{x})$ est la demi-largeur du profil du sillage, tous ces paramètres étant déterminés au rayon r. $\Theta = 2\pi/B$ est la périodicité azimutale correspondant à la fréquence de passage des sillages $B\Omega/(2\pi)$. En notant d la distance axiale entre l'axe radial passant à mi-corde des pales de rotor et le bord d'attaque du stator, $\beta_r(r)$ l'angle de calage et $c_r(r)$ la longueur de corde des pales de rotor au rayon r, nous définissons la distance le long de l'axe du sillage :

$$\tilde{x}(r) = \frac{d}{\sin\beta_r(r)} - \frac{c_r(r)}{2}$$

En première approximation, l'angle du calage et la longueur de corde des pales du rotor sont interpolés linéairement entre leurs valeurs au moyeu et au carter. En raison de ce vrillage, un déphasage azimutal $\Delta\theta$ apparait en fonction du rayon r :

$$\Delta\theta(r) = d\cot\beta_r(r)$$

En accord avec la périodicité azimutale, les perturbations incidentes peuvent être projetées sur la base modale suivante, en prenant en compte la convection par l'écoulement :

$$\mathbf{v}_i^h(r,\theta,z)\cdot\mathbf{z} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\sum_{j=0}^{+\infty} W_{nj} f_{nj}^{nB}(r) \mathrm{e}^{\mathrm{i}nB\theta} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{nB\Omega}{W_z}z} \quad (1)$$

où

$$W_{nj} = \frac{1}{\Theta}\int_0^{\Theta}\int_{R_m}^{R_c} w_z(r,\theta)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi n\theta/\Theta} f_{nj}^{nB}(r) r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta, \quad \Theta = \frac{2\pi}{B}.$$

En raison de leur complexité, les amplitudes modales W_{nj} sont calculées numériquement. Les fonctions de Bessel $f_{nj}(r)$ prennent en compte la condition de rigidité du conduit annulaire aux rayons du moyeu et du carter. Leur avantage dans la description du sillage est également de simplifier la résolution des équations de raccordement aux interfaces, ces fonctions de forme étant identiques à celles d'un champ acoustique dans un conduit annulaire, solution de l'équation de Helmholtz convectée. Ces fonctions sont une combinaison de fonctions de Bessel de première espèce J_n et de seconde espèce Y_n, d'ordre n :

$$f_{nj}^{nB}(r) = N_{nj}\left[\cos(\tau_{nj})J_{nB}(K_{nj}r) - \sin(\tau_{nj})Y_{nB}(K_{nj}r)\right] \quad (2)$$

Le coefficient de normalisation N_{nj} et la constante τ_{nj}, proposés par Rienstra [12], rendent les fonctions $f_{nj}^n(r)$ orthonormales :

$$\int_{R_m}^{R_c} f_{n\mu}^n(r) f_{n\nu}^n(r) r\mathrm{d}r = \delta_{\mu\nu}, \quad [\mu,\nu]\in\mathbb{Z} \quad (3)$$

où $\delta_{\mu\nu}$ est le symbole de Kronecker. Le terme $n = 0$ doit être écarté de la somme car il contribue au chargement stationnaire des aubes, qui ne rayonne pas. Chaque contribution d'ordre n produit du son au n-ième multiple de la fréquence de passage des pales. Un exemple de résultat est donné pour illustration sur les figures 3 et 4 pour un ventilateur dont le rotor est composé de 17 pales.

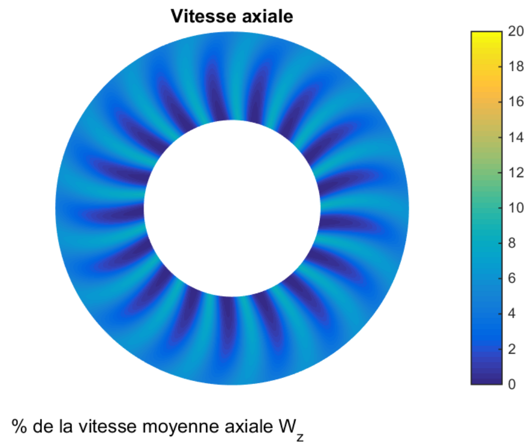

FIGURE 3 – Cartographie de déficit de vitesse dans les sillages du rotor au bord d'attaque du stator.

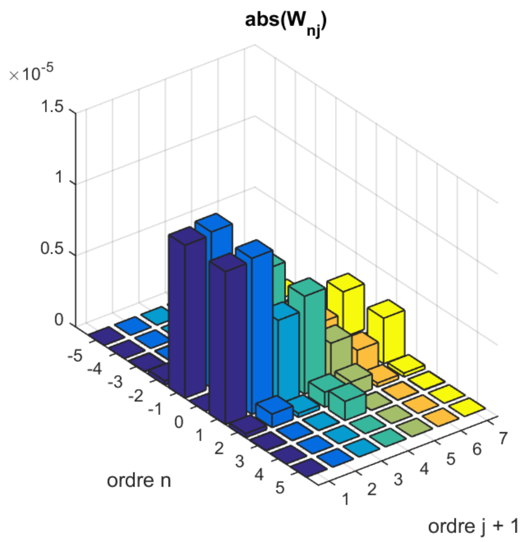

FIGURE 4 – Décomposition modale bidimensionnelle des sillages W_{nj} de la Fig. 3

3.1.2 Sillages dans les Canaux Inter-Aubes

La définition des perturbations hydrodynamiques dans les canaux inter-aubes du stator doit prendre en compte la convection axiale par l'écoulement, la condition de rigidité des parois et le déphasage induit par le principe de trace entre deux canaux adjacents. Pour un harmonique n, la vitesse axiale de ces perturbations s'écrit comme une somme de modes :

$$\mathbf{v}_d^h(r,\theta,z).\mathbf{e}_z = \sum_{p=1}^{+\infty}\sum_{q=0}^{+\infty} A_{pq}^0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}mu}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{nB\Omega}{W_z}z} f_{pq}^{pV/2}(r) \times \cos\left[\frac{pV}{2}\left(\theta - \frac{2\pi m}{V}\right)\right] \quad (4)$$

dans le canal inter-aubes indicé m . Les canaux adjacents sont déphasés de $\mathrm{e}^{\mathrm{i}u}$ avec $u = \frac{2\pi nB}{V}$. Si A_{pq}^0 représente le coefficient modal dans le canal de référence ($m = 0$), $A_{pq}^m = A_{pq}^0\mathrm{e}^{\mathrm{i}mu}$ est le coefficient modal pour le canal d'indice m. Grâce à cette propriété du déphasage aube à aube, la détermination du champ considéré n'est nécessaire que pour le canal de référence 0.

A la suite de l'analyse de Chu et Kovázsnay, le rotationnel du champ de vitesse hydrodynamique se conserve à travers les interfaces :

$$\nabla \times \mathbf{v}_i^h|_{z=0} = \nabla \times \mathbf{v}_d^h|_{z=0} \quad (5)$$
$$\nabla \times \mathbf{v}_d^h|_{z=c} = \nabla \times \mathbf{v}_t^h|_{z=c} \quad (6)$$

Ces lois de conservation permettent de déterminer les amplitudes modales du champ de vitesse hydrodynamique à l'intérieur du stator A_{pq}^0. En raison de leur nature incompressible, et en supposant une vitesse radiale négligeable, la divergence nulle du champ de vitesse tourbillonnaire permet d'établir un lien entre ses composantes axiale et azimutale, afin d'en calculer la vorticité. Par la suite, la composante radiale du rotationnel, qui est dominante, sera la seule conservée. Finalement, en raison du caractère non visqueux de l'écoulement, les perturbations hydrodynamiques en amont et en aval du stator sont supposées identiques :

$$\mathbf{v}_t^h(r,\theta,z)\cdot\mathbf{z} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\sum_{j=0}^{+\infty} W_{nj} f_{nj}^{nB}(r)\mathrm{e}^{\mathrm{i}nB\theta}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{nB\Omega}{W_z}z} \quad (7)$$

3.2 Définition des Potentiels Acoustiques

Tous les potentiels acoustiques $\phi(r,\theta,z)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_n t}$ doivent satisfaire l'équation de Helmholtz convectée en coordonnées cylindriques avec un écoulement purement axial de nombre de Mach M :

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2} + (1-M^2)\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} + \frac{\partial\phi}{\partial r} + 2\mathrm{i}k_n M\frac{\partial\phi}{\partial z} + k_n^2\phi = 0. \quad (8)$$

$k_n = \omega_n/c_0 = nB\Omega/c_0$ est le nombre d'onde acoustique associé à la fréquence de passage des pales d'ordre n et c_0 est la vitesse du son. Quatre champs acoustiques sont produits par la diffraction : les champs en amont et en aval de la grille, notés respectivement ϕ_r et ϕ_t, ainsi que les champs se propageant vers l'aval et l'amont dans les conduits inter-aubes, notés ϕ_d et ϕ_u (Fig. 1). En accord avec le principe de trace, les champs potentiels ϕ_r ($z \le 0$) et ϕ_t ($c \le z$) se décomposent en modes de Floquet [3] :

$$\begin{pmatrix}\phi_r\\ \phi_t\end{pmatrix} = \sum_{s=-\infty}^{+\infty}\sum_{t=0}^{+\infty}\begin{pmatrix}R_{st}\\ T_{st}\end{pmatrix} f_{st}^{nB+sV}(r)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(nB+sV)\theta}\begin{pmatrix}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{r_{st}}^- z}\\ \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{t_{st}}^+(z-c)}\end{pmatrix} \quad (9)$$

avec

$$f_{st}^{nB+sV}(r) = N_{st}\left[\cos(\tau_{st})J_{(nB+sV)}(K_{st}r) - \sin(\tau_{st})Y_{(nB+sV)}(K_{st}r)\right]$$

$$k_{r_{st}}^- = \frac{-Mk - \sqrt{k^2-\beta^2K_{st}^2}}{\beta^2},\quad k_{t_{st}}^+ = \frac{-Mk + \sqrt{k^2-\beta^2K_{st}^2}}{\beta^2}.$$

Les ondes acoustiques en amont et en aval du stator se développement en modes hélicoïdaux dont les ordres azimutaux sont égaux à ceux des perturbations incidentes, modulés par le nombre d'aubes du stator, en accord avec la règle de Tyler & Sofrin, $nB + sV$, $s \in \mathbb{Z}$, [14]. Les champs potentiels ϕ_u et ϕ_d ($0 \le z \le c$) dans les canaux inter-aubes s'écrivent :

$$\begin{pmatrix}\phi_d^m\\ \phi_u^m\end{pmatrix} = \sum_{p=0}^{+\infty}\sum_{q=0}^{+\infty}\begin{pmatrix}D_{pq}^0\\ U_{pq}^0\end{pmatrix} f_{pq}^{pV/2}(r)\begin{pmatrix}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{d_{pq}}^+ z}\\ \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{u_{pq}}^-(z-c)}\end{pmatrix} \times \mathrm{e}^{\mathrm{i}mu}\cos\left[\frac{pV}{2}\left(\theta - \frac{2\pi m}{V}\right)\right], \quad (10)$$

Du fait de la périodicité en $2\pi/V$, les ordres modaux azimutaux introduisent des fonctions de Bessel d'ordre demi-entier. Ainsi, les fonctions radiales $f_{pq}^{pV/2}(r)$ s'écrivent :

$$f_{pq}^{pV/2}(r) = N_{pq}\left[\cos(\tau_{pq})J_{(pV/2)}(K_{pq}r) - \sin(\tau_{pq})Y_{(pV/2)}(K_{pq}r)\right]$$

Les nombres d'onde axiaux sont

$$k_{d_{pq}}^+ = \frac{-Mk + \sqrt{k^2-\beta^2K_{pq}^2}}{\beta^2},\quad k_{u_{pq}}^- = \frac{-Mk - \sqrt{k^2-\beta^2K_{pq}^2}}{\beta^2}.$$

3.3 Équations de Raccordement

La continuité des fluctuations de pression et de vitesse axiale est imposée aux interfaces du stator. Deux systèmes d'équations sont écrits à $z = 0$ et $z = c$. Les relations entre potentiel, pression et vitesse acoustiques s'écrivent :

$$p^{ac} = -\rho_0\left(\frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{W}.\nabla\phi\right),\quad \mathbf{v}^{ac} = \nabla\phi. \quad (11)$$

Dans un souci de clarté, nous considérons un vecteur $\mathbf{\Gamma}$ rassemblant la pression et la vitesse axiale. Les indices représentent les champs potentiels (ac) et hydrodynamiques (h), en amont (r), en aval (t) du stator et se propageant en aval (d) et en amont (u) dans les canaux :

$$\mathbf{\Gamma}_\gamma(r,\theta,z) = \begin{pmatrix} p_\gamma^{ac}(r,\theta,z)\\ (\mathbf{v}_\gamma^{ac}(r,\theta,z) + \mathbf{v}_\gamma^h(r,\theta,z))\cdot\mathbf{z}\end{pmatrix}, \quad \gamma = i,r,t,d,u. \quad (12)$$

La continuité de la pression et de la vitesse axiale est imposée aux interfaces de bord d'attaque ($z = 0$) et de bord de fuite ($z = c$). Les équations de raccordement s'écrivent :

$$\mathbf{\Gamma}_i(r,\theta,0) + \mathbf{\Gamma}_r(r,\theta,0) = \mathbf{\Gamma}_d(r,\theta,0) + \mathbf{\Gamma}_u(r,\theta,0), \quad (13)$$
$$\mathbf{\Gamma}_d(r,\theta,c) + \mathbf{\Gamma}_u(r,\theta,c) = \mathbf{\Gamma}_t(r,\theta,c),\quad \forall r,\quad \forall\theta. \quad (14)$$

Ces systèmes impliquent quatre inconnues ($\mathbf{R}$, $\mathbf{D}^0$, $\mathbf{U}^0$, $\mathbf{T}$) et quatre équations de raccordement. Une résolution par inversion matricielle globale pourrait être utilisée après troncature modale, mais ne semble pas la plus adaptée en raison de problèmes de conditionnement.

3.4 Procédure de Résolution

Les deux systèmes d'équations peuvent être résolus avec une procédure itérative qui a l'intérêt de suivre le développement et les multiples diffractions des ondes se propageant dans le stator [1]. L'impact des perturbations hydrodynamiques sur l'interface de bord d'attaque génère les champs potentiels acoustiques ϕ_r et ϕ_d. Ce dernier est partiellement réfléchi par l'interface de bord de fuite, générant les champs ϕ_u et ϕ_t. Les ondes acoustiques se développent par allers et retours dans les guides d'ondes jusqu'à atteindre une convergence, vérifiée sur le bilan de puissance acoustique. Le calcul est réalisé séparément pour chaque interface de telle sorte que seulement deux vecteurs de coefficients ($\mathbf{R}$, $\mathbf{D}^0$) ou ($\mathbf{U}^0$, $\mathbf{T}$) doivent être déterminés à chaque étape de la procédure.

4 Résultats

4.1 Interaction Rotor/Stator

Un exemple de résultats est présenté pour le bruit d'interaction rotor/stator. La configuration considérée est un ventilateur axial caréné subsonique dont l'étage rotor/stator est composé de 17 pales et 23 aubes. Le rapport entre les rayons au moyeu et au carter est de 0.55. La longueur de corde de l'aube est c, le nombre de Mach axial est $M = 0,07$. La troisième composante de Fourier d'ordre radial nul des sillages incidents est considérée ($n = 3$, $j = 0$), correspondant au troisième multiple de la fréquence de passage des pales (FPP) du rotor.

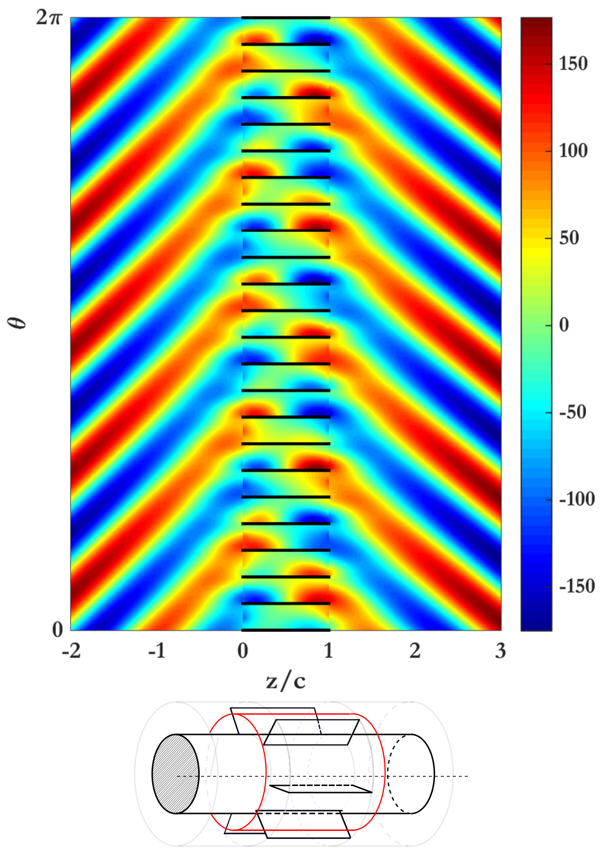

FIGURE 5 – Champ de pression acoustique total. Coupe cylindrique à mi-envergure

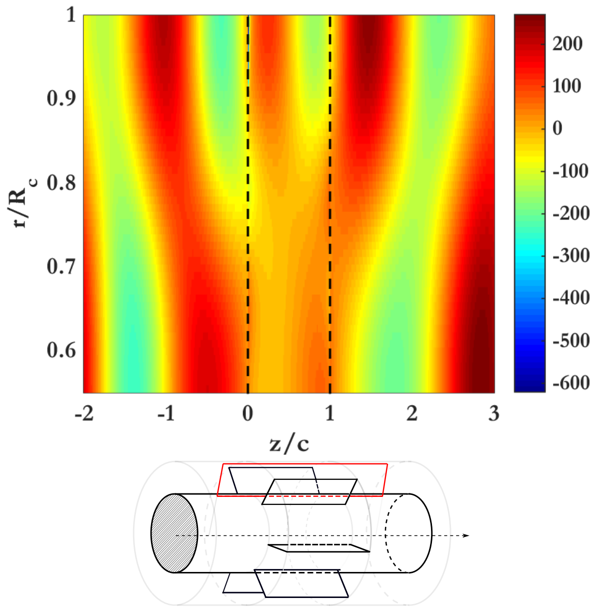

FIGURE 6 – Champ de pression acoustique total. Coupe méridienne à angle constant $\theta_0 = \pi/V$

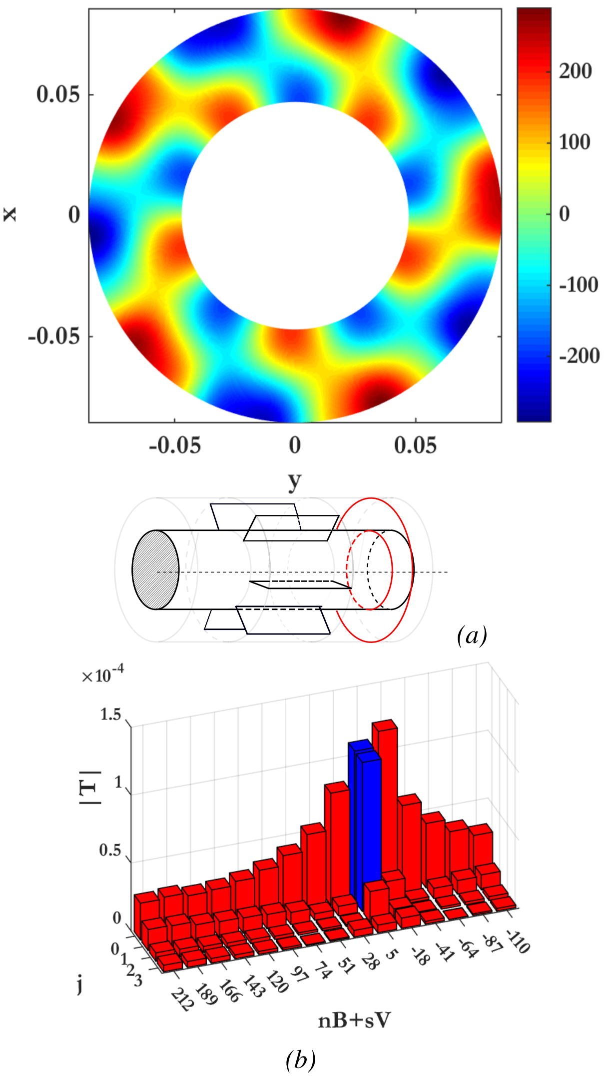

FIGURE 7 – Champ de pression acoustique (a) et coefficients modaux du champ ϕ_t (a). Coupe axiale à une demi-longueur de corde en aval du stator. Les histogrammes bleus (rouges) représentent des modes passants (coupés).

Le champ de pression acoustique est illustré en Fig. 5 par une coupe cylindrique à mi-envergure et une coupe méridienne à un angle constant $\theta_0 = \pi/V$ (Fig. 6). Ces résultats montrent qualitativement la continuité de la pression aux interfaces $z/c = 0$ et $z/c = 1$. Le champ acoustique se propageant en aval du stator et sa structure modale sont détaillés en Fig. 7. Tout d'abord, le champ hydrodynamique issu des sillages n'a pas de trace en terme de champ de pression. A la troisième FPP du rotor, l'étage rotor/stator génère les modes passants d'ordre azimutal $n_i = nB + sV = 3 \times 17 - 2 \times 23 = +5$ et d'ordres radiaux $j = 0, 1$ attendus d'après la règle de Tyler & Sofrin. Ces modes sont co-rotatifs, illustrés sur la coupe axiale en fig. 7-a où cinq lobes tournent dans le sens contraire aux aiguilles d'une montre et vers le haut sur la fig. 5. Les modes coupés (en rouge), possèdent une amplitude qui décroit exponentiellement depuis les interfaces. Ces modes ne transportent pas d'énergie acoustique mais jouent un rôle important dans la continuité locale du champ acoustique.

5 Conclusion

Cette communication détaille un modèle de prédiction de la composante tonale du bruit d'interaction rotor/stator généré par une turbomachine axiale carénée. La technique de raccordement modal permet d'introduire simplement l'effet de cascade dans une configuration annulaire tridimensionnelle. Les sillages issus des pales du rotor sont exprimés comme une somme de modes hélicoïdaux hydrodynamiques convectés à travers le stator. Leur impact sur la grille génère des champs acoustiques diffractés en amont, en aval et dans le stator. La continuité des fluctuations de pression, de vitesse axiale et de vorticité permet de résoudre le problème sans étape intermédiaire. L'approche présentée possède l'intérêt de prendre en compte le non-parallélisme des aubages en envergure, la condition radiale de rigidité du conduit et la diffraction sur des modes radiaux supérieurs, évitant les limitations de l'approche par bandes de rayon, en négligeant toutefois les variations radiales de la géométrie du stator ou de l'écoulement. Le champ acoustique rayonné est déterminé uniformément dans tout le domaine, dont la structure modale est en accord avec la règle de Tyler & Sofrin, comme montré par l'exemple d'application.

Remerciements

Ce travail a été soutenu en partie par le projet européen IDEALVENT (sur l'aéroacoustique des systèmes de conditionnement d'air pour l'aéronautique) et par la FRAE avec le projet national SEMAFOR (sur l'amélioration des méthodes inverses appliquées aux turbomachines par l'intégration de modèles de sources analytiques). Il a également été réalisé grâce au soutien financier du Labex CeLyA de l'Université de Lyon, géré par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR-10-LABX-0060 / ANR-11-IDEX-0007).

Références

[1] S. Bouley, B. François, M. Roger, H. Posson et S. Moreau : On a mode-matching technique for sound generation and transmission in a linear cascade of outlet guide vanes. *In 21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 2825, June 2015.

[2] B.-T. Chu et L. S.G. Kovásznay : Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. *Journal of Fluid Mechanics*, 3(05):494–514, 1958.

[3] G. Floquet : Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques. *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 12(2):47–88, 1883.

[4] S.A.L. Glegg : The response of a swept blade row to a three-dimensional gust. *Journal of Sound and Vibration*, 227(1):29–64, 1999.

[5] J. Ingenito et M. Roger : Analytical modelling of sound transmission through the passage of centrifugal compressor. *In 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, June 2007.

[6] R. Mittra et S.-W. Lee : *Analytical techniques in the theory of guided waves*. Macmillan, 1971.

[7] N. Peake et A. B. Parry : Modern challenges facing turbomachinery aeroacoustics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 44:227–248, 2012.

[8] A.D. Pierce : *Acoustics : an Introduction to its Physical Principles and Applications*. McGraw-Hill Book Company, 1981.

[9] H. Posson, S. Moreau et M. Roger : On the use of a uniformly valid analytical cascade response function for fan broadband noise predictions. *Journal of Sound and Vibration*, 329(18):3721–3743, 2010.

[10] H. Posson, M. Roger et S. Moreau : On a uniformly valid analytical rectilinear cascade response function. *Journal of Fluid Mechanics*, 663:22–52, 2010.

[11] B. Reynolds, B. Lakshminarayana et A. Ravindranath : Characteristics of the near wake of a compressor of a fan rotor blade. *AIAA Journal*, 17(9):959–967, 1979.

[12] S.W. Rienstra : Acoustic radiation from a semi-infinite annular duct in a uniform subsonic mean flow. *Journal of Sound and Vibration*, 94(2):267–288, 1984.

[13] M. Roger, S. Moreau et A. Marsan : Generation and transmission of spiral acoustic waves in multi-stage subsonic radial compressors. *In 20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, June 2014.

[14] J. M. Tyler et T. G. Sofrin : Axial flow compressor noise studies. Rapport technique, SAE Technical Paper, 1962.