

CFA/VISHNO 2016

Comparaison de méthodes de réduction par projection modale pour des structures fortement amorties par des matériaux viscoélastiques et couplées à un fluide

L. Rouleau, J.-F. Deü et A. Legay
LMSSC, CNAM, 2 rue Conté, 75003 Paris, France
lucie.rouleau@cnam.fr



LE MANS

Ce travail a pour but de comparer l'efficacité de méthodes de réduction par projection modale appliquées à des structures munies de matériaux viscoélastiques, couplées à un fluide. Dans le modèle proposé, la structure sandwich est maillée par des éléments finis et le fluide est pris en compte via une matrice de masse ajoutée. Plusieurs méthodes de projection modale, adaptées aux structures fortement amorties, sont appliquées au problème couplé pour prédire l'amplitude de la réponse vibratoire et de la pression rayonnée. Une comparaison des méthodes de réduction en terme de temps de calcul et de précision de la réponse structurelle et acoustique est ensuite réalisée. Cette étude comparative permettra d'identifier la méthode de réduction présentant le meilleur compromis entre ces deux critères, en vue d'une optimisation de l'efficacité du traitement amortissant (e.g. couche viscoélastique contrainte).

1 Introduction

Dans le domaine naval militaire, la maîtrise des performances acoustiques est primordiale. En particulier, la discrétion acoustique d'un sous-marin passe par une réduction et un masquage de sa signature acoustique. Les traitements amortissants par couche viscoélastique contrainte constituent un pan important des techniques de réduction de bruit et de vibration. Ils consistent à intégrer au sein de la structure vibrante une couche d'un matériau viscoélastique ayant une bonne capacité d'amortissement. Une partie de l'énergie vibratoire est alors dissipée par chaleur lors des déformations de cisaillement subies par la couche viscoélastique. Ce type de traitement passif est notamment appliqué dans le dôme sonar afin d'atténuer les bruits parasites liés entre autres à l'écoulement de l'eau, ou encore dans les pales du propulseur pour éviter les vibrations et les phénomènes de cavitation [4]. Cependant, la constante évolution des techniques de contrôle de bruit et de vibration conduit à rechercher de manière continue des solutions technologiques de plus en plus performantes, notamment en optimisant le placement, les dimensions ou encore le type de matériau des couches viscoélastiques. Pour cela, des méthodes numériques permettant la prédiction efficace du niveau de réduction acoustique et vibratoire doivent être développées.

Des méthodes de réduction par projection modale sont classiquement utilisées afin de réduire le coût numérique du calcul de la réponse vibratoire et acoustique. La difficulté dans l'utilisation de telles méthodes pour traiter le cas de structures fortement amorties par des matériaux viscoélastiques réside dans la forte dépendance fréquentielle des propriétés mécaniques du matériau amortissant. La méthode des énergies modales [5] conduit généralement à une surestimation de l'amortissement dans la structure fortement amortie par des matériaux viscoélastiques. Cette limitation a donné lieu au développement de plusieurs méthodes de réduction de modèle par projection modale adaptées à de telles structures. L'efficacité de ces méthodes a déjà été testée et comparée dans le cas de structures fortement amorties par des matériaux viscoélastiques [3]. Le but de ce travail est d'évaluer et de comparer l'efficacité de ces méthodes pour la prédiction de la réponse vibratoire et acoustique de structures amorties par des matériaux viscoélastiques et couplées à un fluide. Ce travail concerne plus particulièrement le cas d'un anneau sandwich bi-dimensionnel, couplé à des liquides interne et externe (supposés incompressibles), représentatif de certaines parties d'un sous-marin. Dans le modèle proposé, la structure sandwich est maillée par éléments finis et les effets inertiels des fluides interne et externe sont pris en compte via une matrice de masse ajoutée, calculée de

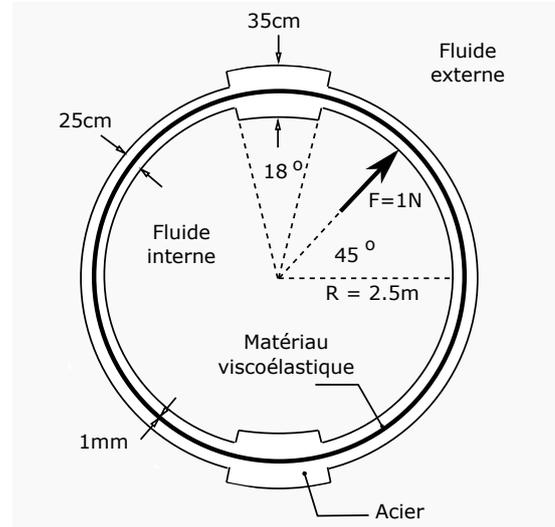


FIGURE 1 – Description du problème étudié.

manière semi-analytique [1].

La modélisation du problème couplé est détaillé dans la première section, et les méthodes de réduction de modèle par projection modale utilisées sont décrites dans la deuxième section. Les résultats de l'analyse comparative sont ensuite donnés et analysés.

2 Modélisation du problème couplé

Le problème considéré est celui d'un anneau sandwich bi-dimensionnel couplé à des fluides interne et externe (Figure 1). Cette section a pour but de décrire la modélisation de ce problème couplé.

2.1 Modélisation du matériau viscoélastique

Les matériaux viscoélastiques ont un comportement qui peut être décrit par un module complexe et dépendant de la fréquence. Un modèle fractionnaire à quatre paramètres a été utilisé dans ce travail pour décrire la dépendance fréquentielle du matériau viscoélastique à cœur de la structure :

$$G^*(\omega) = \frac{G_0 + G_\infty(i\omega\tau)^\alpha}{1 + (i\omega\tau)^\alpha} \quad (1)$$

où G_0 et G_∞ sont respectivement le module relaxé et le module non relaxé, τ est le temps de relaxation et α est l'ordre de dérivation non entière intervenant dans la loi constitutive.

Les paramètres de ce modèle ont été identifiés à partir de résultats d'essais DMA :

$$G_0 = 8.59 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad G_\infty = 5.34 \cdot 10^7 \text{ Pa},$$

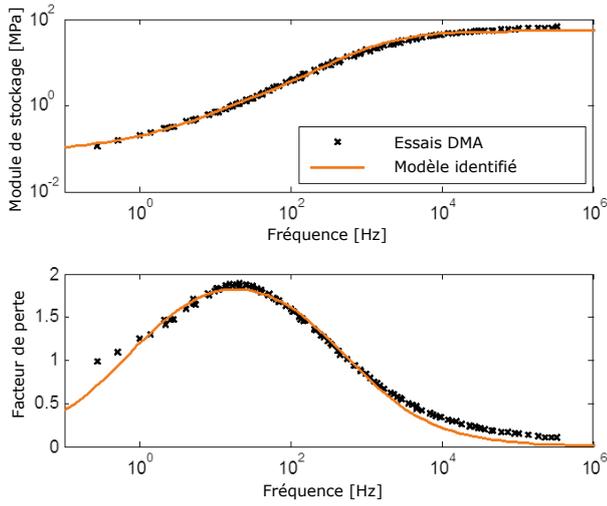


FIGURE 2 – Courbes maîtresses du matériau viscoélastique à la température de référence de 20°C.

$$\tau = 10^{-4} \text{ s, et } \alpha = 0.72$$

La figure 2 montre que ces paramètres conduisent à une bonne description du comportement viscoélastique du matériau à cœur. Un coefficient de Poisson de $\nu = 0.49$ est supposé et la masse volumique du matériau viscoélastique étudié est donné par le fabricant $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$.

2.2 Modélisation de la structure

L'anneau bidimensionnel considéré est constitué de faces élastiques en acier et d'un cœur viscoélastique, dont les propriétés ont été précédemment décrites. La différence de propriétés mécaniques entre ces matériaux génèrent d'important effets de cisaillement transverse qu'il convient de bien modéliser.

Des éléments de poutre sandwich à quatre degrés de liberté par nœud sont utilisés pour mailler l'anneau sandwich dans la circonférence. Cet élément, décrit et utilisé dans [2], est basé sur les théories en "zig-zag" : des hypothèses de Bernoulli sont prises pour les faces élastiques en acier et des hypothèses de Timoshenko sont considérées pour le cœur viscoélastique.

Les dimensions de la structure étudiée sont données sur la Figure 1 et les propriétés matériau considérées pour l'acier sont : un module d'Young de $E = 210 \text{ GPa}$, une densité de $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ et un coefficient de Poisson de $\nu = 0.3$.

2.3 Modélisation des fluides interne et externe

La structure sandwich est couplée à des fluides interne et externe (dans le cadre de cette étude il s'agit d'eau, de densité $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$), supposés incompressibles. L'hypothèse d'incompressibilité est justifiée car les effets radiatifs du fluide sont négligeables sur la gamme de fréquence étudiée. Les effets inertiels des fluides sont pris en compte via une matrice de masse ajoutée, calculée à partir de la solution analytique d'un anneau mince bidimensionnel, homogène et élastique donnée par la théorie de Love-Timoshenko ([6],p32).

Pour des structures à géométrie axisymétrique, le déplacement radial et orthoradial peuvent s'écrire sous

la forme de séries de Fourier :

$$\begin{cases} u_r = \left(u_r^0 + \sum_{m \geq 1} (u_r^{m(s)} \cos(m\theta) + u_r^{m(a)} \sin(m\theta)) \right) e^{i\omega t} \\ u_\theta = \left(u_\theta^0 + \sum_{m \geq 1} (u_\theta^{m(s)} \cos(m\theta) + u_\theta^{m(a)} \sin(m\theta)) \right) e^{i\omega t} \end{cases} \quad (2)$$

où m est le nombre de composantes harmoniques, $u_r^{m(k)}$ et $u_\theta^{m(k)}$ sont les coefficients harmoniques correspondant aux composantes symétriques ($k = s$) et antisymétriques ($k = a$) des déplacements radial et orthoradial :

$$\begin{cases} u_r^{m(s)} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u_r(\gamma) \cos(m\gamma) d\gamma \\ u_r^{m(a)} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u_r(\gamma) \sin(m\gamma) d\gamma \\ u_\theta^{m(s)} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u_\theta(\gamma) \cos(m\gamma) d\gamma \\ u_\theta^{m(a)} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u_\theta(\gamma) \sin(m\gamma) d\gamma \end{cases} \quad (3)$$

Une décomposition harmonique est aussi utilisée pour la pression dans les fluides interne et externe :

$$\begin{cases} p_I = \left(p_I^0(r) + \sum_{m \geq 1} (p_I^{m(s)}(r) \cos(m\theta) + p_I^{m(a)}(r) \sin(m\theta)) \right) e^{i\omega t} \\ p_E = \left(p_E^0(r) + \sum_{m \geq 1} (p_E^{m(s)}(r) \cos(m\theta) + p_E^{m(a)}(r) \sin(m\theta)) \right) e^{i\omega t} \end{cases} \quad (4)$$

Il est possible de montrer à partir des équations du mouvement du système couplé que les coefficients harmoniques de la pression peuvent s'exprimer en fonction de ceux du déplacement radial, conduisant aux expressions suivantes de la pression interne et externe :

$$\begin{cases} p_I = \sum_{m \geq 1} \rho_I \frac{r^m}{mR^{m-1}} \omega^2 (u_r^{m(s)} \cos(m\theta) + u_r^{m(a)} \sin(m\theta)) \\ p_E = \sum_{m \geq 1} \rho_E \frac{R^{m+1}}{mr^m} \omega^2 (u_r^{m(s)} \cos(m\theta) + u_r^{m(a)} \sin(m\theta)) \end{cases} \quad (5)$$

où ρ_I et ρ_E sont les densités des fluides interne et externe respectivement, R est le rayon moyen de la structure et ω la pulsation. En discrétisant la structure par éléments finis, le déplacement radial est exprimé à partir d'un opérateur $\mathbf{N}(\theta)$ contenant les fonctions de forme et d'un vecteur \mathbf{U}_r de déplacement radial aux nœuds de l'interface :

$$u_r(\theta) = \mathbf{N}(\theta)\mathbf{U}_r. \quad (6)$$

Ceci permet la construction de deux matrices de masse ajoutée \mathbf{M}_a^I et \mathbf{M}_a^E , qui correspondent aux termes de couplage entre la structure et les fluides interne et externe dans les équations du mouvement (voir [1] pour plus de détails). Le système matriciel obtenu après discrétisation par éléments finis de la structure est de la forme :

$$\left[\mathbf{K}_S^*(\omega) - \omega^2 (\mathbf{M}_S + \mathbf{M}_a^I + \mathbf{M}_a^E) \right] \mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (7)$$

où $\mathbf{K}_S^*(\omega) = \mathbf{K}_e + K^*(\omega)\mathbf{K}_v^s + G^*(\omega)\mathbf{K}_v^d$ et \mathbf{M}_S sont les matrices de raideur et de masse de la structure, \mathbf{K}_v^s et \mathbf{K}_v^d sont respectivement la partie sphérique et déviatorique de la matrice de raideur associée à la couche viscoélastique, et \mathbf{K}_e est la matrice de raideur associée aux faces élastiques de la structure. $K^*(\omega)$ et $G^*(\omega)$ représentent le module de compressibilité et le module de cisaillement complexes et dépendant de la fréquence, qui peuvent être décrits par un modèle fractionnaire à quatre paramètres.

3 Méthodes de réduction par projection modale

Les méthodes de réduction par projection modales permettent de calculer à moindre coût la réponse dynamique d'un système. Cependant, la dépendance fréquentielle des modules viscoélastiques conduit le problème aux valeurs propres associé à l'équation (7) à être non linéaire :

$$\left[\mathbf{K}_S^*(\lambda_k^*) - \lambda_k^{*2}(\mathbf{M}_S + \mathbf{M}_a^I + \mathbf{M}_a^E) \right] \Phi_k^* = \mathbf{0}, \quad (8)$$

où la fréquence propre $\lambda_k^{*2} = \omega_k^2(1 + i\eta_k)$ et le mode propre associé Φ_k^* sont complexes. Plusieurs méthodes existent dans la littérature pour résoudre ce problème non-linéaire. Parmi celles-ci, la méthode asymptotique numérique [7] permet d'estimer les modes propres solutions de l'équation (8), qui peuvent être utilisés dans des approches de réduction modale. Dans [3], plusieurs méthodes alternatives basées sur la projection modale sont appliquées à une structure fortement amortie par une couche contrainte viscoélastique et comparées afin de déterminer les méthodes les plus efficaces en terme de précision et de temps de calcul. Ce travail a pour but d'aller plus loin et d'appliquer ces mêmes méthodes au problème couplé présenté dans la section précédente. En revanche, ce travail se limite à l'étude de quelques méthodes de réduction dont :

- La méthode des énergies modales, qui reste la plus largement utilisée pour des systèmes peu amortis ;
- L'approche multi-modèle ;
- Deux méthodes d'enrichissement de la base modale, soit à partir de termes correctifs d'ordre un, soit à partir des résidus en déplacement.

Les autres méthodes présentées dans [3] et non étudiées dans ce le cadre de ce travail correspondent à des versions itératives de la méthode des énergies modales, qui ont été identifiées comme moins performantes pour le calcul de la réponse dynamique de structures sandwich. En outre, ces méthodes permettent d'estimer efficacement les paramètres modaux (fréquences propres, amortissement modaux, déformées modales) et peuvent donc être utilisées dans le cadre d'une optimisation de la réduction du bruit autour d'un mode en particulier, comme c'est le cas dans [1].

3.1 Méthode des énergies modales (MSE)

La méthode des énergies modales, développée par Johnson et Kienholz [5], suppose que les modes propres du système non amorti sont représentatifs des modes normaux

du système amorti. La base de projection modale est alors définie de la manière suivante :

$$\mathbf{T}_{MSE} = \left[\mathbf{K}_{S,0}^{-1}\mathbf{F}, \Phi_1(0), \dots, \Phi_n(0) \right], \quad (9)$$

où $\mathbf{K}_{S,0}^{-1}\mathbf{F}$ correspond à une correction statique, et $\Phi_k(0)$, appelés pseudo-modes propres, sont réels et sont solutions du problème aux valeurs propres suivant :

$$\left[\mathbf{K}_{S,0} - \lambda_k^2(\mathbf{M}_S + \mathbf{M}_a^I + \mathbf{M}_a^E) \right] \Phi_k = \mathbf{0}, \quad (10)$$

et $\mathbf{K}_{0,S} = \mathbf{K}_S^*(\omega = 0)$ est la matrice de raideur statique. Cette méthode donne de bons résultats lorsque la structure est faiblement amortie, mais elle conduit à des erreurs significatives lorsqu'elle est fortement amortie.

3.2 Approche multi-modèles (MM)

L'approche multi-modèles est inspirée des modèles flous de Takani-Sugeno et consiste à estimer la réponse d'un système non linéaire en interpolant la réponse de plusieurs modèles linéaires définis pour divers points de fonctionnement. Cette approche est appliquée par Balmès [8] pour estimer une base de projection modale représentative du problème aux valeurs propres complexes non-linéaire (Equation 8). Cette base est obtenue en combinant plusieurs bases modales \mathbf{T}_{p_j} et la correction statique :

$$\mathbf{T}_{MM} = \left[\mathbf{K}_{S,0}^{-1}\mathbf{F}, \mathbf{T}_{p_1} \dots \mathbf{T}_{p_m} \right]. \quad (11)$$

Chaque base modale \mathbf{T}_{p_j} contient les pseudo-modes propres solutions du problème aux valeurs propres suivant :

$$\left[\mathbf{K}_S^*(\omega_{p_j}) - \lambda_k^{*2}(\omega_{p_j})(\mathbf{M}_S + \mathbf{M}_a^I + \mathbf{M}_a^E) \right] \Phi_k^*(\omega_{p_j}) = \mathbf{0}, \quad (12)$$

où ω_{p_j} est fixée a priori. Entre les différentes bases modales, les pseudo-modes propres peuvent être fortement colinéaires, ce qui conduit à un mauvais conditionnement des matrices réduites. C'est pourquoi les vecteurs formant la base de projection sont orthogonalisés par un algorithme de Gram-Schmidt. Dans la littérature, la base de projection est composée de pseudo-modes propres calculés pour une matrice de raideur évaluée aux fréquences minimale et maximale de la gamme de fréquence d'intérêt, ce qui conduit à une bonne approximation de la réponse dynamique de la structure.

3.3 Enrichissement de la base de projection

Ajout de corrections d'ordre 1 (MSE+C) La résolution d'un problème aux valeurs propres réelles implique généralement un coût de calcul bien inférieur à celui d'un problème aux valeurs propres complexes. C'est pourquoi la partie imaginaire de la matrice de raideur est couramment négligée lors du calcul des pseudo-modes propres formant la base de projection. En revanche, dans le cas de structures fortement amorties par des matériaux viscoélastiques, cette approximation n'est plus valide et peut générer des erreurs importantes. Plouin et Balmès [9] proposent de limiter ces erreurs en enrichissant la base modale de l'équation (9) par les relèvements statiques des efforts résiduels \mathbf{T}_{c_k} générés par les pseudo-modes propres Φ_k issus de la méthode des énergies modales :

$$\mathbf{T}_{\text{MSE+C}} = [\mathbf{T}_{\text{MSE}}, \mathbf{K}_{S,0}^{-1} \mathfrak{J}(\mathbf{K}_S^*(\lambda_1)) \Phi_1, \dots, \mathbf{K}_{S,0}^{-1} \mathfrak{J}(\mathbf{K}_S^*(\lambda_N)) \Phi_N]. \quad (13)$$

où λ_k et Φ_k sont les pulsations propres et les pseudo-modes propres solutions de l'Equation (10). Comme dans l'approche multi-modèles, une étape d'orthonormalisation des vecteurs de la base est appliquée.

Ajout de résidus en déplacement (MSE+R) Le concept de cette méthode, introduit par Balmès et Bobillot [10], est d'améliorer la qualité de l'approximation en enrichissant la base modale de l'Equation (9) par la réponse statique du résidu en effort :

$$\mathbf{T}_{\text{MSE+R}} = [\mathbf{T}_{\text{MSE}}, \mathbf{R}_d]. \quad (14)$$

où le résidu \mathbf{R}_d est calculé de la manière suivante :

$$\mathbf{R}_d(\omega) = \mathbf{K}_{S,0}^{-1} \left([\mathbf{K}_S^*(\omega) - \omega^2(\mathbf{M}_S + \mathbf{M}_a^E + \mathbf{M}_a^E)] \mathbf{U}_r(\omega) - \mathbf{F} \right). \quad (15)$$

Les résidus calculés à la pulsation propre λ_k du problème aux valeurs propres non amorti (Equation (10)) sont ajoutés à la base de projection modale jusqu'à obtenir une précision satisfaisante de la solution, qui est contrôlée par un critère de tolérance :

$$\epsilon_R = \frac{\|\mathbf{R}_d^T \mathbf{K}_{S,0} \mathbf{R}_d\|_2}{\|\mathbf{U}_r^T \mathbf{K}_0 \mathbf{U}_r\|_2} < \epsilon_{\text{tol}}, \quad (16)$$

où ϵ_R est un indicateur d'erreur en énergie de déformation, basé sur le résidu en déplacement, et ϵ_{tol} est un critère de tolérance choisi.

4 Résultats de l'analyse comparative

Les méthodes de réduction présentées dans la section précédente sont appliquées au problème décrit Figure 1 pour calculer la réponse vibratoire de la structure sandwich annulaire, et pour reconstruire, à partir du vecteur de déplacement nodal (voir Equation (5)), le champ de pression à 1 m de la structure vibrante. La gamme de fréquence étudiée est [0, 100] Hz. La tolérance de convergence de la méthode d'enrichissement sur les résidus est fixée à 0.1, et conduit à des bases de projection modale de taille assez importantes (plusieurs centaines de termes).

Pour chaque méthode testée, deux simulations sont réalisées, en faisant varier le critère de sélection des pseudo-modes propres à introduire dans la base de projection : soit l'on considère tous les pseudo-modes propres étant associés à une fréquence propre inférieure à la fréquence maximale d'étude, ici 100 Hz (critère de sélection n°1), soit l'on considère tous les pseudo-modes propres étant associés à une fréquence propre inférieure à quatre fois fréquence maximale d'étude, ici 400 Hz (critère de sélection n°2).

Afin de comparer la précision de la solution approchée obtenue, deux indicateurs d'erreur sont calculés :

- l'erreur basée sur la réponse vibratoire calculée par une méthode directe :

$$\epsilon_U(\omega) = \frac{\|\mathbf{U}_r(\omega) - \mathbf{U}(\omega)\|}{\|\mathbf{U}(\omega)\|} \quad (17)$$

où \mathbf{U}_r est le vecteur de déplacements nodaux approché et \mathbf{U} est le vecteur de déplacements nodaux calculé par une méthode directe.

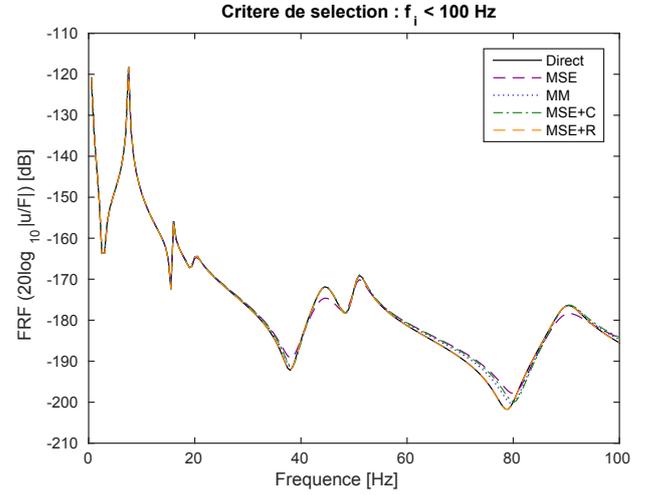


FIGURE 3 – Réponse fréquentielle de la structure au point d'excitation, calculée par différentes méthodes, en prenant dans la base de projection tous les pseudo-modes propres étant associés à une fréquence propre inférieure à 100 Hz.

- l'erreur basée sur la réponse acoustique calculée par une méthode directe :

$$\epsilon_P(\omega) = \frac{\|\mathbf{P}_r(\omega) - \mathbf{P}(\omega)\|}{\|\mathbf{P}(\omega)\|} \quad (18)$$

où \mathbf{P}_r est la pression quadratique moyenne approchée à 1 m de la structure et \mathbf{P} pression quadratique moyenne à 1 m de la structure, calculée par une méthode directe.

Sur les Figures 3 et 4 sont tracées la réponse fréquentielle calculée par une méthode directe, prise comme référence, et celles approchées par une des méthodes de réduction testées pour chaque critère de sélection des modes. Sur les Figures 5 et 6 sont tracées la pression quadratique moyenne calculée par une méthode directe, prise comme référence, et celles approchées par une des méthodes de réduction testées pour chaque critère de sélection des modes. La base de projection de la méthode des énergies modales construite à partir du 2ème critère de sélection des modes contient autant de termes que celles construites à partir du 1er critère de sélection des modes pour l'approche modale et l'approche par enrichissement via l'ajout de termes correctifs d'ordre 1. En revanche, les résultats montrent que la méthode des énergies modales conduit à des erreurs significatives au niveau des pics de réponses les plus amortis. De manière générale, toutes les méthodes de réduction, à l'exception de la méthode des énergies modales, permettent d'obtenir les réponses structurelle et acoustique avec une précision satisfaisante.

Pour permettre une comparaison globale des méthodes de réduction testées, les Figures 7 et 8 tracent la moyenne de l'erreur en déplacement ou en pression en fonction du temps de calcul de la solution approchée rapporté au temps de calcul de la solution de référence. Les deux marqueurs tracés pour chaque méthode correspondent aux deux critères de sélection des modes considérés. Les résultats de cette étude sont consistants avec les résultats d'une autre étude sur structure seule ([3]). La méthode des énergies modales conduit à la solution la moins précise, et la méthode d'enrichissement de la base modale par des résidus en déplacement conduit à la solution la plus précise (celle-ci est

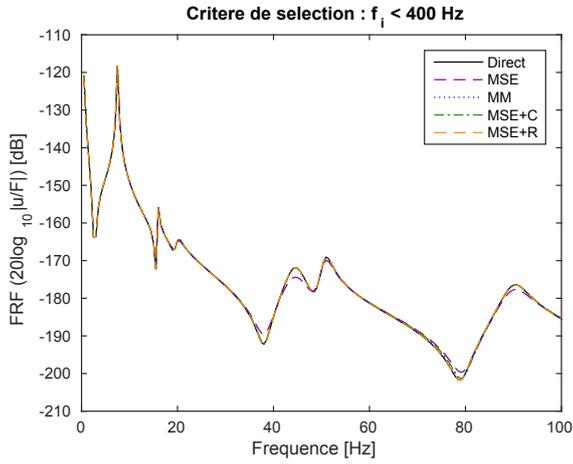


FIGURE 4 – Réponse fréquentielle de la structure au point d'excitation, calculée par différentes méthodes, en prenant dans la base de projection tous les pseudo-modes propres associés à une fréquence propre inférieure à 400 Hz.

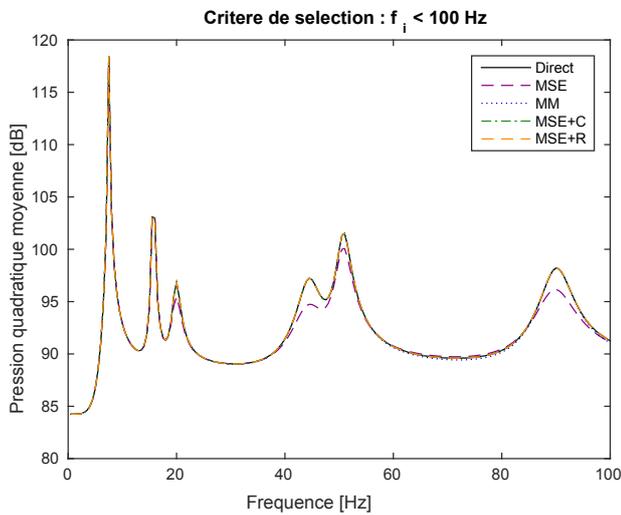


FIGURE 5 – Pression moyenne quadratique calculée par différentes méthodes à 1 m de la structure, en prenant dans la base de projection tous les pseudo-modes propres associés à une fréquence propre inférieure à 100 Hz.

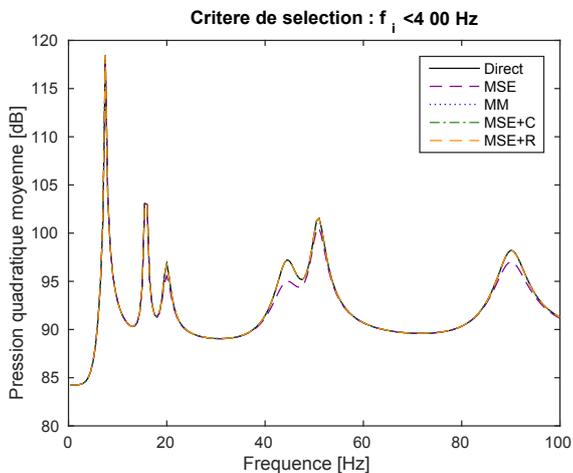


FIGURE 6 – Pression moyenne quadratique calculée par différentes méthodes à 1 m de la structure, en prenant dans la base de projection tous les pseudo-modes propres associés à une fréquence propre inférieure à 400 Hz.

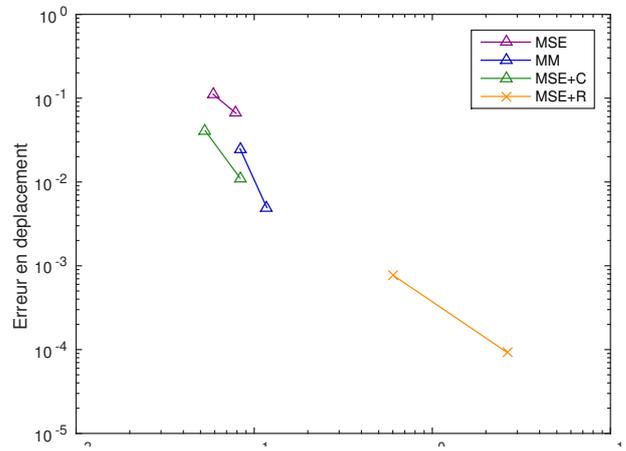


FIGURE 7 – Erreur moyenne en déplacement en fonction du temps de calcul de la réponse structurale approchée rapportée au temps de calcul de la solution de référence.

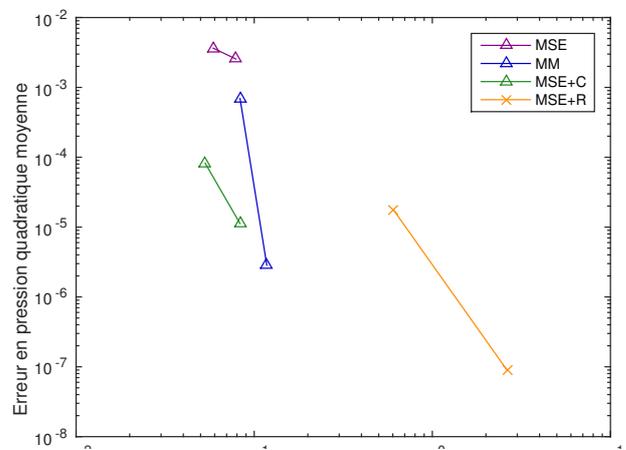


FIGURE 8 – Erreur moyenne en pression en fonction du temps de calcul de la réponse structurale approchée rapportée au temps de calcul de la solution de référence.

contrôlée par la tolérance choisie). En revanche, l'approche multi-modale et l'approche consistant à enrichir la base de projection par des termes correctifs d'ordre 1 constituent le meilleur compromis entre temps de calcul et précision de la solution, que ce soit sur la réponse structurale ou la réponse acoustique.

5 Conclusion

Ce travail avait pour but d'évaluer et de comparer l'efficacité des méthodes de réduction par projection sur base modale pour la prédiction de la réponse vibratoire et acoustique de structures amorties par des matériaux viscoélastiques et couplées à un fluide. Parmi les méthodes testées, seule la méthode des énergies modales ne permet pas toujours d'approximer correctement la réponse structurale et acoustique, notamment au niveau des pics de réponse les plus amortis, ce qui est assez critique pour le dimensionnement de la structure. En revanche, l'approche multi-modale et l'approche consistant à enrichir la base modale par des termes correctifs d'ordre 1 permet, pour un coût de calcul équivalent, d'obtenir une meilleure précision. Dans ce travail, les fluides interne et externe ont été supposés

incompressibles, les effets radiatifs du fluide pouvant être négligés sur la gamme de fréquence étudiée. En revanche, la gamme de fréquence concernée par des applications de couches viscoélastiques contraintes dans le dôme sonar est beaucoup plus élevée, et l'hypothèse d'incompressibilité du fluide n'est plus justifiée. La même approche que celle considérée dans ce travail peut être adoptée pour le calcul de matrices de masse ajoutée complexes et dépendantes de la fréquence, afin de prendre en compte les effets radiatifs du fluide. Une perspective de ce travail consiste à adapter les méthodes de réduction par projection modale pour prendre en compte cette dépendance fréquentielle supplémentaire.

Références

- [1] L. Rouleau, J. F. Deü, A. Legay, J. F. Sigrist, Vibro-acoustic study of a viscoelastic sandwich ring immersed in water, *Journal of Sound and Vibration* **331**, 522-539 (2012).
- [2] A. C. Galucio, J. -F. Deü, R. Ohayon, Finite element formulation of viscoelastic sandwich beams using fractional derivative operators, *Computational Mechanics*, **33**, 282-291 (2004).
- [3] L. Rouleau, J. F. Deü, A. Legay, Review of reduction methods based on modal projection for highly damped structures *Proc. of WCCM XI*,(2014).
- [4] A. Paul, A. Schmidt, E. Wolf, Acoustically optimized propeller made from composite materials, *ThyssenKrupp Technoforum* **1**, 59-63 (2011).
- [5] C. Johnson, D. Kienholz, L. Rogers, Finite element prediction of damping in beams with constrained viscoelastic layers, *Shock and Vibration Bulletin* **1**, 71-81 (1980).
- [6] A. Leissa, *Vibration of shells*, Acoustical Society of America (1993).
- [7] E. Daya, M. Potier-Ferry, A numerical method for nonlinear eigenvalue problems application to vibrations of viscoelastic structures, *Computers and Structures* **79**, 533-541 (2001).
- [8] E. Balmès, Parametric families of reduced finite element models. Theory and applications, *Mechanical Systems and Signal Processing* **10**, 381-394 (1996).
- [9] A. -S. Plouin, E. Balmès, Pseudo-modal representations of large models with viscoelastic behaviour, *Proc. of 18th IMAC*,(1998).
- [10] E. Balmès, A. Bobillot, Analysis and design tools for structures damped by viscoelastic materials, *Proc. of 20th IMAC*,(2002).