

## CFA/VISHNO 2016

**Caractérisation de sources acoustiques par imagerie en écoulement d'eau confiné**S. Amailland<sup>a</sup>, J.-H. Thomas<sup>b</sup>, R. Boucheron<sup>c</sup>, C. Pezerat<sup>b</sup> et J.-C. Pascal<sup>b</sup><sup>a</sup>LAUM, Avenue Olivier Messiaen, 72085 Le Mans, France<sup>b</sup>LAUM / ENSIM, Rue Aristote, 72085 Le Mans, France<sup>c</sup>DGA Techniques Hydrodynamiques, Chaussée du Vexin, 27105 Val-De-Reuil, France  
sylvain.amailland@univ-lemans.fr

LE MANS

La réduction du bruit hydrodynamique naval est un domaine qui concerne la Marine militaire, pour la discrétion acoustique des navires de surface et des sous-marins, ainsi que la Marine civile pour le développement de navires de recherches océanographiques ou sismiques silencieux. En champ lointain, le bruit rayonné par un navire provient principalement des propulseurs.

Aujourd'hui, il est nécessaire de développer des nouvelles méthodes d'imagerie adaptées à la caractérisation de sources en tunnel hydrodynamique, afin de faire un diagnostic du comportement acoustique d'un propulseur et ainsi aider à l'optimisation d'hélice en phase de conception. L'objectif de cette communication est de présenter et comparer des méthodes d'imagerie acoustique appliquées à l'étude de sources acoustiques en écoulement d'eau confiné à travers des simulations numériques.

La propagation dans le tunnel hydrodynamique est modélisée par une fonction de Green qui décrit la propagation acoustique dans un guide d'onde rigide et infiniment long. Le problème direct est complété par un modèle de pression partielle qui permet de prendre en compte le bruit de couche limite hydrodynamique qui perturbe les mesures en parois du tunnel. Une approche de débruitage issue de la littérature est également présentée afin de réduire l'influence du bruit de couche limite sur la résolution du problème inverse. La technique de formation de voies ainsi que les méthodes de déconvolution (Deconvolution Approach for the Mapping of Acoustic Sources (DAMAS), Sparsity Constraint Robust DAMAS (SC-RDAMAS), Robust DAMAS (RDAMAS)) sont ensuite présentées à travers des simulations numériques.

## 1 Introduction

Les méthodes d'identification de sources en tunnel sont généralement basées sur une technique de formation de voies, robuste au bruit de mesure, associée à une approche de déconvolution. Classiquement, un modèle de propagation en champ libre est utilisé pour caractériser les sources de bruit en tunnel aéroacoustique. Fleury *et al.* [1] ont mis en avant la possibilité d'obtenir un résultat quantitatif grâce notamment à l'identification des sources images traduisant les réflexions dans le tunnel. Fenech *et al.* [2] proposent de prendre en considération un modèle de propagation plus proche du comportement réverbérant d'un tunnel aéroacoustique en considérant les sources images dans le modèle de propagation.

Dans cet article, nous présentons des résultats de simulation qui s'appuient sur un modèle de propagation obtenu par décomposition modale ainsi qu'un modèle statistique de pression pariétale. Une approche de débruitage de la matrice interspectrale [3] est également utilisée pour corriger les mesures simulées du bruit de couche limite. Les résultats obtenus avec la technique de formation de voies et les méthodes de déconvolution (DAMAS [4], SC-RDAMAS [5], RDAMAS) sont présentés à travers des simulations numériques.

## 2 Problème direct

### 2.1 Propagation acoustique guidée

Le champ de pression acoustique  $p(\mathbf{r})$ , sur le plan de l'antenne, résultant du rayonnement d'une source de débit  $q_s(\mathbf{r}_s)$  et de surface  $S(\mathbf{r}_s)$  est décrit par l'équation (1).

$$p(\mathbf{r}) = \int_S q_s(\mathbf{r}_s) G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_s) dS(\mathbf{r}_s). \quad (1)$$

Dans le cas d'une source monopolaire, la fonction de Green  $G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_s)$  doit satisfaire l'équation d'onde convective inhomogène [6],

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{D^2}{Dt^2} \right) G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_s) = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s), \quad (2)$$

avec  $G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_s)$  la fonction de Green entre un récepteur et une source positionnés en  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  et  $\mathbf{r}_s = (x_s, y_s, z_s)$  respectivement.  $D/Dt = i\omega + U\partial/\partial z$  est la dérivée convective dans le cas d'un écoulement laminaire de vitesse  $U$  dans la direction de l'axe  $z$  (figure 2) et  $c$  la célérité du son dans l'eau. Le nombre de Mach considéré est faible (de l'ordre de 0.01) et donc l'influence de l'écoulement sur la propagation acoustique est considérée négligeable. Dans le cas d'un guide d'onde rectangulaire rigide de section  $S$  et infiniment long, la fonction de Green peut s'écrire sous la forme d'une superposition d'une infinité de modes [7],

$$G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_s) = \frac{-i}{2S} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Psi_{mn}(x, y) \cdot \Psi_{mn}(x_s, y_s)}{\Lambda_{mn} k_{zmn}} e^{-ik_{zmn}|z-z_s|}, \quad (3)$$

avec  $k_{zmn}$  le nombre d'onde suivant  $z$ ,  $\Lambda_{mn}$  le terme de normalisation modale et  $\Psi_{mn}(x, y)$  la déformée associée au mode transverse  $(m, n)$ . Cette dernière satisfait la condition de vitesse normale nulle en parois du guide d'onde.

### 2.2 Bruit de couche limite turbulente

L'écoulement d'eau dans le guide d'onde est considéré laminaire. Cependant, cette hypothèse n'est pas rigoureusement exacte notamment à proximité des parois qui sont considérées rigides. En effet, lorsqu'un fluide s'écoule le long d'une paroi fixe, la vitesse de l'écoulement est nulle alors que loin de la paroi, elle est égale à la vitesse de l'écoulement sans perturbation. Ce gradient de vitesse provoque alors la création d'une couche limite turbulente, d'épaisseur  $\delta$ , qui peut se décomposer en deux parties [8] :

- convective : pression due aux turbulences en parois,
- acoustique : ondes rayonnées par les turbulences dans le fluide.

Le spectre de pression pariétale dans le domaine des nombres d'onde a une forme caractéristique et est illustré à la figure 1. La fluctuation de pression la plus grande apparaît dans la région convective centrée sur  $k_1 = \omega/U_c$ , avec  $U_c$  la vitesse de convection. Le pic dans le domaine acoustique est centré sur le nombre d'onde  $k_0 = \omega/c$ . Les capteurs en paroi

du guide d'onde sont donc soumis à de fortes fluctuations de pression principalement provoquées par la convection de masse du fluide.

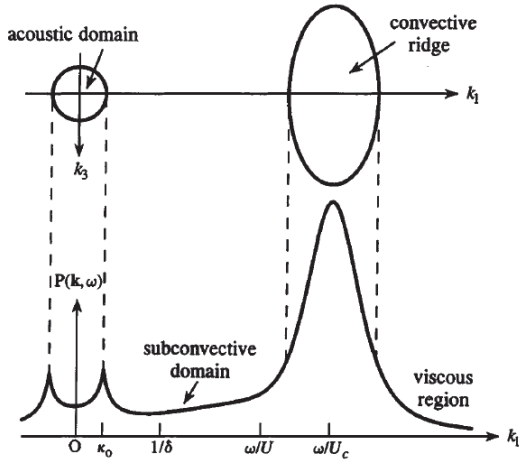


FIGURE 1 – Spectre de pression pariétale pour un écoulement turbulent à faible nombre de Mach ( $\omega\delta/U$ ) [9].

Afin de prendre en compte le bruit de couche limite hydrodynamique dans le problème direct, le champ de pression pariétale est synthétisé à l'aide d'un modèle d'interspectre et d'autospectre de pression pariétale [8]. L'objectif ici n'est pas de modéliser rigoureusement le bruit de couche limite mais plutôt de comprendre son influence sur les mesures de pression réalisées en paroi. Les modèles suivants considèrent que le fluide est incompressible et que le champ de pression pariétale est temporellement stationnaire.

### 2.2.1 Modèle d'autospectre de Goody

Le modèle de Goody détermine l'autospectre  $S_{mm}(\omega)$  de pression pariétale sous écoulement turbulent et décrit alors la répartition énergétique en fonction de la fréquence du bruit de couche limite, équation (4) [10]. Ce modèle empirique,

$$S_{mm}(\omega) = \frac{3\tau_\omega^2 \delta \left(\frac{\omega\delta}{U}\right)^2}{U \left[ \left[ 0.5 + \left(\frac{\omega\delta}{U}\right)^{0.75} \right]^{3.7} + \left[ 1.1R_T^{0.57} \left(\frac{\omega\delta}{U}\right)^7 \right] \right]}, \quad (4)$$

dépend des paramètres de la couche limite avec  $R_T = \frac{u_\tau^2 \delta}{\nu U}$ . Le tableau 1 présente les différents paramètres du modèle ainsi que des valeurs caractéristiques pour un écoulement d'eau.

TABLEAU 1 – Paramètres d'un écoulement d'eau à 16°C [11].

Paramètres	Valeurs
Vitesse d'écoulement du fluide	$U = 10 \text{ m/s}$
Masse volumique du fluide	$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
Vitesse de convection	$U_c = 0.8 U$
Épaisseur de la couche limite	$\delta = 0.047 \text{ m}$
Vitesse de frottement	$u_\tau = 0.16 \text{ m/s}$
Viscosité cinématique	$\nu = 1.1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
Contrainte de cisaillement	$\tau_\omega = 3 \text{ N/m}^2$

### 2.2.2 Modèle d'interspectre de Corcos

Le modèle d'interspectre proposé par Corcos, équation (5), décrit la cohérence spatiale dans la couche limite à l'aide d'exponentielles décroissantes,

$$G_{mm}(r_x, r_z, \omega) = S_{mm}(\omega) \left( e^{-\omega\alpha_x \frac{|r_x|}{U_c}} e^{-\omega\alpha_z \frac{|r_z|}{U_c}} e^{-j\omega \frac{r_z}{U_c}} \right), \quad (5)$$

avec  $r_x$  et  $r_z$  les décalages spatiaux, dans le plan  $(x, z)$  et  $\alpha_x$ , entre les capteurs et  $\alpha_z$  les taux de décroissance de la cohérence spatiale. Ces derniers peuvent également s'écrire en fonction des longueurs de corrélation :  $L_x = \frac{1}{|k_1|\alpha_x}$  et  $L_z = \frac{1}{|k_1|\alpha_z}$ . Les longueurs de cohérence étant faibles devant l'espacement inter-hydrophonique, le bruit de couche limite peut donc être considéré spatialement décorréolé ( $G_{mm} = I$ ). La partie acoustique du champ de pression pariétale n'est pas prise en compte dans le modèle car elle est supposée négligeable devant la partie convective de la couche limite et la partie acoustique des sources de bruit à caractériser. Ainsi, la matrice interspectrale totale  $\hat{G}_{pp}$  est donnée par

$$\hat{G}_{pp}(\omega) = \underbrace{G_{pp}(\omega)}_{\text{Propagation guidée}} + \underbrace{S_{mm}(\omega)I}_{\text{Bruit de couche limite}} + \underbrace{\sigma_n^2(\omega)I}_{\text{Bruit de mesure}}, \quad (6)$$

où  $I$  désigne la matrice identité. Et  $\sigma_n^2$  est la variance du bruit de mesure correspondant au rapport signal sur bruit RSB<sub>n</sub>,

$$\sigma_n^2 = 10^{-RSB_n 0.1} \max(\text{diag}(G_{pp}(\omega) + S_{mm}(\omega)I)). \quad (7)$$

La partie suivante complète le problème direct avec l'algorithme de formation de voies qui permet d'estimer de manière directe la position des sources. De plus, la dépendance fréquentielle est omise pour des raisons de clarté.

### 2.3 Formation de voies

La méthode de formation de voies (delay and sum) est une approche couramment utilisée en aéroacoustique du fait notamment de sa robustesse [12]. Dans le domaine fréquentiel, cette technique peut être vue comme un filtre spatial qui permet d'estimer de manière directe la densité spectrale de puissance des sources de bruit  $\tilde{Y}_i$  au point focal  $i$  [13],

$$\tilde{Y}_i = \mathbf{w}_i^H \hat{G}_{pp} \mathbf{w}_i, \quad (8)$$

avec  $\mathbf{w}_i$  est le vecteur de pointage associé au point focal  $i$ ,

$$\mathbf{w}_i = \frac{\mathbf{h}_i}{\mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i}, \quad (9)$$

où  $\mathbf{h}_i$  le vecteur des fonctions de transfert entre le point de focalisation  $i$  et l'antenne,

$$\mathbf{h}_i = [G(r_1|r_i) \cdots G(r_M|r_i)]^T, \quad (10)$$

avec  $M$  le nombre d'hydrophones de l'antenne. Dans le cas où les sources de bruit sont décorréolées, le résultat de formation de voies est donné par,

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_i &= \mathbf{w}_i^H \sum_{q=1}^N x_q \mathbf{h}_q \mathbf{h}_q^H \mathbf{w}_i + (S_{mn} + \sigma_n^2) \frac{1}{\|\mathbf{h}_i\|^2}, \\ &= \sum_{q=1}^N A_{i,q} x_q + (S_{mn} + \sigma_n^2) \frac{1}{\|\mathbf{h}_i\|^2},\end{aligned}\quad (11)$$

avec  $N$  le nombre de points de focalisation et  $x_q$  le débit quadratique au point focal  $q$ .

Chu *et al.* [14] proposent de compléter le problème direct en introduisant un paramètre  $\epsilon$  pour prendre en compte les erreurs sur le résultat de formation de voies. Finalement le problème direct peut se mettre sous la forme générale matricielle suivante,

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + (S_{mn} + \sigma_n^2)\mathbf{B} + \boldsymbol{\epsilon}, \quad (12)$$

avec  $\tilde{\mathbf{Y}}$  le résultat de formation de voies,  $\mathbf{A}$  le propagateur,  $\mathbf{X}$  le vecteur des débits quadratiques de la source de bruit et  $\mathbf{B}$  le vecteur de normalisation,

$$\mathbf{B} = [\|\mathbf{h}_1\|^{-2} \dots \|\mathbf{h}_N\|^{-2}]^T. \quad (13)$$

Dans la suite l'erreur sur le résultat de formation de voies  $\epsilon$  suit une densité de probabilité gaussienne centrée de variance  $\sigma_\epsilon^2$  et est défini par

$$\sigma_\epsilon^2 = 10^{-RSB_\epsilon 0.1} \|\mathbf{X}\|_1. \quad (14)$$

Le résultat de formation de voies est généralement difficile à interpréter, notamment en basses fréquences, à cause des effets de lobes inhérents à la géométrie de l'antenne utilisée. La partie suivante présente les techniques de déconvolution et de régularisation permettant de post-traiter les cartographies obtenues par formation de voies. L'objectif de ces approches est d'améliorer la résolution spatiale et la quantification des sources acoustiques.

### 3 Problème inverse

Dans cette partie, on cherche à estimer le vecteur  $\mathbf{X}$  (débit quadratique des sources) à partir des résultats de formation de voies  $\tilde{\mathbf{Y}}$ . Dans un premier temps, une méthode de débruitage de la matrice interspectrale est présentée, elle permet de réduire l'influence du bruit de couche limite lors de la résolution du problème inverse. Dans un second temps, les techniques de déconvolution et de régularisation utilisées en aéroacoustique sont évoquées. Les différentes méthodes présentées sont ensuite illustrées à travers des résultats de simulation prenant en compte trois sources monopolaires décorréliées de débit quadratique unitaire de  $10^{-20} m^6/s^2$ . Une antenne composée de 18 capteurs est placée en paroi du guide d'onde. L'antenne est focalisée sur un maillage de 625 points placé au milieu du tunnel, figure 2.

#### 3.1 Débruitage de la matrice interspectrale

Récemment, Finez *et al.* [3] proposent de débruiter la matrice interspectrale ( $\hat{\mathbf{G}}_{pp}$ ) en la décomposant en deux parties. La première, comprend l'information acoustique associée aux sources à caractérisées ( $\mathbf{Q}$ ), tandis que la seconde correspond au bruit de couche limite ( $\mathbf{D}$ ). La

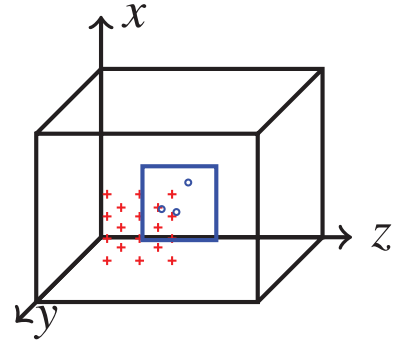


FIGURE 2 – Représentation schématique du guide d'onde, positions des hydrophones (+), positions des sources (o) dans le plan de focalisation.

matrice interspectrale totale peut alors s'écrire de la manière suivante :

$$\hat{\mathbf{G}}_{pp} = \mathbf{Q} + \mathbf{D}, \quad (15)$$

avec  $\mathbf{Q}$  une matrice de rang faible et  $\mathbf{D}$  une matrice parcimonieuse (ici diagonale). L'objectif est d'estimer conjointement  $\hat{\mathbf{Q}}$  et  $\hat{\mathbf{D}}$  en minimisant la fonctionnelle équation (16) afin d'extraire le bruit de couche limite de la matrice  $\hat{\mathbf{G}}_{pp}$ ,

$$(\hat{\mathbf{Q}}, \hat{\mathbf{D}}) = \underset{\mathbf{Q}, \mathbf{D}}{\text{Argmin}} \{ \|\mathbf{Q}\|_* + \beta \|\mathbf{D}\|_1 \}, \quad (16)$$

$$\text{sous la contrainte } \hat{\mathbf{G}}_{pp} = \mathbf{Q} + \mathbf{D},$$

avec  $\|\mathbf{Q}\|_*$  la somme des valeurs singulières de  $\mathbf{Q}$  et  $\beta$  le paramètre de régularisation. Wright *et al.* [15] ont proposé de résoudre l'équation (16), à l'aide d'un algorithme de gradient proximal accéléré et en remplaçant la contrainte d'égalité par un terme de pénalité,

$$(\hat{\mathbf{Q}}, \hat{\mathbf{D}}) = \underset{\mathbf{Q}, \mathbf{D}}{\text{Argmin}} \{ \mu \|\mathbf{Q}\|_* + \beta \mu \|\mathbf{D}\|_1 + \|\hat{\mathbf{G}}_{pp} - \mathbf{Q} - \mathbf{D}\|_2^2 \}, \quad (17)$$

avec  $\mu = 10^{-6}$ . Le paramètre de régularisation est fixé à  $\beta = m^{-1/2}$  avec  $m$  le nombre de lignes de la matrice  $\mathbf{Q}$ .

À une fréquence donnée, la matrice interspectrale débruitée est estimée à partir de l'équation (17). La figure 3 illustre l'efficacité de la méthode de reconstruction. De manière générale, l'autospectre reconstruit coïncide avec l'autospectre de référence non-perturbé.

#### 3.2 Déconvolution

La méthode DAMAS [4] largement utilisée en aéroacoustique cherche à résoudre l'équation (18) en considérant qu'il n'y a ni bruit de mesure ( $\sigma_n^2 = 0$ ), ni d'erreur de sur le résultat de formation de voies ( $\sigma_\epsilon^2 = 0$ ).

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}\mathbf{X}. \quad (18)$$

Brooks *et al.* [4] proposent de résoudre ce système d'équations à l'aide de l'algorithme de Gauss-Seidel et en appliquant une contrainte de positivité sur la solution. La solution, à l'itération  $n$ , peut alors se mettre sous la forme :

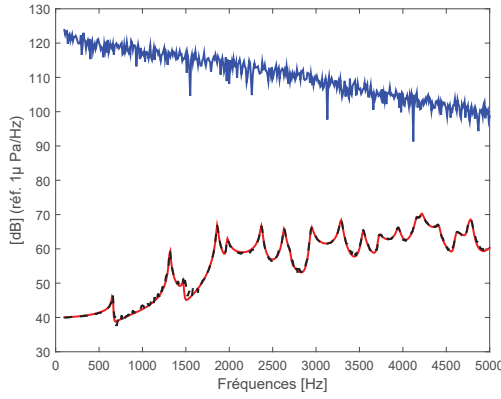


FIGURE 3 – Autospéctres de pression pariétale : autospéctre bruité par l'écoulement turbulent (bleu), autospéctre de référence (rouge) et autospéctre reconstruit (noir).

$$\hat{x}_q^{(n)} = \max \left\{ 0, \left( \tilde{Y}_q - \sum_{k=1}^{q-1} A_{q,k} x_k^{(n)} - \sum_{k=q+1}^N A_{q,k} x_k^{(n-1)} \right) \right\}. \quad (19)$$

La figure 4 illustre, dans un premier temps, le résultat de déconvolution obtenu avec la méthode DAMAS en présence de bruit de mesure et d'erreur sur le résultat de formation de voies. Comme présenté précédemment, DAMAS apparait sensible, car pour un  $RSB_\epsilon=20$  dB, la localisation des sources monopolaires est erronée.

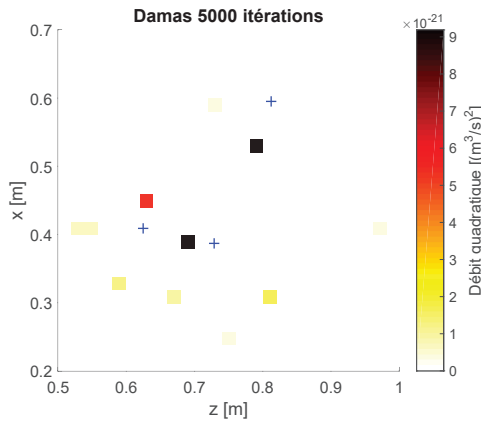


FIGURE 4 – DAMAS, trois sources monopolaires décorréliées (+) à 4400 Hz,  $RSB_n=20$  dB,  $RSB_\epsilon=20$  dB,  $S_{nm} = 0$ ,  $\|\hat{X}\|_1 = 3.4 \cdot 10^{-20} m^6/s^2$ .

La figure 5 présente, dans un second temps, le résultat de déconvolution obtenu après le débruitage de la matrice interspectrale préalablement perturbée par le bruit de couche limite. Malgré le débruitage de la matrice interspectrale la méthode DAMAS permet difficilement de caractériser les trois sources de bruit en présence d'erreurs sur le résultat de formations de voies ( $RSB_\epsilon=20$  dB).

### 3.3 Régularisation

Cette partie propose de résoudre le problème inverse, équation (12), qui consiste à estimer les débits quadratiques des source ( $X$ ) à partir des résultats de formation de voies ( $\tilde{Y}$ ). Le problème est présenté en utilisant un formalisme probabiliste qui repose sur la règle de Bayes, équation (20).

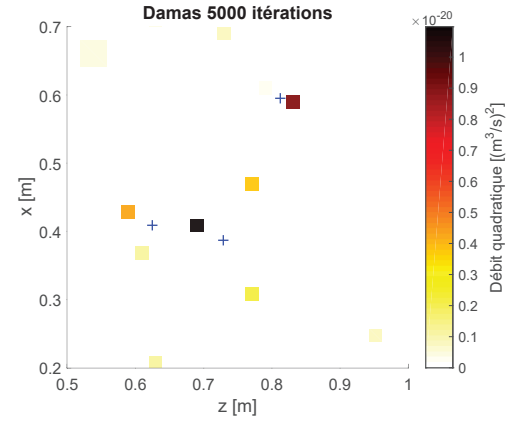


FIGURE 5 – DAMAS, trois sources monopolaires décorréliées (+), après débruitage de la matrice interspectrale à 4400 Hz,  $\|\hat{X}\|_1 = 3.4 \cdot 10^{-20} m^6/s^2$ ,  $RSB_n=5$  dB,  $RSB_\epsilon=20$  dB.

Cette approche a récemment été introduite par Antoni [16], Chu *et al* [5] en imagerie acoustique. Elle permet d'associer des informations de natures physique et probabiliste pour la résolution du problème inverse. L'objectif est d'inférer la loi de probabilité *a posteriori* de manière à estimer conjointement  $X$  et  $\sigma_n^2$  sachant le résultat de formation de voies  $\tilde{Y}$ . Dans la suite, on considère seulement la présence du bruit de mesure ( $S_{nm} = 0$ ).

$$\underbrace{[X, \sigma_n^2 | \tilde{Y}]}_{\text{a posteriori}} \propto \underbrace{[\tilde{Y} | X, \sigma_n^2, \sigma_\epsilon^2]}_{\text{vraisemblance}} \underbrace{[X | \sigma_x^2]}_{\text{a priori}} \underbrace{[\sigma_n^2]}_{\text{a priori hyperparamètre}}, \quad (20)$$

avec  $[\tilde{Y} | X, \sigma_n^2, \sigma_\epsilon^2]$  la fonction de vraisemblance qui correspond à la probabilité d'observer les mesures sachant les sources (problème direct).  $[X | \sigma_x^2]$ ,  $[\sigma_n^2]$  désignent les probabilités *a priori* associées aux inconnues.

Chu *et al.* [14] considèrent que l'erreur sur le résultat de formation de voies  $\epsilon$  suit une distribution Gaussienne  $\mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2 I)$  de variance  $\sigma_\epsilon^2$  et dont la matrice de covariance correspond à la matrice identité. Ainsi la fonction de vraisemblance est donnée par,

$$[\tilde{Y} | X, \sigma_n^2, \sigma_\epsilon^2] \propto \exp \left[ -\frac{\|\tilde{Y} - AX - \sigma_n^2 B\|^2}{2\sigma_\epsilon^2} \right]. \quad (21)$$

Le choix de la densité de probabilité *a priori* est fondamental pour le processus de régularisation. On choisit une densité de probabilité de type Gaussienne généralisée  $\mathcal{GG}(0, \sigma_x^2 I)$ ,

$$[X | \sigma_x^2] \propto \exp \left[ -\frac{\|X\|_q^q}{2\sigma_x^2} \right], \quad (22)$$

avec  $q$  le paramètre de forme et  $\sigma_x^2$  la variance de  $X$ . L'*a priori* sur l'hyperparamètre  $\sigma_n^2$  est donné par

$$[\sigma_n^2] \propto 1. \quad (23)$$

La solution la plus probable est obtenue en recherchant de manière conjointe le maximum *a posteriori* (*Joint Maximum A Posteriori*). La fonction de coût à minimiser est alors,

$$\begin{aligned}
(\hat{\mathbf{X}}, \hat{\sigma}_n^2) &= \underbrace{\text{Argmax}}_{\mathbf{X}, \sigma_n^2} \left\{ \left\{ \tilde{\mathbf{Y}} | \mathbf{X}, \sigma_n^2, \sigma_\epsilon^2 \right\} \left[ \mathbf{X} | \sigma_x^2 \right] \left[ \sigma_n^2 \right] \right\}, \\
&= \underbrace{\text{Argmin}}_{\mathbf{X}, \sigma_n^2} \left\{ \left\| \tilde{\mathbf{Y}} - \mathbf{A}\mathbf{X} - \sigma_n^2 \mathbf{B} \right\|_2^2 + \eta^2 \left\| \mathbf{X} \right\|_q^q \right\},
\end{aligned} \quad (24)$$

avec  $\eta^2 = \sigma_\epsilon^2 / \sigma_x^2$  correspondant au rapport entre l'erreur sur le résultat de formation de voies et la puissance des sources. Dans la suite, les problèmes d'optimisation quadratiques convexes sont résolus à l'aide de la boîte à outils Self-Dual Minimization (SeDuMi) basée sur la méthode des points intérieurs [17].

### 3.3.1 SC-RDAMAS

Récemment, Chu *et al.* [5] ont proposé de résoudre le problème d'optimisation, équation (24), en introduisant un *a priori* de parcimonie spatiale ( $q=1$ ). Le problème de minimisation peut alors se réécrire sous la forme,

$$\begin{aligned}
(\hat{\mathbf{X}}, \hat{\sigma}_n^2) &= \underbrace{\text{Argmin}}_{\mathbf{X}, \sigma_n^2} \left\{ \left\| \tilde{\mathbf{Y}} - \mathbf{A}\mathbf{X} - \sigma_n^2 \mathbf{B} \right\|_2^2 \right\}, \\
&\text{sous les contraintes } \left\| \mathbf{X} \right\|_1 \leq \lambda, \sigma_n^2 \geq 0, \mathbf{X} \geq 0,
\end{aligned} \quad (25)$$

avec  $\lambda$  la puissance totale des sources. Ce paramètre est estimé à partir des valeurs propres  $\mathbf{\Gamma}$  de la matrice interspectrale mesurée  $\hat{\mathbf{G}}_{pp} = \mathbf{U}\mathbf{\Gamma}\mathbf{U}^H$ ,

$$\lambda = \text{Trace}(\mathbf{\Gamma} - \Gamma_{\min} \mathbf{D}), \quad (26)$$

avec  $\mathbf{U}$  la matrice des vecteurs propres de  $\hat{\mathbf{G}}_{pp}$ . Les résultats suivants présentent les cartographies obtenues avec la méthode SC-RDAMAS. Dans un premier temps, seulement le bruit de mesure et l'erreur sur le résultat de formation de voies sont pris en considération (figure 6). Dans un second temps, la méthode est éprouvée après le débruitage de la matrice interspectrale préalablement perturbée par un bruit de couche limite respectant le modèle de Goody (figure 7). Les deux résultats sont satisfaisants et permettent d'identifier les trois sources de bruit.

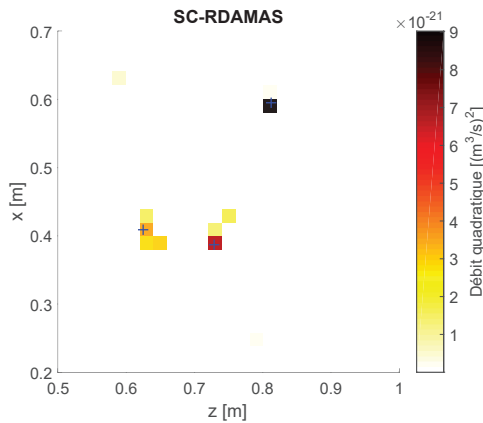


FIGURE 6 – SC-RDAMAS, trois sources monopolaires décorréliées (+) à 4400 Hz,  $\text{RSB}_n=20$  dB,  $\text{RSB}_\epsilon=20$  dB,  $S_{nn} = 0$ ,  $\|\hat{\mathbf{X}}\|_1 = 3.1 \cdot 10^{-20} \text{ m}^6/\text{s}^2$ .

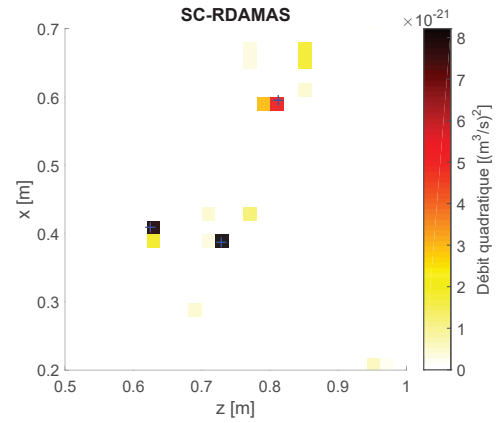


FIGURE 7 – SC-RDAMAS, trois sources monopolaires décorréliées (+), après débruitage de la matrice interspectrale à 4400 Hz,  $\|\hat{\mathbf{X}}\|_1 = 3.2 \cdot 10^{-20} \text{ m}^6/\text{s}^2$ ,  $\text{RSB}_n=5$  dB,  $\text{RSB}_\epsilon=20$  dB.

### 3.3.2 RDAMAS

En présence de source étendue, il est préférable d'utiliser un *a priori* plus doux sur les inconnues  $\mathbf{X}$ . Généralement, on choisit une distribution Gaussienne ( $q=2$ ). Dans ce cas, le problème correspond à une version modifiée de la régularisation de Tikhonov,

$$\begin{aligned}
(\hat{\mathbf{X}}, \hat{\sigma}_n^2) &= \underbrace{\text{Argmin}}_{\mathbf{X}, \sigma_n^2} \left\{ \left\| \tilde{\mathbf{Y}} - \mathbf{A}\mathbf{X} - \sigma_n^2 \mathbf{B} \right\|_2^2 + \eta^2 \left\| \mathbf{X} \right\|_2^2 \right\}, \\
&\text{sous les contraintes } \sigma_n^2 \geq 0, \mathbf{X} \geq 0,
\end{aligned} \quad (27)$$

avec  $\eta^2$  le paramètre de régularisation. L'une des difficultés pour résoudre ce problème d'optimisation consiste à trouver le paramètre de régularisation optimal  $\eta^2$ . On propose d'utiliser la méthode de la courbe en L [18] afin de trouver un compromis entre adéquation aux données mesurées et minimisation de la norme de la solution. La figure 8 présente les résultats obtenus avec la méthode RDAMAS en présence de bruit de mesure et d'erreur sur le résultat de formation de voies. La prise en compte d'un *a priori* plus doux ne permet pas de localiser précisément les trois monopôles. Cependant, l'allure de la solution permet tout de même d'intuire la position des sources.

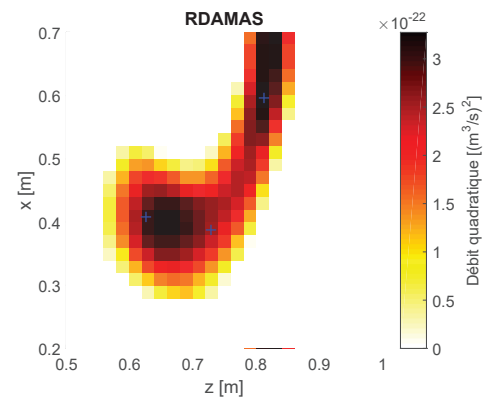


FIGURE 8 – RDAMAS, trois sources monopolaires décorréliées (+) à 4400 Hz,  $\text{RSB}_n=20$  dB,  $\text{RSB}_\epsilon=20$  dB,  $S_{nn} = 0$ ,  $\|\hat{\mathbf{X}}\|_1 = 3.2 \cdot 10^{-20} \text{ m}^6/\text{s}^2$ .

La figure 9 présente la cartographie obtenue avec la

méthode RDAMAS après la phase de débruitage, qui permet de réduire l'influence du bruit de couche limite. Le résultat de simulation est satisfaisant même si le paramètre de régularisation devient plus difficile à estimer. En effet, dans certains cas, la courbure de la courbe en L n'est pas assez accentuée pour être identifiée précisément.

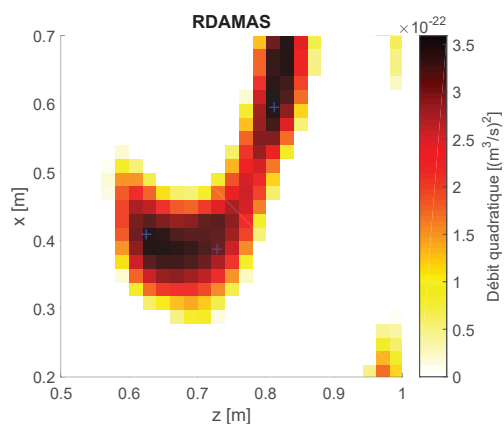


FIGURE 9 – RDAMAS, trois sources monopolaires décorréliées (+), après débruitage de la matrice interspectrale à 4400 Hz,  $\|\hat{\mathbf{X}}\|_1 = 3.2 \cdot 10^{-20} \text{ m}^6/\text{s}^2$ ,  $\text{RSB}_n=5 \text{ dB}$ ,  $\text{RSB}_e=20 \text{ dB}$ .

## 4 Conclusion

Le présent document met en avant la potentialité de méthodes d'imagerie pour la caractérisation de sources acoustiques en tunnel hydrodynamique. Le caractère réverbérant du tunnel est pris en compte à travers une fonction de Green en guide d'onde rigide. De plus, le problème direct est complété par un modèle de pression pariétale afin de prendre en considération le bruit de couche limite parasitant les mesures en paroi du tunnel.

L'efficacité de la méthode de débruitage de la matrice interspectrale a été mise en avant lorsque le bruit de couche limite est considéré spatialement décorrélé.

Enfin, les méthodes d'imagerie issues de la littérature ont été présentée. Les approches SC-RDAMAS et RDAMAS semblent plus robustes que la méthode DAMAS, notamment grâce à l'estimation jointe des inconnues du problème et à la prise en compte de l'erreur sur le résultat de formation de voies.

## Remerciements

Ce projet de recherche est financé par la DGA/MRIS (Direction Générale de l'Armement).

## Références

- [1] V. Fleury and R. Davy. Beamforming-based noise level measurements in hard-wall closed-section wind tunnels. In *Proceedings of the 18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, pages 1–22, 2012.
- [2] B.A. Fenech. *Accurate aeroacoustic measurements in closed-section hard-walled wind tunnels*. PhD thesis, University of Southampton, 2009.
- [3] A. Finez, A. Pereira, and Q. Leclere. Broadband mode decomposition of ducted fan noise using cross-spectral matrix denoising. *fan2015*, 2015.
- [4] T. F. Brooks and W.M. Humphreys. A deconvolution approach for the mapping of acoustic sources (DAMAS) determined from phased microphone arrays. *Journal of Sound and Vibration*, 294(4–5) :856 – 879, 2006.
- [5] N. Chu. *Bayesian approach in acoustic source localization and imaging*. Phd thesis, Université Paris Sud - Paris XI, 2013.
- [6] M.E. Goldstein. *Aeroacoustics*. McGraw-Hill International Book Co New York, 1976.
- [7] P.M.C. Morse and K.U. Ingard. *Theoretical Acoustics*. International series in pure and applied physics. Princeton University Press, 1968.
- [8] Y.F. Hwang, W.K. Bonness, and S.A. Hambric. On modeling structural excitations by low speed turbulent boundary layer flows. Technical report, DTIC Document, 2003.
- [9] M.S. Howe. *Acoustics of fluid-structure interactions*. Cambridge university press, 1998.
- [10] M. Goody. An Empirical Spectral Model of Surface-Pressure Fluctuations That Includes Reynolds Number Effects. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 2002.
- [11] M. Aucejo. *Vibro-acoustique des structures immergées sous écoulement turbulent*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2010.
- [12] B.A. Fenech and K. Takeda. Beamforming accuracy in closed-section wind tunnels. In *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, American Institute of Aeronautics and Astronautics*, volume 2908, 2008.
- [13] H.L. Van Trees. *Optimum Array Processing (Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part IV)*. Wiley-Interscience, 2002.
- [14] N. Chu, J. Picheral, A. Mohammad-Djafari, and N. Gac. A robust super-resolution approach with sparsity constraint in acoustic imaging. *Applied Acoustics*, 76 :197–208, 2014.
- [15] J. Wright, A. Ganesh, S. Rao, Y. Peng, and Y. Ma. Robust principal component analysis : Exact recovery of corrupted low-rank matrices via convex optimization. In *Advances in neural information processing systems*, pages 2080–2088, 2009.
- [16] J. Antoni. A bayesian approach to sound source reconstruction : Optimal basis, regularization, and focusing. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(4) :2873–2890, 2012.
- [17] J. F. Sturm. Using sedumi 1.02, a matlab toolbox for optimization over symmetric cones. *Optimization methods and software*, 11(1-4) :625–653, 1999.
- [18] P.C. Hansen. The discrete Picard condition for discrete ill-posed problems. *BIT Numerical Mathematics*, 30(4) :658–672, 1990.