

CFA/VISHNO 2016

Un estimateur interférométrique dépourvu de l'ambiguïté de phase associée à la technique des sous-réseaux

P. Cervenka

UPMC Univ Paris 06, CNRS, UMR 7190, I. Jean Le Rond d'Alembert, 2 place de la
gare de ceinture, 78210 Saint-Cyr-L'Ecole, France
pierre.cervenka@upmc.fr



LE MANS

Avec les systèmes possédant une antenne de réception constituée en réseau, certains sondeurs multifaisceaux par exemple, la formation de voie classique revient à synchroniser les signaux reçus par les différents éléments pour compenser les différences de marche associées à la direction visée. On s'intéresse à la réponse nominale d'un estimateur obtenue en considérant une onde harmonique plane dont la direction fait un écart avec celle de la voie formée. En remplaçant les angles par des fréquences spatiales sans dimension, ces réponses sont indépendantes du dépointage de la voie, et de la fréquence (temporelle) de l'onde incidente. Dans le cas d'un estimateur interférométrique dont la relation inverse entre sa phase et la fréquence spatiale est univoque, la direction de l'onde incidente se déduit trivialement de la fréquence spatiale associée. Un estimateur interférométrique classique est fondé sur la division de l'antenne de réception en deux sous-réseaux. Mais cet estimateur ne fournit pas de relation univoque, d'où la difficulté de son implémentation. On présente un nouvel estimateur complexe, dépourvu de cette ambiguïté de phase. Celui-ci constitue en fait la version analytique de l'intensité calculée en imagerie classique.

1 Introduction

On présente ici un estimateur interférométrique adapté au traitement de signaux reçus par une antenne linéaire constituée en réseau. Une application directe est l'extraction de sondes avec les sondeurs bathymétriques multifaisceaux (SMF).

Les SMF fonctionnent selon un mode séquentiel. A chaque tir, le fond est balayé selon une fauchée perpendiculaire à l'avancement du porteur : le faisceau émis est très étroit dans le sens d'avancement, mais forme un secteur très ouvert dans le plan perpendiculaire. La sélection en élévation des échos est effectuée à la réception. Un SMF utilisant des techniques classiques de formation de voies est finalement un système imageur sectoriel (quasiment 2D), avec lequel on cherche essentiellement à détecter les profils 1D formés par l'intersection du plan transverse avec le fond. Les algorithmes de détection des premiers systèmes SMF étaient ainsi fondés sur l'analyse d'images en intensité. Le qualificatif 'multifaisceaux' provient de la discrétisation angulaire utilisée pour former les images : par analogie avec les sondeurs monofaisceau, une sonde unique est calculée dans l'axe de chaque faisceau, mais ici, une multiplicité de sondes est extraite à chaque tir. Cette méthode est bien adaptée au traitement des échos spéculaires, où les sauts d'amplitude sont bien marqués. Mais lorsque l'incidence des faisceaux augmentent, et donc aussi la taille de l'empreinte des faisceaux sur le fond, la précision des sondes se dégradent. Or les scènes d'intérêt étant d'une dimension inférieure à celui de l'espace exploré (i.e., 1D versus 2D), les méthodes interférométriques sont beaucoup plus pertinentes dès lors que les échos reçus proviennent d'un balayage univoque de l'onde incidente sur le fond.

Une technique largement utilisée consiste à diviser l'antenne de réception en deux sous-réseaux [1] (on utilisera l'acronyme SAIT pour *Sub-Array Interferometric Technique*). Les voies sont formées en parallèle avec chacun des sous-réseaux. Le signal interférométrique associé à chaque direction est le produit complexe conjugué de ces paires de faisceaux. L'évolution de la phase interférométrique permet de suivre l'empreinte du signal émis qui balaie le fond. Le choix concernant le rapport des longueurs sous-réseaux/antenne complète est un compromis entre la sensibilité de l'interféromètre (proportionnelle à la distance des centres des sous-réseaux), et l'ambiguïté de phase qui prend naissance dès lors que la variation de phase dépasse 2π dans la largeur du faisceau. L'extraction de sondes avec la SAIT soulève essentiellement deux difficultés : 1) la détection fiable des rampes de phase associées à la réception des échos du fond situées dans le

faisceau ; 2) les confusions qui se produisent quand sont reçus les échos puissants de certains diffuseurs, bien que situés hors du faisceau.

Un estimateur interférométrique robuste et efficace contourne ces difficultés. On le désigne ici par l'acronyme AAR (*Analytic Array Response*), car il s'apparente aux signaux analytiques temporels.

Le plan du texte est le suivant : en Section 2, des notations sont introduites, et des notions élémentaires sur l'imagerie au moyen d'un réseau linéaire sont rappelées ; la technique interférométrique classique (SAIT) est décrite Section 3 ; la nouvelle méthode (AAR) est présentée Section 4.

2 Imagerie et matrice de covariance

On considère un modèle 2D simplifié : la célérité c du milieu est constante ; la bande relative des signaux émis est étroite (longueur d'onde caractéristique λ) ; l_0 et y_k , sont respectivement la longueur conventionnelle de l'antenne de réception, et l'abscisse de chacun de ses éléments $\#k$ ($k = 1, \dots, n$). Les signaux reçus par ces éléments sont sous leur forme analytique, ramenés à bande de base.

Pour focaliser en un point F du plan, les signaux reçus par les différents éléments $\#k$ du réseau sont synchronisés pour compenser les différences de temps de vol. On note $\mathbf{x} = [x_k]^T$ ($k = 1, \dots, n$) le vecteur colonne constitué des échantillons analytiques associés à F . Quand aucune apodisation n'est appliquée sur l'antenne, on attribue au pixel F la valeur moyenne $x_0 = n^{-1}[1 \dots 1] \mathbf{x}$. L'intensité correspondante du pixel, $P^2 = x_0 x_0^*$, s'identifie ainsi à la moyenne de tous les termes de la matrice de variance-covariance $\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{xx}^H$ (les intégrations éventuelles sur le temps sont omises).

$$\begin{aligned} P^2 &= n^{-2} \sum_{u=1}^n \sum_{v=1}^n x_u x_v^* \\ &= n^{-2} \sum_{k=-(n-1)}^{n-1} c_{xx}(k) \text{ avec } c_{xx}(k) = \sum_{i=\max(1, 1-k)}^{\min(n, n-k)} x_i x_{i+k}^* \end{aligned} \quad (1)$$

La seconde formulation met en évidence l'autocorrélation du signal échantillonné par l'ouverture de l'antenne (pour un réseau à pas constant). Etant l'intégrale de cette fonction, P^2 est donc une estimation de la densité spectrale de puissance à la fréquence spatiale nulle. En d'autres termes, P^2 rend compte des échos cohérents en provenance de F .

L'intensité moyenne reçue par tous les éléments de l'antenne s'obtient avec la trace normalisée $E^2 = n^{-1} \mathbf{x}^H \mathbf{x} = n^{-1} c_{xx}(0)$ de cette matrice. La dispersion des

échantillons est calculée avec le moment du deuxième ordre $n^{-1} \sum_{k=1}^n |x_k - x_0|^2 = E^2 - P^2$. La semblance $B^2 = P^2/E^2$, aussi nommée facteur de cohérence, est ainsi une mesure normée ($0 \leq B^2 \leq 1$) du degré de similarité entre les signaux reçus par les éléments du réseau. B^2 comporte un biais puisqu'il contient la contribution des auto-produits $x_i x_i^*$. Pour corriger ce biais, il suffit [2, 3] d'ôter de P^2 la trace (normalisée) de \mathbf{R}_{xx} , c'est-à-dire la contribution de $c_{xx}(0)$, définissant ainsi

$$Q_r = \frac{nP^2 - E^2}{n-1} (\leq P^2) \quad (2)$$

$$\Rightarrow C_r = \frac{Q_r}{E^2}, \quad (n-1)^{-1} \leq C_r \leq 1.$$

Le réseau dépointant dans la direction ψ . (hypothèse de champ lointain), la réponse nominale d'un estimateur s'obtient en considérant que les signaux reçus proviennent d'une onde plane harmonique $S(t) = \exp(j2\pi\lambda^{-1}ct)$ parvenant sur le réseau avec un angle θ par rapport à l'axe du faisceau, c'est à dire avec une incidence absolue $\psi + \theta$ (Figure 1).

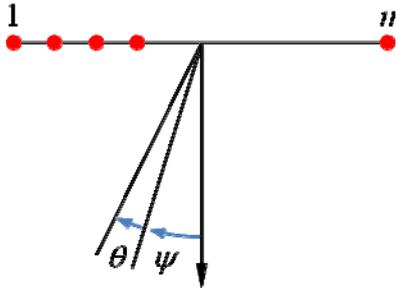


Figure 1. Réseau linéaire formant une voie dans la direction ψ et recevant une onde plane décalée de l'angle θ par rapport à l'axe du faisceau.

Le terme de phase du signal synchronisé reçu par l'élément $\#k$ s'écrit donc

$$x_k = \exp(-2\pi j \lambda^{-1} y_k (\sin(\psi + \theta) - \sin \psi)). \quad (3)$$

La forme sans dimension est très simple :

$$x_k = \exp(-j2\pi p_k \xi), \quad (4)$$

où $p_k = l_0^{-1} y_k$ est la position relative de l'élément $\#k$ référencé à la longueur conventionnelle l_0 de l'antenne, et $\xi = \xi_{\psi+\theta} - \xi_{\psi}$ est la différence de fréquences spatiales sans dimension (car normalisée par l_0) définies par

$$\xi_g = L_0^{(\lambda)} \sin \mathcal{G} \quad \text{avec} \quad L_0^{(\lambda)} = \lambda^{-1} l_0. \quad (5)$$

On considère dans la suite que l'antenne est suffisamment longue ($L_0^{(\lambda)} \gg 1$), et que la direction des voies formées n'est pas trop proche de la ligne portant les éléments, i.e., $L_{\psi}^{(\lambda)} = L_0^{(\lambda)} \cos \psi \gg 1$. De plus, on admet que le réseau est raisonnablement distribué, c'est à dire que l'ordre de

grandeur des intervalles $\Delta y_k = y_{k+1} - y_k$ entre les éléments adjacents du réseau est plus petit que la longueur d'onde λ .

On remarque ainsi que la réponse nominale d'un estimateur appliqué au réseau, calculée avec Eq. (4), dépend seulement de la fréquence spatiale sans dimension ξ , et de la géométrie du réseau décrite avec les positions relatives p_k de ses éléments. La réponse ne dépend pas explicitement de la longueur d'onde λ , ni de la direction de la voie formée ψ . Par exemple, la directivité classique d'un réseau linéaire est l'estimateur

$$P^2(\xi) = B^2(\xi) = |D_0^2(\xi)|, \quad (6)$$

avec $D_0(\xi) = n^{-1} \sum_{k=1}^n x_k(\xi)$.

soit pour un réseau dont le pas entre les éléments est constant (hypothèse retenue dans toute la suite) :

$$D_0(\xi) = \frac{\text{sinc} \xi}{\text{sinc}(n^{-1}\xi)} \xrightarrow{n \gg 1} \text{sinc} \xi \quad (7)$$

$$(\text{sinc} \xi = (\pi x)^{-1} \sin(\pi x))$$

L'ordre de grandeur de la largeur du faisceau, exprimé en fréquences spatiales sans dimension, est l'unité, i.e., $\Delta \xi = 1$ (en fait, on vient d'explicitier par un exemple le mécanisme du formalisme de décomposition spatiale de Fourier).

3 Technique des sous-réseaux

La technique classique pour implémenter un interféromètre avec un réseau consiste à diviser celui-ci en deux sous-réseaux de tailles égales. Les sous-réseaux comprenant $n-p$ éléments, la base interférométrique (distance entre les centres des sous-réseaux) atteint p fois le pas inter-éléments en écartant les sous-réseaux au maximum. On note $\alpha = p/n$ le rapport entre la base et la longueur (conventionnelle) du réseau. Les rapports communément utilisés avec les SMF sont $\alpha = 1/2$ et $\alpha = 1/3$. Les sorties s_a et s_b des sous-réseaux, et le signal interférométrique résultat Y s'écrivent

$$s_a = \frac{1}{n-p} \sum_{u=1}^{n-p} x_u, \quad L_0^{(\lambda)} = \lambda^{-1} l_0, \quad \text{et} \quad Y = s_a s_b^*. \quad (8)$$

La réponse nominale calculée avec Eq.(4) est donc

$$Y_{nom} = D_{\alpha}^2(\xi) \exp(j2\pi\alpha\xi), \quad (9)$$

avec $D_{\alpha} = \frac{\text{sinc}((1-\alpha)\xi)}{\text{sinc}(n^{-1}\xi)} \xrightarrow{n \gg 1} \text{sinc}((1-\alpha)\xi)$.

L'estimateur Y est la somme de tous les éléments de la sous-matrice carrée de \mathbf{R}_{xx} représentée Figure 2 en vert et orange. Quelle que soit le rapport de division des sous-réseaux, les contributions des paires ordonnées de transducteurs ne sont jamais toutes prises en compte (contributions omises en bleu dans la figure 2). D'autre part, la contribution en phase des paires de transducteurs situées dans la zone de recouvrement des sous-réseaux est nulle (\mathbf{R}_{xx} est hermitienne – zone orange Figure 2).

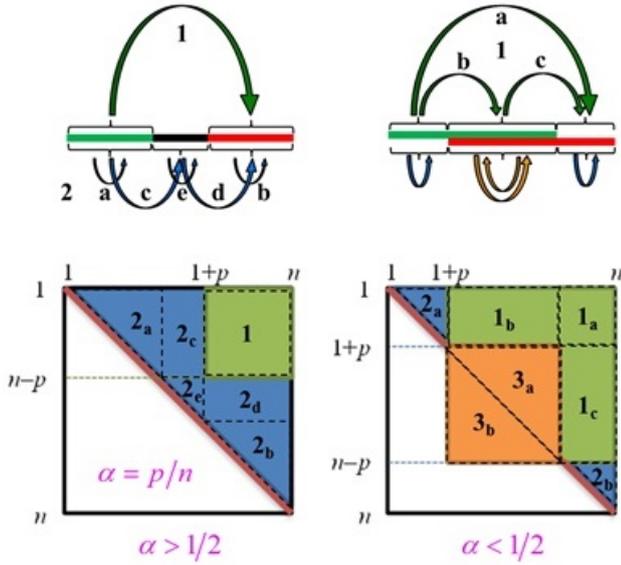


Figure 2. Eléments de la matrice de covariance \mathbf{R}_{xx} pris en compte en formant une base interférométrique avec deux sous-réseaux.

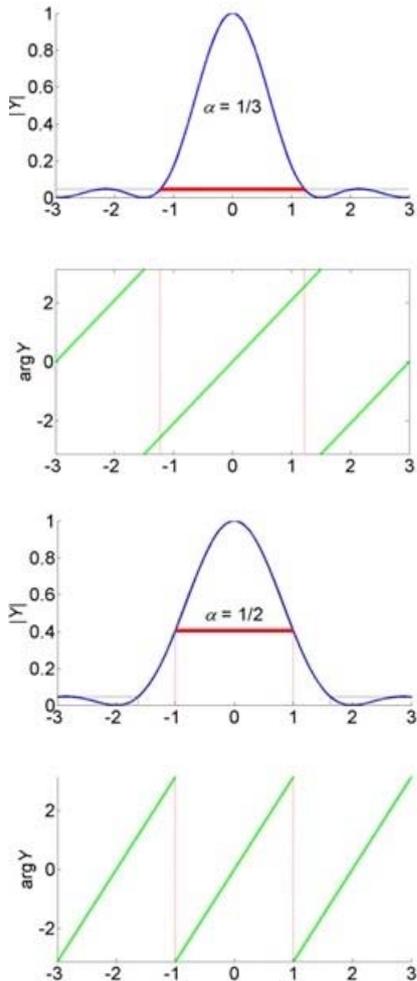


Figure 3. Réponse nominale en amplitude (bleu) et phase (vert) d'un interféromètre constitué de deux sous-réseaux pour deux configurations : $\alpha = 1/3$ (dessus) – les sous-réseaux se recouvrent sur le tiers central de l'antenne ; $\alpha = 1/2$ (dessous) – les sous-réseaux sont formés en divisant l'antenne en deux part égales.

Les réponses nominales de l'estimateur Y calculée avec $\alpha = 1/3$ et $\alpha = 1/2$ illustrent la question soulevée par l'ambiguïté de phase modulo 2π . Plus grande est la base interférométrique, plus raide est la pente de phase, mais au détriment de la directivité. L'estimateur (8) utilisé seul n'apporte a priori aucune information sur la réflectivité des diffuseurs à l'origine des échos reçus par l'antenne d'un SMF : un écho puissant reçu dans la direction d'un lobe secondaire peut engendrer des confusions.

4 Réponse analytique de réseau

Un estimateur dont la réponse nominale est quasiment dépourvue d'ambiguïté de phase est construit en sommant les $n(n-1)/2$ termes de l'un des triangles principaux de la matrice \mathbf{R}_{xx} , excluant la trace :

$$Q = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{n-1} c_{xx}(k), \tag{10}$$

où $c_{xx}(k)$ représente la contribution de la k -ième sous diagonale explicitée Eq.(1). Cette formulation montre que Q est la somme de la partie strictement positive (i.e., $k > 0$) de l'autocorrélation du signal échantillonné par l'ouverture de l'antenne. En ce sens, Q peut être interprété comme la versionphasée, analytique de $Q_r = \Re\{Q\}$. On définit aussi la semblance complexe

$$C = Q/E^2 \tag{11}$$

La réponse nominale (Figure 4) est calculée avec (4) :

$$C = \frac{1-n + ne^{j2\pi n^{-1}\xi} - e^{j2\pi\xi}}{2n(n-1)\sin^2(\pi n^{-1}\xi)} = C_r + jC_i, \tag{12}$$

avec

$$\begin{cases} C_r = \frac{nD_0^2(\xi) - 1}{n-1} \\ C_i = \frac{1 - D_0(2\xi)}{(n-1)\tan(\pi n^{-1}\xi)} \end{cases}$$

On a bien $C(\xi=0) = 1$. Quand le nombre n d'éléments est grand, Eq.(12) devient :

$$(n \gg 1 \text{ et } |\xi| \ll n) \Rightarrow \begin{cases} C_r \approx \text{sinc}^2 \xi \\ C_i \approx \frac{1 - \text{sinc}(2\xi)}{\pi\xi} \end{cases} \tag{13}$$

et $|C| \approx \sqrt{\text{sinc}^2 \xi \text{sinc}^2 \frac{\xi}{2} + \left(\frac{1 - \text{sinc} \xi}{\pi\xi}\right)^2}$

Dans la zone centrale, on a aussi

$$(n \gg 1 \text{ et } |\xi| < 1) \Rightarrow C \approx \text{sinc}^2 \frac{\xi}{\sqrt{3}} \exp\left(j2\pi \frac{\xi}{3}\right), \tag{14}$$

montrant que dans cette zone, la directivité dictée par C est celle de sous-réseaux dont la longueur correspond à la moyenne géométrique des longueurs associées à $\alpha = 1/2$ et $\alpha = 1/3$. Mais la propriété essentielle de cet estimateur est la

réponse complète de phase. La comparaison des arguments SAIT et AAR est frappante. En traitant des enregistrements avec l'estimateur AAR (C), on sait a priori que les réponses telles que $\arg C$ se situent hors du domaine convertible ne doivent pas être retenues (pas de cible dans le lobe principal, et/ou *jammer* hors du faisceau). Mais en fait, pour chaque faisceau, des échantillons sont sélectionnés sur une fenêtre $\eta \in [-\eta_0/2, \eta_0/2]$ encore plus étroite, correspondant à l'échantillonnage $\Delta\xi$ des faisceaux (pour éviter les redondances). Une seconde sélection est basée sur la cohérence des signaux reçus, par exemple avec $|C| > C_{\min}$. On détermine avec la table de conversion de phase (Figure 4) la correction $\xi(\eta)$ à appliquer à chaque échantillon sélectionné dans le faisceau ξ_ψ , dont la nouvelle fréquence spatiale est la somme a donc pour nouvelle fréquence spatiale la somme $\xi_\psi + \xi$. Un algorithme de fusion de ces échantillons sélectionnés puis migrés doit enfin produire les sondes. La démarche peut être comparée par exemple au traitement des rampes de phase avec SAIT.

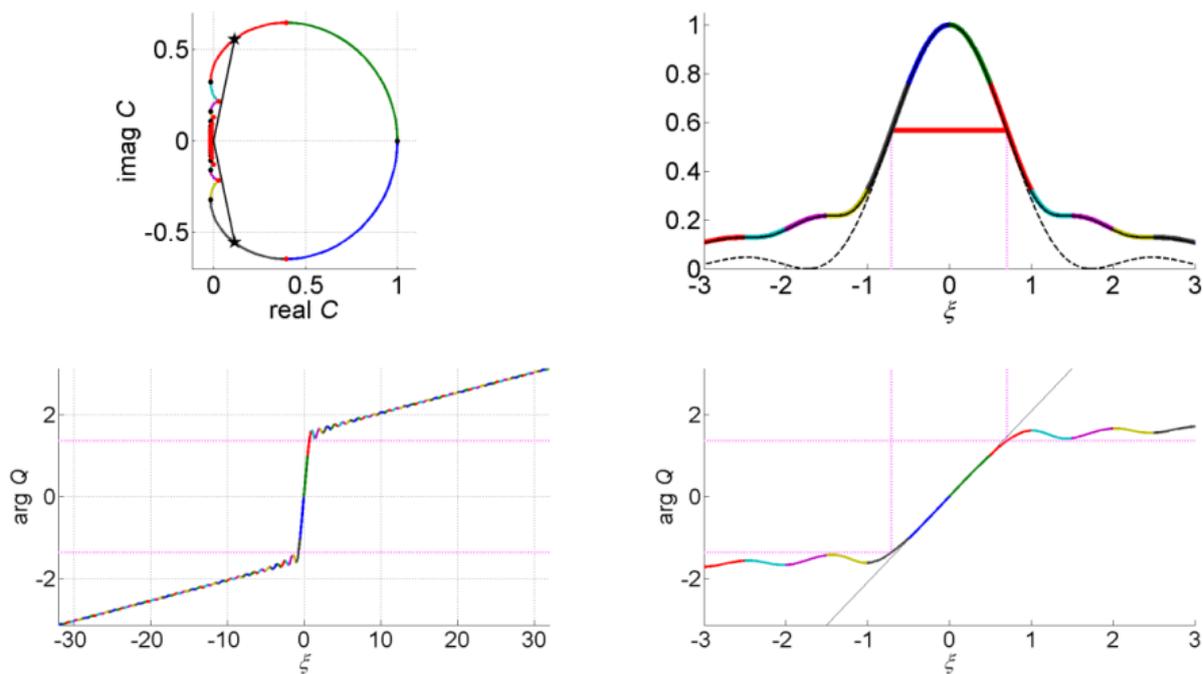


Figure 4. Réponse nominale $C(\xi)$ avec $n = 64$. En haut à gauche : C (Eq.12) dans le plan complexe (ξ balaie le domaine $[-n/2, n/2]$). Les étoiles indiquent les limites au sein desquelles il n'y a pas d'ambiguïté de phase. En haut à droite : $|C|$ (ligne épaisse colorée : calcul exact (12) ; ligne noire continue : approximation (13) ; pointillés noirs : sous-réseaux équivalents). En bas : $\eta(\xi) = \arg C(\xi)$ (à droite, agrandissement de la zone centrale ; ligne continue noire : $y = 2\pi\xi/3$).

Remerciements

Xavier Lurton et Jean-Marie Augustin m'ont obligeamment fourni les données capteurs ayant permis d'effectuer les premiers tests avec des enregistrements de systèmes opérationnels. Je les en remercie chaleureusement.

Références

- [1] L. Yang, T. Taxt, Multibeam Sonar Bottom Detection Using Multiple Subarrays, In *OCEANS '97. MTS/IEEE Conference*, Halifax NS, Vol. 2, 932–938 (1997).
- [2] N. Neidell, and T. Taner, Semblance and other coherency measures for multichannel data, *Geophysics*, 36 (3), 482-497 (1971).
- [3] K.W. Hollman, K.W. Rigby, M. O'Donnell, Coherence factor of speckle from a multi-row probe, in *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, 1257-1260 (1999).

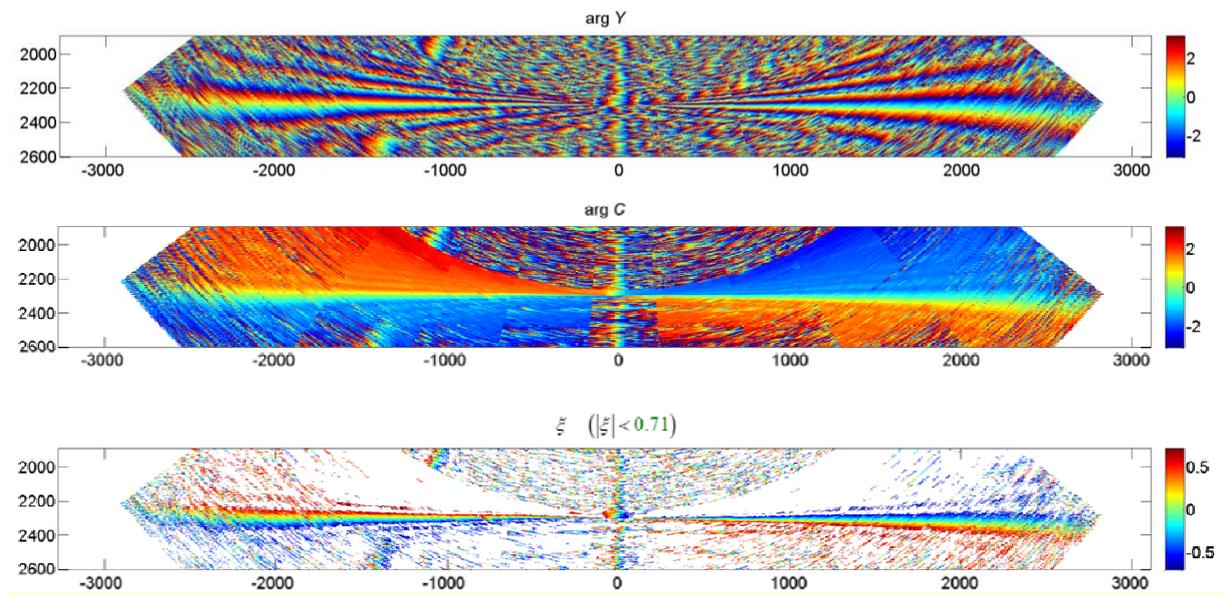


Figure 5. Exemple de cartes construites avec un tir. Haut : SAIT phase ($\arg Y$) ;
 Milieu : AAR phase ($\eta = \arg C$) ; Bas : conversion $\xi(\eta)$ dans le domaine convertible.