

CFA/VISHNO 2016

Propagation d'Ondes Acoustiques dans les Matériaux Elasto-perméables

C. Boutin et R. Venegas

LGCB - UMR CNRS 5513 - CeLyA, Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat, Rue
Maurice Audin, 69518 Vaulx-En-Velin Cedex, France, Metropolitan
claude.boutin@entpe.fr



LE MANS

Dans la propagation d'ondes acoustiques à travers des matériaux classiques de Biot, la perméabilité n'est pas affectée par la déformabilité du squelette. Au contraire, dans les matériaux perméables dont la structure comporte des films élastiques très souples, i.e. matériaux élasto-perméables, il est possible que la densité dynamique et la perméabilité dynamique effective soient significativement modifiées par la présence et la résonance des éléments élastiques. Dans ce papier, la propagation des ondes acoustiques à travers des matériaux élasto-perméables est étudiée en utilisant la théorie de l'homogénéisation des milieux périodiques. La description macroscopique obtenue et l'analyse de cas limites permettent de déterminer les conditions pour lesquelles les résonances internes affectent fortement la propagation des ondes acoustiques à travers le matériau. La théorie développée est validée expérimentalement sur un dispositif prototype.

1 Théorie

Il est un fait bien établi que dans la propagation d'ondes acoustiques à travers des matériaux classiques de Biot, la perméabilité n'est pas affectée par la déformabilité du squelette [1] [2] [3]. Ceci est une conséquence directe du fait que, à l'échelle locale, la géométrie des pores n'est pas modifiée par la déformabilité du solide. En effet, à l'ordre dominant, le solide est localement animé d'un mouvement de corps rigide. En conséquence, l'écoulement n'est pas affecté par la déformation du solide. Au contraire, dans les matériaux perméables dont la structure est constituée d'un squelette peu déformable sur le quel sont ancrés des films fins très déformables, que l'on dénomme par la suite matériaux élasto-perméables, cette hypothèse est remise en cause par la forte interaction fluide-structure. Pour étudier cette situation, nous utilisons la méthode de l'homogénéisation des milieux périodiques [2].

Considérons donc un milieu poreux périodique qui présente un squelette rigide sur lequel les éléments élastiques très déformables sont fixés sans obturer le réseau poreux qui reste connecté, comme illustré en Figure 1. Le matériau est saturé par un gaz Newtonien. La longueur caractéristique macroscopique L est liée à la longueur d'onde λ par $L = |\lambda|/2\pi$. La longueur caractéristique associée aux pores (ou la période de la microstructure) est notée l . Le volume des pores et du Volume Élémentaire Représentatif (VER) sont Ω_f et Ω , respectivement. Le volume du solide indéformable est noté Ω_s . En outre, on suppose que la dimension des films dans leur plan h est du même ordre que la période de la microstructure, i.e. $l = O(h)$, par contre, leur épaisseur t est bien inférieure soit $t \ll h$. Par ailleurs, les films sont formés d'un matériau élastique isotrope. Ces hypothèses permettent de modéliser les films comme des plaques (Love-Kirchhoff [4]), encastées sur $\partial\Gamma_e$, pour lesquelles le mouvement est gouverné par la flexion 2D. La surface de la plaque est notée Γ_e . Enfin, la disparité des échelles s'exprime par le petit paramètre $\epsilon = l/L \ll 1$.

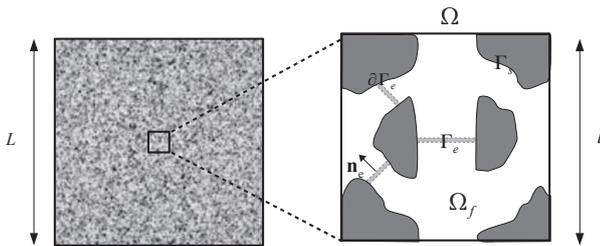


FIGURE 1 – Échelles d'un matériau élasto-perméable.

Étudions la propagation des ondes sonores harmonique ($e^{j\omega t}$) dans ce type de matériau. La physique à l'échelle locale est déterminée par les équations linéarisées de conservation de la quantité de mouvement et de la masse, couplées à celles décrivant le déplacement du film très déformable. Ces dernières sont données par l'équilibre de l'effort hors plan, l'équilibre de moment, la loi constitutive de plaque, ainsi que les conditions limites d'encastrement, i.e.

$$\nabla \cdot \mathbf{T} = -\rho\omega^2 u - [\boldsymbol{\sigma}_f \cdot \mathbf{n}_e] \cdot \mathbf{n}_e \quad (1)$$

$$\mathbf{T} = -\text{div}(\mathbf{M}) \quad (2)$$

$$\mathbf{M} = E_p I ((1 - \nu)\mathbf{e}_e(\nabla_e u) + \nu \nabla_e \cdot \nabla_e u \mathbf{I}) \quad (3)$$

$$u = 0 \quad \text{et} \quad \nabla_e u = 0 \quad \text{sur} \quad \partial\Gamma_e, \quad (4)$$

où \mathbf{T} est l'effort transverse agissant dans l'épaisseur (N/m), \mathbf{M} le tenseur de moment de flexion, $E_p = E/(1 - \nu^2)$, E le module de Young, ν le coefficient de Poisson, et $I = t^3/12$ le moment d'inertie. La déflexion hors plan du film est notée u et l'opérateur différentiel dans le plan du film par ∇_e . En outre, $\mathbf{e}_e(u) = \frac{1}{2}(\nabla_e u + \nabla_e u^T)$ est le tenseur de déformations dans le plan du film. Le film est chargé par ses efforts d'inertie propre, $\rho\omega^2$, où $\rho = \rho_e t$ est la masse surfacique du film ; et par les contraintes exercées par le gaz $[\boldsymbol{\sigma}_f \cdot \mathbf{n}_e]$, où les crochets $[\]$ indique que le film est chargé sur ses deux faces. Le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}_f$ est défini par $\boldsymbol{\sigma}_f = 2\eta\mathbf{D}(\mathbf{v}) - p\mathbf{I}$, où η est la viscosité dynamique, $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ est le tenseur de vitesse de déformation (défini par $2\mathbf{D}(\mathbf{v}) = \text{grad}(\mathbf{v}) + \text{grad}(\mathbf{v})^T$), \mathbf{v} est la vitesse du fluide, p est la pression, et \mathbf{I} est le tenseur du second ordre unitaire.

L'analyse de la physique et les estimations des nombres adimensionnels est effectuée en prenant la longueur caractéristique macroscopique L comme longueur de référence. L'estimation des nombres adimensionnels qui permet la normalisation des équations de conservation de la quantité de mouvement et de la masse est un résultat classique (voir par exemple [2]). En conséquence, seulement l'estimation de ceux qui sont liées au modèle de plaque est présentée ici. Comme nous nous intéressons à la situation où le film est mis en mouvement par le gaz et atteint un régime dynamique, les termes de l'équation (1) sont tous du même ordre de grandeur, i.e. $O(T/l) = O(\rho\omega^2 u) = O([\boldsymbol{\sigma}_f])$. On notera que comme $[\boldsymbol{\sigma}_f] = O(2\eta\nu/l - p) = O(2\eta\nu/l)$, $T = O(M/l)$, et $M = O(E_p I u/l^2)$, on obtient :

$$O\left(\frac{E_p I u}{l^4}\right) = O(\rho\omega^2 u) = O\left(\frac{2\eta\nu}{l}\right). \quad (5)$$

En conséquence, les nombres adimensionnels sont estimés par :

$$I_L = \frac{|\rho\omega^2 u|}{|\nabla \cdot \mathbf{T}|} = O\left(\frac{\rho\omega^2 u}{E_p I u/L^4}\right) = O\left(\frac{E_p I u/l^4}{E_p I u/L^4}\right) = O(\epsilon^{-4}) \quad (6)$$

$$V_L = \frac{|2\eta\mathbf{D}(\mathbf{v})|}{|\nabla \cdot \mathbf{T}|} = O\left(\frac{2\eta\nu L^3}{E_p I u}\right) = O(L^3/l^3) = O(\epsilon^{-3}) \quad (7)$$

$$P_L = \frac{|p|}{|\nabla \cdot \mathbf{T}|} = O\left(\frac{p}{E_p I u/L^4}\right) = O\left(\frac{2\eta\nu L^5}{E_p I u l^2}\right) = O(\epsilon^{-5}) \quad (8)$$

Au bilan, la description locale adimensionnelle de la propagation des ondes acoustiques dans les matériaux élasto-perméables est donnée par :

$$\epsilon^2 \operatorname{div}(\sigma_f) = j\omega\rho_0 \mathbf{v} + \nabla p \quad ; \quad \sigma_f = 2\eta\mathbf{D}(\mathbf{v}) - p\mathbf{I} \quad (9)$$

$$\frac{j\omega p}{\gamma P_0} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (10)$$

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = j\omega u \quad \text{et} \quad \mathbf{v} \wedge \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur} \quad \Gamma_e \quad (11)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad \text{sur} \quad \Gamma_s \quad (12)$$

$$\epsilon^4 \nabla \cdot \mathbf{T} = -\rho\omega^2 u - \epsilon[2\eta\mathbf{D}(\mathbf{v}) \cdot \mathbf{n}_e] \cdot \mathbf{n}_e - \epsilon^{-1}[p\mathbf{I} \cdot \mathbf{n}_e] \cdot \mathbf{n}_e \quad (13)$$

$$\mathbf{T} = -\operatorname{div}(\mathbf{M}) \quad (14)$$

$$\mathbf{M} = E_p I ((1-\nu)\mathbf{e}_e(\nabla_e u) + \nu \nabla_e \cdot \nabla_e u \mathbf{I}) \quad (15)$$

$$u = 0 \quad \text{et} \quad \nabla_e u = 0 \quad \text{sur} \quad \partial\Gamma_e \quad (16)$$

Dans le processus d'homogénéisation multi-échelle les variables spatiales sont définies par $y = \mathbf{X}/l$ et $x = \mathbf{X}/L$, où \mathbf{X} est la variable physique spatiale du système. Les opérateurs différentiels dans les équations ci-dessus prennent la forme $\nabla = \nabla_x + \epsilon^{-1}\nabla_y$, $\operatorname{div} = \operatorname{div}_x + \epsilon^{-1}\operatorname{div}_y$, etc. Les variables physiques sont cherchées sous la forme d'un développement asymptotique en puissances de ϵ , soit $\Xi(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \epsilon^i \Xi^{(i)}(x, y)$, où $\Xi = p, \mathbf{v}, u$. Les développements sont ensuite introduits dans les Eqs. (9)-(16) et les termes de même ordre de grandeur sont identifiés. De l'équation (9), à ϵ^{-1} , on déduit que $\nabla_y p^{(0)} = 0$, soit $p^{(0)} = p^{(0)}(x)$, c'est-à-dire que la pression est une variable macroscopique. Les ordres suivants du développement fournissent le problème d'écoulement avec interaction fluide-solide :

$$\operatorname{div}_y(2\eta\mathbf{D}_y(\mathbf{v}^{(0)}) - p^{(1)}\mathbf{I}) = j\omega\rho_0 \mathbf{v}^{(0)} + \nabla_x p^{(0)} \quad (17)$$

$$\nabla_y \cdot \mathbf{v}^{(0)} = 0 \quad (18)$$

$$\mathbf{v}^{(0)} \cdot \mathbf{n} = j\omega u^{(0)} \quad \text{et} \quad \mathbf{v}^{(0)} \wedge \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur} \quad \Gamma_e \quad (19)$$

$$\mathbf{v}^{(0)} = \mathbf{0} \quad \text{sur} \quad \Gamma_s \quad (20)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{T}^{(0)} = -\rho\omega^2 u^{(0)} - [(2\eta\mathbf{D}_y(\mathbf{v}^{(0)}) - p^{(1)}\mathbf{I}) \cdot \mathbf{n}_e] \cdot \mathbf{n}_e \quad (21)$$

$$\mathbf{T}^{(0)} = -\operatorname{div}_y(\mathbf{M}^{(0)}) \quad (22)$$

$$\mathbf{M}^{(0)} = E_p I ((1-\nu)\mathbf{e}_{ye}(\nabla_{ye} u^{(0)}) + \nu \nabla_{ye} \cdot \nabla_{ye} u^{(0)} \mathbf{I}) \quad (23)$$

$$u^{(0)} = 0 \quad \text{et} \quad \nabla_{ye} u^{(0)} = 0 \quad \text{sur} \quad \partial\Gamma_e \quad (24)$$

$$\frac{j\omega p^{(0)}}{\gamma P_0} + \rho_0(\nabla_x \cdot \mathbf{v}^{(0)} + \nabla_y \cdot \mathbf{v}^{(1)}) = 0 \quad (25)$$

Pour analyser ce système, considérons l'espace W des champs \mathbf{w} à valeur complexe définis sur Ω_f tels que \mathbf{w} est Ω -périodique, de divergence nulle $\nabla \cdot \mathbf{w} = 0$, avec $\mathbf{w} = 0$ sur Γ_s , $\mathbf{w} = w_e \mathbf{n}_e$ sur Γ_e , et $\nabla_{ye} w_e = 0$ et $w_e = 0$ sur $\partial\Gamma_e$. La formulation variationnelle des équations (17)-(24) $\forall \mathbf{w} \in W$ est donnée par :

$$\begin{aligned} & \eta \int_{\Omega_f} 2\mathbf{D}_y(\mathbf{v}^{(0)}) : \mathbf{D}_y(\mathbf{w}) d\Omega + E_p I S_e \\ & + j\omega\rho_0 \int_{\Omega_f} \mathbf{v}^{(0)} \cdot \mathbf{w} d\Omega - \omega^2 \rho \int_{\Gamma_e} u^{(0)} w_e d\Gamma \quad (26) \\ & = - \int_{\Omega_f} \nabla_x p^{(0)} \cdot \mathbf{w} d\Omega \end{aligned}$$

où l'intégral S_e est donnée par :

$$\begin{aligned} S_e &= \int_{\Gamma_e} ((1-\nu)\mathbf{e}_{ye}(\nabla_{ye} u^{(0)}) : \mathbf{e}_{ye}(\nabla_{ye} w_e)) d\Gamma \\ &+ \int_{\Gamma_e} (\nu \Delta_{ye} u^{(0)} \Delta_{ye} w_e) d\Gamma \end{aligned} \quad (27)$$

Il s'agit d'un problème linéaire forcé par le gradient de pression macroscopique. La solution est donc de la forme :

$$\mathbf{v}^{(0)} = -\frac{\bar{\mathbf{k}}(y, \omega)}{\eta} \nabla_x p^{(0)} \quad (28)$$

Où $\bar{\mathbf{k}}(y, \omega)$ est Ω -périodique et représente le tenseur des champs de vitesse locaux résultant des effets élasto-visco-inertiel.

Enfin, la description macroscopique est obtenue par intégration de l'équation (25) sur le VER et en notant que l'épaisseur des films est négligeable, i.e. $\mathbf{v}^{(1)} \cdot \mathbf{n}_e = j\omega u_e^{(1)} \rightarrow [\mathbf{v}^{(1)} \cdot \mathbf{n}_e] = 0$.

$$\nabla_x \cdot \langle \mathbf{v}^{(0)} \rangle + j\omega p^{(0)} \frac{\phi}{\gamma P_0} = 0 \quad (29)$$

$$\langle \mathbf{v}^{(0)} \rangle = -\frac{\mathbf{k}(\omega)}{\eta} \cdot \nabla_x p^{(0)} \quad (30)$$

La perméabilité dynamique à effet élasto-visco-inertiel est donnée par $\mathbf{k}(\omega) = \langle \bar{\mathbf{k}}(y, \omega) \rangle$, où $\langle \cdot \rangle = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega_f} d\Omega$. La porosité est $\phi = \Omega_f/\Omega$, γ l'indice adiabatique, et P_0 la pression d'équilibre. On notera que la propagation du son est supposée isotherme. Cependant, la forme générale de la description est préservée en incluant les effets thermiques (ce qui revient à remplacer $\gamma P_0/\phi$ par le module d'incompressibilité $E(\omega)$).

Une analyse des comportements limite permet d'analyser les propriétés de la perméabilité dynamique. Premièrement, la formulation variationnelle (26) est écrite en terme de vitesses et du paramètre adimensionnel $\alpha = j\omega\eta/E_p$. Le cas de films très rigides est atteint lorsque $\alpha \rightarrow 0$. Les variables sont ensuite cherchées sous la forme d'un développement du type $\mathbf{v}^{(0)} = \mathbf{v}^{[0]} + \alpha \mathbf{v}^{[1]} + \dots$ et $v^{(0)} = v^{[0]} + \alpha v^{[1]} + \dots$, où $v^{(0)} = j\omega u^{(0)}$ est la vitesse du film. La solution des problèmes aux deux premiers ordres du développement (en α) conduit au résultat suivant.

$$\langle \mathbf{v}^{(0)} \rangle = \left(-\frac{\mathbf{k}_r(\omega)}{\eta} - \frac{j\omega\eta}{E_p} \frac{\mathbf{B}_r(\omega)}{\eta} \right) \cdot \nabla_x p^{(0)}, \quad (31)$$

où $\mathbf{k}_r(\omega)$ représente la perméabilité dynamique d'un matériau avec films parfaitement rigides et $\mathbf{B}_r(\omega)$ la contribution à l'écoulement générée par la vibration des films, en réponse de l'excitation par l'écoulement du premier ordre (à α^0). De l'Eq. (30), il est conclu que i) les effets visqueux et élastiques agissent en parallèle, ii) l'élasticité des films agit en tant que correcteur de la perméabilité, et iii) on retrouve la loi de Darcy dynamique classique pour les grandes valeurs du module de Young, et aux basses fréquences.

Pour examiner la situation des films très souples nous suivons la même procédure, en étudiant le comportement limite $\beta \rightarrow 0$ avec $\beta = \frac{E_p}{j\omega\eta}$. On obtient ainsi le résultat suivant :

$$\langle \mathbf{v}^{(0)} \rangle = \left(-\frac{\mathbf{k}_s(\omega)}{\eta} - \frac{E_p}{j\omega\eta} \frac{\mathbf{I}\mathbf{B}_s(\omega)}{\eta} \right) \cdot \nabla_x p^{(0)}, \quad (32)$$

où $\mathbf{k}_s(y, \omega)$ est la perméabilité dynamique d'un matériau légèrement différent d'un matériau sans films puisque une condition d'écoulement normal aux films est imposée. Le terme $i\mathbf{B}_s(y, \omega)$ représente l'écoulement additionnel requis pour équilibrer les films qui subissent la déformation imposée par l'écoulement du premier ordre (à β^0). De l'Eq. (31), nous concluons que i) l'élasticité des films agit en tant que correcteur de la perméabilité, et ii) une loi de Darcy dynamique légèrement différente aux cas d'un matériau sans films est obtenue pour $E_p \rightarrow 0$.

En supposant que le matériau est isotrope, i.e. $\mathbf{k}(\omega) = \mathcal{K}(\omega)\mathbf{I}$, et que les effets inertiels sont négligeables, l'Eq. (26) conduit à l'estimation suivante de la fréquence caractéristique perméo-élastique :

$$\omega_e = O\left(\frac{E_p}{\eta} \frac{I\mathcal{K}_0}{h^4} \frac{|\Gamma_e|}{|\Omega_f|}\right) \quad (33)$$

Cette fréquence indique la gamme où les effets perméo-élastiques sont dominants. Il convient de mentionner que dans ce cas du fait du déphasage $e^{j\pi/2}$, l'énergie visqueuse ne peut annuler l'énergie cinétique. En conséquence, il n'y a pas de résonance possible. En outre, compte tenu de l'analyse ci-dessus, on peut conclure que la perméabilité \mathcal{K}_0 est estimée soit par \mathcal{K}_{r0} ou par \mathcal{K}_{s0} selon les propriétés élastiques des films. De manière similaire, les effets élastiques influencent la fréquence caractéristique visqueuse, qui est donnée selon les cas par $\omega_{vs} = \frac{\eta\phi}{k_{0s}\rho\alpha_{sco}}$ ou $\omega_{vr} = \frac{\eta\phi}{k_{0r}\rho\alpha_{rco}}$. On notera de plus que la tortuosité α_{∞} est modifiée par l'inertie des films.

D'autre part, si les effets de dissipation visqueuse sont négligeables, la fréquence caractéristique ω_r est estimée par :

$$\omega_r^2 = O\left(\frac{E_p I |\Gamma_e|}{h^4} \frac{1}{\rho_0 |\Omega_f| + \rho |\Gamma_e|}\right) \quad (34)$$

À cette fréquence, le déplacement tend vers l'infini et la perméabilité est maximisée. En conséquence, une densité apparente nulle est observée, comme il sera montré dans la section suivante. Pour le cas d'une dissipation visqueuse non négligeable, la perméabilité est régularisée, mais la même tendance est obtenue. Il convient de noter que les estimations des fréquences caractéristiques ci-dessus peuvent être améliorées en tenant compte des caractéristiques géométriques réelles des films.

2 Résultats

La Figure 2 montre la valeur absolue de la perméabilité dynamique de matériaux élasto-perméables par rapport à celle d'un matériau avec films parfaitement rigides. Ceux-ci sont formés d'un réseau de tubes dont l'une des extrémités est fermée par un film élastique souple ou rigide et l'autre extrémité est ouverte (cf. Figure 4a). Le problème d'interaction fluide-structure, donné par les Eqs. (17)-(24), a été résolu pour un réseau infini (2D axisymétrique) en utilisant la méthode des éléments finis. Les paramètres du film sont $\rho_e = 1200 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 0.36$, $t = 75 \text{ } \mu\text{m}$. Les autres dimensions sont présentées en Figure 4c. Deux valeurs de module de Young ont été considérées dans ce exemple, i.e. $E = E_0 = 6.9 \text{ GPa}$ et $E = 5E_0$.

Il est observé que, en dehors de la zone de résonance, la perméabilité est similaire à celle du matériau avec films rigides. Autour d'une fréquence f_r caractéristique du matériau, un comportement non-conventionnel est obtenu

où la perméabilité est considérablement amplifiée. Cette fréquence pour le matériau de plus faible module est $f_r = 277 \text{ Hz}$, tandis que pour l'autre elle est de $f_r = 620 \text{ Hz}$. La forme modale associée est illustrée en Figure (cf.4a). D'autre part la valeur absolue de la perméabilité présente une valeur minimum lorsque sa partie imaginaire est nulle. Entre ces deux valeurs extrêmes la phase de la perméabilité prend une valeur d'environ $\pi/2$. Une telle valeur de phase n'est pas observée dans les matériaux poreux, car elle varie entre ses valeurs d'écoulement visqueux et inertiel, i.e. entre 0 et $-\pi/2$, respectivement. L'explication physique est que le mouvement du fluide dans les résonateurs est en opposition phase avec ceux de l'onde porteuse hors résonateurs, et que le mouvement moyen qui en résulte se traduit par une densité apparente négative. Des tendances similaires sont trouvées pour les fréquences caractéristiques suivantes. Cependant, l'effet s'amenuise. D'une manière générale on note les évolutions suivantes : $\rho_e \uparrow \Rightarrow f_r \downarrow$, $E \uparrow \Rightarrow f_r \uparrow$, $\nu \uparrow \Rightarrow f_r \uparrow$, $t \uparrow \Rightarrow f_r \uparrow$, et $r_f \uparrow \Rightarrow f_r \downarrow$, toutes indiquant que la fréquence caractéristique est étroitement liée à un mécanisme de résonance des films.

Le comportement non-conventionnel de la densité effective $\rho(\omega) = \eta/j\omega\mathcal{K}(\omega)$, conséquence de celui de la perméabilité, est illustré en Figure 3. Dans la bande atypique, la partie réelle de la densité effective atteint les valeurs négatives et sa phase une valeur approximativement égale à $-\pi$, au lieu d'une valeur proche de zéro comme pour les matériaux conventionnels. D'autre part, en conséquence de l'inertie des films, la densité effective à haute fréquences des matériaux élasto-perméables peut prendre des valeurs plus petites que celles des matériaux à films parfaitement rigides.

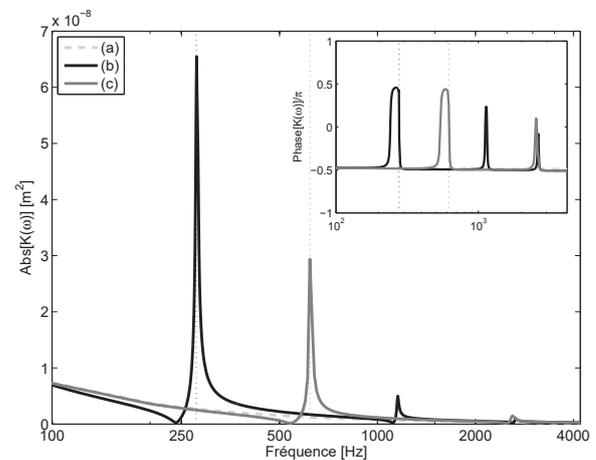


FIGURE 2 – Valeur absolue de la perméabilité $|\mathcal{K}(\omega)|$ des matériaux à squelette rigide (a) et élasto-perméables [(b) : $E = E_0 = 6.9 \text{ GPa}$; (c) : $E = 5E_0$]. Les lignes verticales pointillées représentent la fréquence caractéristique du système. La figure encartée montre la phase de la perméabilité.

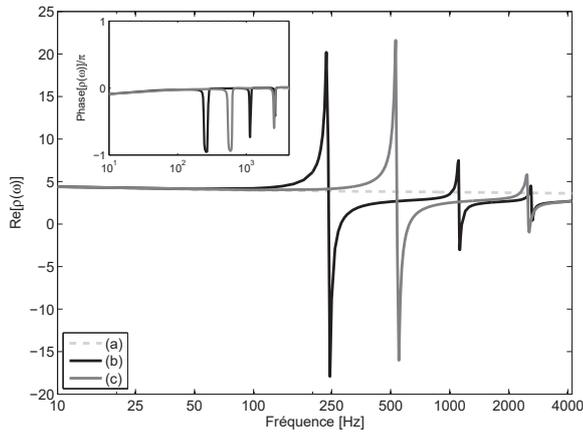


FIGURE 3 – Partie réelle de la densité effective $\rho(\omega) = \eta / j\omega K(\omega)$ et sa phase (figure encartée). Légende comme Figure 2.

La mesure de l'impédance de surface d'un matériau élasto-perméable dans un tube d'impédance a été effectuée pour valider la théorie. La configuration mesurée est composée d'un entrefer et une cellule élémentaire d'un matériau élasto-perméable soutenue par un plenum. Cette configuration est représentée en Figures 4b,c. Le matériau du film utilisé est PEI avec les propriétés mécaniques mentionnées ci-dessus. Les Figures 5 et 6 montrent la valeur absolue et la phase de l'impédance de surface $Z_w(\omega)$ normalisée à $Z_0 = \rho_0 c_0$. L'impédance de surface a été calculée comme suit. La perméabilité dynamique calculée numériquement a été utilisée pour calculer l'impédance caractéristique et le nombre d'onde du matériau. (dans l'hypothèse de propagation isotherme du son). Une approche par matrice de transfert a ensuite été utilisée pour tenir compte des couches d'air à l'avant et derrière du dispositif. En dépit du fait que la perméabilité dynamique a été calculée pour un réseau infini, les prédictions du modèle sont en accord avec les données mesurées. Le modèle saisit les pics locaux de la valeur absolue de l'impédance de surface ainsi que le changement de phase autour la bande atypique ou la densité effective prend des valeurs négatives. Ces phénomènes n'apparaissent pas dans le cas de films parfaitement rigides.

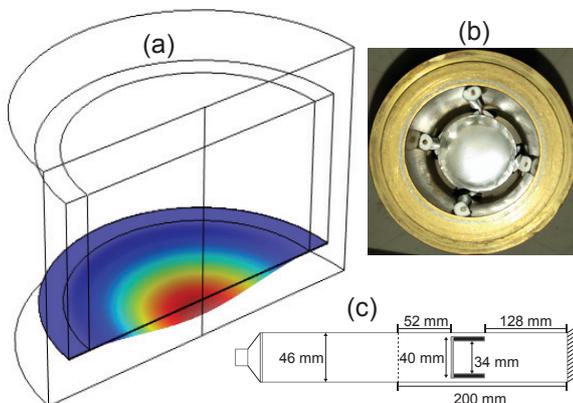


FIGURE 4 – (a) Déplacement normalisé associé à la fréquence caractéristique f_r . (b) Une cellule élémentaire du matériau élasto-perméable prototype placé dans le tube d'impédance. (c) Schéma des dimensions utilisées dans l'expérience.

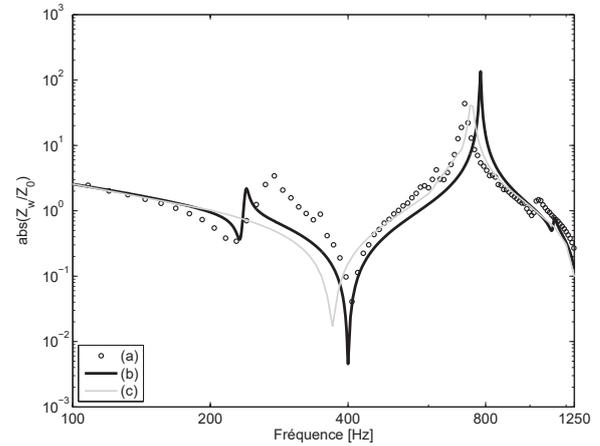


FIGURE 5 – Module de l'impédance de surface normalisée $|Z_w/Z_0|$. Mesure (a) et simulation avec matériau élasto-perméable (b) et matériau avec un film parfaitement rigide (c)

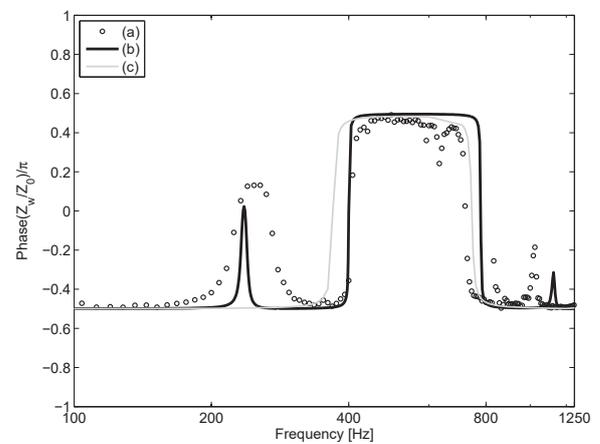


FIGURE 6 – Phase de l'impédance de surface normalisée $\text{Phase}(Z_w/Z_0)/\pi$. Légende comme Figure 3

3 Conclusion

Ce papier est dédié à l'étude du comportement acoustique de matériaux élasto-perméables. Il s'agit de matériaux perméable dont la phase solide présente une architecture spécifique : la microstructure est formée d'un squelette peu déformable sur lequel s'appuient des films fins très déformables. Contrairement au cas classique où l'écoulement du fluide s'effectue sans déformation du squelette, les films sont déformés par l'écoulement. Du fait de cette interaction fluide-structure la notion de perméabilité déterminée en squelette indéformable ne s'applique plus. En conséquence le comportement macroscopique acoustique diffère notablement de celui décrit par le modèle poroélastique de Biot. La présence des films modifie donc qualitativement et quantitativement la physique de l'écoulement, et tout particulièrement au voisinage de leur fréquence de résonance interne. La description macroscopique obtenue par homogénéisation et l'analyse de cas limites permettent de déterminer les conditions pour lesquelles les résonances internes affectent fortement la propagation des ondes acoustiques à travers le matériau.

Remerciements

Ce travail a bénéficié du soutien financier de l'Agence National de la Recherche (ANR) sous le projet METAUDIBLE (ANR 13-BS09-0003-03) et a été réalisée au sein du CeLyA (ANR-10-LABX-0060) de l'Université de Lyon dans le cadre du programme ANR-11-IDEX-0007 de l'Etat Français, géré par l'ANR.

Références

- [1] M. A. Biot, Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. low-frequency range, II. Higher frequency range, *J. Acoust. Soc. Am.*, **28**, 168-178 ; 179-191 (1956).
- [2] J. L. Auriault, C. Boutin, C. Geindreau, *Homogenization of Coupled Phenomena in Heterogeneous Media*, ISTE Ltd, London, UK and John Wiley & Sons, Hoboken, USA (2009).
- [3] J. L. Auriault et al., Dynamics of porous saturated media, checking of the generalized law of Darcy, *J. Acoust. Soc. Am.* **77** (5), 1641-1650 (1985).
- [4] A. E. H. Love, On the small free vibrations and deformations of elastic shells, *Philosophical trans. of the Royal Society A*, **179**, 491-549 (1888).