# CFA/VISHNO 2016

# Identification de la pression acoustique pariétale d'un écoulement turbulent excitant une structure navale

O. Grosset<sup>a</sup>, J.-H. Thomas<sup>b</sup>, F. Ablitzer<sup>b</sup> et C. Pezerat<sup>b</sup>
<sup>a</sup>IRT Jules Verne, Chemin du Chaffault, 44340 Bouguenais, France
<sup>b</sup>LAUM / ENSIM, Rue Aristote, 72085 Le Mans, France
oceane.grosset@irt-jules-verne.fr



11-15 avril 2016, Le Mans CFA 2016 / VISHNO

L'objectif de cette étude est de présenter une méthode inverse permettant d'identifier les bas nombres d'onde d'une excitation par écoulement turbulent pour une application dans le domaine naval. La méthode RIFF (Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée) est considérée, elle permet d'identifier localement un effort appliqué à une structure à partir du champ de vibration. La pression pariétale turbulente est synthétisée à partir de modèles d'autospectres et d'interspectres de pressions pariétales. Les méthodes utilisées pour la synthèse du champ de pressions et le calcul du champ de vibrations sont présentées. On montrera comment prendre en compte les effets de couplage fluide-structure et la possibilité d'isoler la composante bas nombre d'onde de l'excitation.

## 1 Introduction

Dans l'industrie des transports maritimes, l'étude des bruits hydroacoustiques constitue souvent une priorité. En effet, l'écoulement d'un fluide sur une structure s'avère être une source de nuisance sonore non négligeable. Une bonne compréhension de ce type d'excitation est donc nécessaire pour minimiser son impact. Les turbulences créées par ce type d'excitation entraînent, d'une part des fluctuations de pression à proximité de la paroi appelées partie convective de l'excitation, et d'autre part, génèrent des ondes acoustiques dans toutes les directions correspondant à la partie acoustique de l'excitation. La composante acoustique est d'amplitude très inférieure à celle de la partie convective, donc très difficile à mesurer. Cependant, selon le domaine d'application, elle peut être la principale cause du rayonnement acoustique de la paroi.

Afin d'identifier les efforts excitant la structure, la méthode inverse RIFF (Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée) est utilisée. Elle permet d'identifier localement un effort appliqué à une structure à partir du champ de vibrations. L'objectif de ces travaux est de mettre en avant la potentialité de la méthode RIFF pour des écoulements correspondant au domaine naval.

Dans une première partie, ce document présente les caractéristiques d'une excitation par couche limite turbulente et la méthode de synthèse du champ de pressions pariétales. Le calcul du champ vibratoire induit par les pressions pariétales synthétisées est détaillé dans la deuxième partie. Ensuite, la méthode RIFF et les résultats obtenus sont mis en évidence. Pour finir, les méthodes envisagées pour la prise en compte du couplage fluide-structure sont abordées.

# 2 Excitation par couche limite turbulente

# 2.1 Couche limite turbulente

Dans cette étude, on s'intéresse à une structure excitée par un écoulement turbulent de type couche limite turbulente. Pour plus de détail concernant la couche limite turbulente, le lecteur est invité à consulter l'ouvrage de Schlichting [1].

Lors de l'écoulement d'un fluide autour d'un corps immergé, on constate une zone dans laquelle on a un gradient de vitesse, la vitesse augmente progressivement en s'éloignant de la structure, jusqu'à atteindre  $U_{\infty}$  (voir Figure 1). Cette zone est appelée couche limite,  $\delta$ , et peut se définir comme la distance à la paroi pour laquelle la vitesse de l'écoulement est inférieure ou égale à 99% de la vitesse  $U_{\infty}$ :

$$U(\delta) = 0.99U_{\infty}.\tag{1}$$

#### 2.2 Domaine des nombres d'ondes

L'excitation par écoulement turbulent est constituée de pressions pariétales de deux natures différentes, convective et acoustique. Celles-ci entraînent la vibration de la structure, qui à son tour peut générer un rayonnement acoustique de part et d'autre de la structure, voir Figure 1.

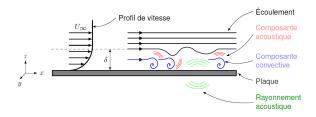


Figure 1 – Schéma en coupe d'une plaque excitée par une couche limite turbulente d'épaisseur  $\delta$  [7].

La partie convective correspond aux fluctuations de pression générées par la convection de masse. Dans le domaine des nombres d'onde, elle est caractérisée par le nombre d'onde de convection :

$$k_{conv} = \frac{\omega}{U_c},\tag{2}$$

avec  $\omega$  la pulsation et  $U_c = KU_\infty$ , la vitesse de convection avec  $U_\infty$  la vitesse de l'écoulement et K un coefficient déterminé expérimentalement [2] compris entre 0.6 et 0.8. Cette composante a un niveau très important et est généralement située dans les hauts nombres d'onde. Elle peut être représentée, dans le domaine des nombres d'onde, par une ellipse centrée sur  $k_x = k_{conv}$  (x étant le sens de l'écoulement) et dont les paramètres (longueur  $\Delta_{k_y}$  et largeur  $\Delta_{k_x}$ ) sont donnés par les bandes passantes à -3 dB du pic convectif suivant  $k_x$  et  $k_y$  [3]:

$$\Delta_{k_x} = \frac{2\omega\alpha_x}{U_C} \tag{3}$$

et

$$\Delta_{k_y} = \frac{2\omega\alpha_y}{U_c},\tag{4}$$

où les coefficients  $\alpha_x$  et  $\alpha_y$  rendent compte de la cohérence spatiale ( $\alpha_x = 1/8$  et  $\alpha_y = 1$ ).

La partie acoustique correspond aux fluctuations de pression issues du rayonnement acoustique des turbulences dans le fluide. Cette composante est caractérisée par le nombre d'onde acoustique, où c est la célérité du son dans le fluide :

$$k_{ac} = \frac{\omega}{c}. (5)$$

Cette composante acoustique a un niveau énergétique faible devant la composante convective et se trouve généralement dans les bas nombres d'onde. Elle est souvent représentée

par un disque centré sur  $k_x = k_y = 0$ , ayant pour rayon le nombre d'onde acoustique  $k_{ac}$ .

Afin de mettre en évidence les coı̈ncidences convective et acoustique, il est nécessaire de définir le nombre d'onde de flexion  $k_f$ :

$$k_f = \sqrt[4]{\frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}}\sqrt{\omega},$$
 (6)

avec E le module d'Young,  $\rho$  la masse volumique,  $\nu$  le coefficient de Poisson et h l'épaisseur de la plaque.

La coïncidence convective a lieu lorsque les nombres d'onde de convection et de flexion sont égaux, soit pour :

$$\omega_{conv} = \sqrt{\frac{12\rho(1-v^2)}{Eh^2}}U_c^2. \tag{7}$$

De la même façon on peut définir la pulsation critique :

$$\omega_{ac} = \sqrt{\frac{12\rho(1-v^2)}{Eh^2}}c^2.$$
 (8)

La figure 2 représente l'évolution des différents nombres d'onde, pour un écoulement subsonique en fluide lourd, et les spectres de nombres d'onde pour une fréquence de l'excitation. Cette représentation permet d'estimer la ou les composantes principalement responsables de l'excitation. En effet, pour le cas d'un écoulement subsonique en fluide lourd (Figure 2), la composante convective s'éloigne très rapidement vers les hauts nombres d'onde, on peut donc supposer que la vibration est principalement induite par la partie acoustique de l'excitation.

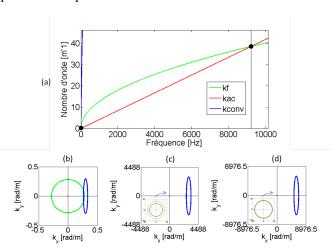


FIGURE 2 – (a) Evolution des nombres d'onde de flexion (—), de convection (—) et acoustique (—) en fonction de la fréquence pour le domaine naval et allures des nombres d'onde d'une excitation par écoulement turbulent  $(U_c = 9\text{m/s})$  pour (b)  $f < f_{conv}$ , (c)  $f_{conv} < f < f_{ac}$  et (d)  $f_{ac} < f$ , avec  $f_{conv} = 0.5\text{Hz}$  et  $f_{ac} = 9210\text{Hz}$ , [3, 11].

# 2.3 Modélisation de l'excitation par couche limite turbulente

Dans cette étude, la structure étudiée est excitée par une couche limite turbulente. De nombreux modèles de ce type d'excitation, exprimés sous forme d'autospectres, sont comparés par Hwang [4], qui montre que le modèle de Goody [5] est celui qui se rapproche le plus des courbes expérimentales, et ceci pour une large gamme de fluides et de vitesses d'écoulement, dû au fait qu'il prend en compte le nombre de Reynolds *Re*. Le modèle de Goody est donc celui retenu :

$$S_{pp}^{Goody}(\omega) = \frac{3\tau_{\omega}^{2}\delta\left(\frac{\omega\delta}{U_{\infty}}\right)^{2}}{U_{\infty}\left(\left[0.5 + \left(\frac{\omega\delta}{U_{\infty}}\right)^{0.75}\right]^{3.7} + \left[1.1R_{T}^{-0.57}\left(\frac{\omega\delta}{U_{\infty}}\right)\right]^{7}\right)},$$
(9)

avec  $R_T = \frac{u_*^2 \delta}{\nu' U_\infty}$ , où  $\tau_\omega$  est la contrainte de cisaillement,  $\delta$  l'épaisseur de couche limite,  $U_\infty$  la vitesse de l'écoulement,  $u_*$  la vitesse de frottement,  $\nu'$  la viscosité cinématique et  $\omega$  la pulsation.

Le modèle d'interspectre de Corcos [6] est celui retenu car il a l'avantage d'être facile à implémenter et décrit relativement bien la région convective. L'inconvénient est qu'il ne prend pas en compte la compressibilité du fluide donc la composante acoustique. Il s'exprime comme une combinaison de l'autospectre  $S_{pp}^{Goody}(\omega)$ , voir Eq. (9), d'une exponentielle complexe suivant x correspondant à la propagation des turbulences et de deux exponentielles décroissantes représentant les cohérences spatiales suivant x et y:

$$S_{pp'}^{Corcos}(r_x,r_y,\omega) = S_{pp}^{Goody}(\omega) e^{-\omega\alpha_x \frac{|r_x|}{U_c}} e^{-\omega\alpha_y \frac{|r_y|}{U_c}} e^{-j\omega\frac{r_x}{U_c}}, \quad (10)$$

avec,  $r_x$  et  $r_y$  les décalages spatiaux,  $\alpha_x$  et  $\alpha_y$  les taux de décroissance de la cohérence spatiale,  $L_{cor,x}$  et  $L_{cor,y}$  les longueurs de corrélation,  $L_{cor,x} = \frac{1}{|k_{conv}|\alpha_x}$  et  $L_{cor,y} = \frac{1}{|k_{conv}|\alpha_y}$ . L'objectif de cette étude n'est pas de modéliser finement

L'objectif de cette étude n'est pas de modéliser finement l'excitation, mais de comprendre comment la méthode RIFF (Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée) identifie une excitation similaire à une excitation par couche limite turbulente. La composante acoustique peut alors être modélisée par l'ajout d'un terme au modèle de Corcos, correspondant à un interspectre de champ diffus acoustique [7]:

$$S_{pp'}^{ac}(r_x, r_y, \omega) = AS_{pp}^{Goody}(\omega) sinc\left(k_{ac}\sqrt{r_x^2 + r_y^2}\right), \quad (11)$$

où le coefficient A représente la relation entre le niveau des composantes acoustique et convective, sa valeur est fixée à 5% [2]. L'interspectre total du champ de pression pariétale s'écrit :

$$S_{pp'}^{tot}(r_x, r_y, \omega) = S_{pp'}^{Corcos}(r_x, r_y, \omega) + S_{pp'}^{ac}(r_x, r_y, \omega).$$
 (12)

#### 2.4 Calcul de la pression pariétale

Afin de synthétiser les signaux de pression, on utilise la méthode décrite par Wittig et Sinha [8], qui est basée sur la décomposition de Cholesky de la matrice interspectrale  $S_{pp'}^{tot}$ , Eq. (12). Cette méthode peut se scinder en 5 étapes :

- 1. Écrire la matrice interspectrale  $S(\omega)$ , qui correspond à la valeur de l'interspectre  $S_{pp'}^{tot}(r_x, r_y, \omega)$  entre deux points du domaine spatial.  $S(\omega)$  est de taille MxM si l'on considère M points dans le domaine spatial.
- 2. Factoriser  $S(\omega)$  par la méthode de Cholesky,

$$S(\omega) = H(\omega)H^{H}(\omega), \tag{13}$$

avec  $H(\omega)$  matrice triangulaire inférieure et  $H^H(\omega)$  son complexe conjugué.

11-15 avril 2016, Le Mans CFA 2016 / VISHNO

3. Générer un vecteur  $\Gamma$  de phase aléatoire, dont les éléments sont :

$$\Gamma_i = e^{2j\pi\gamma_i},\tag{14}$$

avec  $\gamma_i$  une variable aléatoire de loi uniforme dans l'intervalle [0,1] avec  $E[\Gamma_i]=0$ .

4. Créer un vecteur  $P(\omega)$  de M éléments pour une pulsation donnée :

$$P(\omega) = H(\omega)\Gamma. \tag{15}$$

 Recommencer les étapes 1 à 4 pour chaque fréquence.
 Une transformée de Fourier inverse permet d'obtenir les signaux temporels.

Dans le cas du domaine naval, la modélisation de l'excitation par couche limite turbulente, requiert un pas spatial très faible pour respecter les longueurs d'onde de convection ( $\lambda_{conv} = 5.2 \text{ mm à 2 kHz}$ ) et une plaque suffisamment grande pour respecter les longueurs d'onde acoustique ( $\lambda_{ac} = 3.1 \text{ m à } 500 \text{ Hz}$ ). Ceci implique la nécessité d'une puissance de calcul trop importante visà-vis des moyens de calculs actuels. Pour répondre à cette problématique, la solution envisagée consiste d'une part à calculer la partie acoustique de l'excitation sur la plaque avec un maillage adapté et d'autre part à calculer la composante convective de l'excitation sur une petite zone de la plaque, voir Figure 3. La partie convective de l'excitation est fenêtrée par une fenêtre de Tukey, pour limiter les effets de bords de l'excitation. La méthode RIFF étant locale, on pourra l'appliquer sur la zone de la plaque où les deux composantes sont présentes, et là où la fenêtre de Tukey vaut 1. Les pressions acoustique et convective obtenues respectent bien les gabarits d'autospectre et d'interspectre imposés, voir Figures 4, 5 et 6.

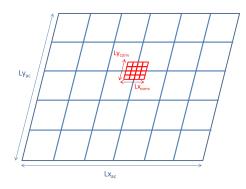


Figure 3 – Schéma de la plaque pour la solution envisagée

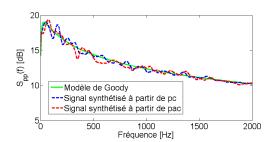


FIGURE 4 – Comparaison entre l'autospectre théorique (Goody, Eq. (9)) et les autospectres calculés à partir des pressions acoustique et convective synthétisées (Eq. (15)).

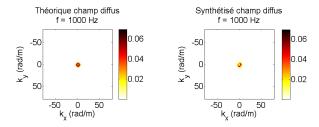


Figure 5 – Comparaison entre l'interspectre théorique (Champ diffus, Eq. (11)) et l'interspectre calculé à partir de la pression acoustique synthétisée (Eq. (15)).

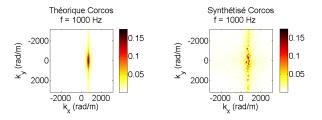


Figure 6 – Comparaison entre l'interspectre théorique (Corcos, Eq. (10)) et l'interspectre calculé à partir de la pression convective synthétisée (Eq. (15)).

# 3 Calcul du champ vibratoire

La vibration est calculée par décomposition modale. On considère une plaque rectangulaire simplement supportée de dimensions  $L_x$  et  $L_y$  suivant x et y, d'épaisseur h et excitée par un champ de pression  $p(x, y, \omega)$ . L'équation du mouvement est la suivante :

$$D\nabla^4 w - \omega^2 \rho h w = p^{ac}(x, y, \omega) + p^{conv}(x, y, \omega), \qquad (16)$$

avec  $D = \frac{Eh^3}{12(1-v^2)}$  la rigidité de flexion de la plaque. Le déplacement est décomposé sur les fonctions propres normalisées  $\Phi_{nm}(x,y)$ :

$$w(x, y, \omega) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}(\omega) \Phi_{mn}(x, y), \tag{17}$$

Après projection sur les modes propres et introduction d'un terme d'amortissement modal  $\zeta_{mn}$ , les coefficients  $a_{mn}(t)$  vérifient :

$$\left(\omega_{mn}^2 + 2j\zeta_{mn}\omega\omega_{mn} - \omega^2\right)a_{mn} = \frac{p_{mn}^{ac}(\omega) + p_{mn}^{conv}(\omega)}{\rho h},\quad(18)$$

avec

$$p_{mn}^{ac}(\omega) = \int_{S} p^{ac}(x, y, \omega) \Phi_{mn}(x, y) \, dS, \qquad (19)$$

$$p_{mn}^{conv}(\omega) = \int_{S} p^{conv}(x, y, \omega) \Phi_{mn}(x, y) \, dS, \qquad (20)$$

où  $\omega_{mn}$  est la pulsation naturelle du mode m, n. Les coefficients  $a_{mn}(\omega)$  s'expriment sous la forme suivante :

$$a_{mn}(\omega) = \frac{p_{mn}^{ac}(\omega) + p_{mn}^{conv}(\omega)}{\rho h(\omega_{mn}^2 + 2j\zeta_{mn}\omega\omega_{mn} - \omega^2)}.$$
 (21)

Les spectres des pressions synthétisées et déplacements calculés sont présentés en Figures 7 et 8. On constate que la pression acoustique contribue très peu à la pression totale (Figure 7). En revanche, le déplacement induit par la pression totale (acoustique + convective) est similaire au déplacement induit par la pression acoustique (Figure 8).

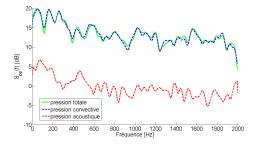


Figure 7 – Spectres des pressions synthétisées.

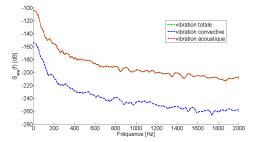


Figure 8 – Spectres des champs vibratoires calculés.

### 4 Méthode inverse vibratoire

La méthode RI développée par Pézerat et Guyader [9], permet d'identifier localement les efforts appliqués à une structure à partir du champ vibratoire mesuré. Elle est basée sur la résolution inverse de l'équation du mouvement. Dans le cas d'une plaque, on a :

$$D\nabla^4 w - \omega^2 \rho h w = p(x, y, \omega), \tag{22}$$

avec  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  la rigidité de flexion de la plaque, où h est l'épaisseur de la plaque, E le module d'Young,  $\nu$  le coefficient de Poisson et  $\rho$  la masse volumique.

Les dérivées partielles sont estimées à partir d'un schéma aux différences finies développé au premier ordre avec un maillage spatial régulier [10]. Pour estimer la distribution de force en un point central du schéma, on a besoin de 13 points, comme présenté Figure 9, où  $\Delta_x$  et  $\Delta_y$  correspondent aux pas spatiaux selon x et y. A partir de l'Eq. (22) on peut donc estimer la distribution de force appliquée à une plaque :

$$F^{RI}(x,y,\omega) = D\left(\delta^{4x}_{\Delta_x} + \delta^{4y}_{\Delta_y} + 2\delta^{2x2y}_{\Delta_{x,y}}\right) - \rho h\omega^2 w(x,y,\omega). \eqno(23)$$

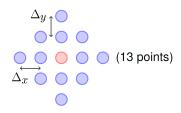


FIGURE 9 – Schéma aux différences finies permettant d'estimer l'effort en un point central d'une plaque.

L'avantage de cette méthode est qu'il n'est pas nécessaire de mesurer le champ de déplacement sur toute la structure, ou de connaître les conditions aux limites de la plaque, il s'agit d'une méthode locale. Cependant lorsque le champ de déplacement est bruité, le problème inverse devient instable, et donne un résultat très différent de la force réellement appliquée avec des niveaux beaucoup plus importants. En effet, les dérivées amplifient les variations rapides (petites longueurs d'ondes liées au bruit de mesure), or pour un problème inverse vibratoire, les dérivées spatiales sont d'ordre 4, ce qui accentue considérablement ce phénomène. Afin d'éviter ce problème, il faut enlever les composantes des hauts nombres d'onde polluées par le bruit dans la distribution de force reconstruite. On introduit ainsi la notion de régularisation qui consiste en un filtrage dans le domaine des nombres d'onde par la méthode RIFF (Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée). Le filtrage utilisé est un filtre passe-bas dont la réponse impulsionnelle est finie. La réponse du filtre utilisée est généralement un sinus cardinal pondéré par une fenêtre de Hanning :

$$h'(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(k_c x)\sin(k_c y)\left[1 + \cos\left(\frac{k_c x}{2}\right)\right]\left[1 + \cos\left(\frac{k_c y}{2}\right)\right]}{4\pi^2 xy} \\ \text{pour } x \text{ et } y \in \left[-\frac{2\pi}{k_c}; \frac{2\pi}{k_c}\right], \\ 0 \text{ sinon,} \end{cases}$$
(24)

où  $k_c$  est le nombre d'onde de coupure du filtre.

L'opération de filtrage consiste à la convolution discrète entre  $F^{RI}$  et la réponse h'. Le filtrage est réalisé sur la distribution de force et non sur le déplacement afin d'éviter d'injecter la réponse du filtre dans l'équation du mouvement.

Le filtrage réalisé permet bien d'enlever les hauts nombres d'onde de la distribution de force. Cependant, les incertitudes étant non nulles aux extrémités du domaine d'étude et sachant que la distribution de force est inconnue au delà de ce domaine, il est donc impossible d'appliquer le filtrage aux limites. Afin d'éviter les effets de bord, on fenêtre la distribution de force  $F^{RI}$  avant filtrage, afin d'annuler l'effort au bord du domaine. La fenêtre utilisée est une fenêtre de Tukey, qui est constituée de demi-fenêtres de Hanning aux extrémités de largeur égale à une longueur d'onde de coupure et égale à 1 sur le reste du domaine :

$$\psi(x, y) = \psi(x)\psi(y), \tag{25}$$

avec

$$\psi(x) = \begin{cases} 0.5 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi x}{\alpha}\right)\right) \text{ pour } x \in [0; \alpha], \\ 1 \text{ pour } x \in [\alpha; L_x - \alpha], \\ 0.5 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi(x - L_x + 2\alpha)}{\alpha}\right)\right) \\ \text{pour } x \in [L_x - \alpha; L_x], \\ 0 \text{ pour } x \in ]-\infty; 0[\cup] L_x; \infty[, \end{cases}$$
 (26)

où  $\alpha = \pi/k_c$  correspond à une demi-longueur d'onde de coupure.  $\psi(y)$  est obtenu à partir de la même équation Eq. (26) en remplaçant x par y et  $L_x$  par  $L_y$ .

Le choix du nombre d'onde de coupure est primordial dans la régularisation, il faut qu'il soit suffisamment grand pour ne pas dégrader le résultat et suffisamment petit pour supprimer les efforts aberrants résultant des erreurs de mesures. Le nombre d'onde de coupure est choisi

11-15 avril 2016, Le Mans CFA 2016 / VISHNO

proportionnel au nombre d'onde de flexion [9] :

$$k_c = ak_f, (27)$$

où a est le paramètre de régularisation.

La Figure 10 représente les spectres, à partir d'un champ de déplacement non bruité, des excitations synthétisées et des pressions reconstruites par les méthodes RI et RIFF. On constate que les pressions reconstruites correspondent principalement à la partie acoustique de l'excitation. La méthode RIFF permet donc dans le cas du domaine naval d'isoler la partie acoustique (bas nombres d'onde) de l'excitation.

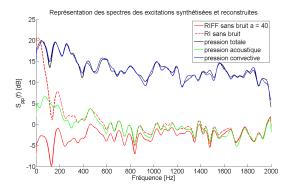


FIGURE 10 – Spectre des pressions synthétisées et des pressions reconstruites par les méthodes RI et RIFF.

# 5 Couplage fluide-structure

Dans cette partie, deux méthodes pour la prise en compte du couplage fluide-structure sont présentées. En effet, celui-ci n'est plus négligeable dans le cas d'un fluide lourd, le rayonnement acoustique de la structure peut interférer avec la vibration de la structure et l'excitation. La première méthode est basée sur le calcul de l'impédance de rayonnement inter-modale et la deuxième utilise la méthode RIFF pour déterminer l'opérateur fluide lourd. Pour ces deux techniques, on considère une plaque finie bafflée avec un fluide d'un côté de la plaque comme présenté en Figure 11:

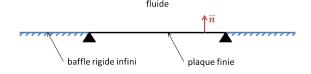


Figure 11 – Schéma du système considéré pour la prise en compte du couplage fluide-structure.

L'équation du mouvement de la plaque dans ces conditions est donnée par :

$$D\nabla^4 w - \omega^2 \rho h w = p(x, y, \omega) + p^{couplage}(x, y, \omega). \tag{28}$$

# 5.1 Impédance de rayonnement inter-modale

Pour cette méthode, on considère les équations du problème dans le domaine fréquentiel :

• conditions de Sommerfeld à l'infini,

- équation de Helmholtz dans le milieu fluide,
- continuité des vitesses à l'interface entre le milieu fluide et la plaque,
- équation du mouvement de la plaque et du baffle.

La transformation de Fourier spatiale 2D des équations précédentes permet d'exprimer la pression de couplage dans le domaine des nombres d'onde, en fonction du déplacement. A partir de la transformée de Fourier inverse spatiale 2D, on obtient la pression de couplage dans le domaine spatial. Après introduction dans l'équation du mouvement de la plaque et projection dans la base modale, on peut exprimer la pression de couplage généralisée en fonction de l'impédance de rayonnement inter-modale :

$$p_{p,q}^{couplage} = \int_{S} p^{couplage}(x, y, \omega) \Phi_{pq}(x, y) \, dS = j\omega \sum_{m,n}^{\infty} a_{mn} Z_{mnpq},$$
(29)

avec

$$Z_{mnpq} = \omega \rho_f \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\hat{\Phi}_{mn}(k_x, k_y) \hat{\Phi}_{pq}(-k_x, -k_y)}{\sqrt{k_{ac}^2 - k_x^2 - k_y^2}} \frac{dk_x}{2\pi} \frac{dk_y}{2\pi},$$
(30)

οù

$$\hat{\Phi}_{mn}(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{mn}(x, y) e^{j(k_x x + k_y y)} \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y.$$
 (31)

Le problème peut donc s'exprimer sous la forme suivante :

$$([K] - \omega^2 [M]) \{a_{mn}\} + j\omega [Z_{mnpq}] \{a_{mn}\} = \{p_{pq}\}.$$
 (32)

### 5.2 Opérateur fluide lourd

La deuxième méthode consiste à calculer l'opérateur fluide lourd à partir de la méthode RIFF. L'équation du mouvement de la plaque peut se mettre sous la forme :

$$\nabla^4 w - k_f^4 w = p + p^{couplage}, \tag{33}$$

où w est le déplacement de la plaque,  $k_f$  le nombre d'onde de flexion de la plaque,  $p_{couplage}$  la pression de couplage et p les pressions extérieures appliquées à la plaque, ici l'écoulement. L'Eq. (33) peut aussi s'écrire :

$$\nabla^4 w - \gamma^4 w = p, (34)$$

avec

$$\gamma^4 = k_f^4 + \frac{p^{couplage}}{w},\tag{35}$$

où  $\gamma^4$  est un nombre d'onde effectif prenant en compte le fluide lourd. Le terme  $\frac{p_{couplage}}{w}$  peut s'exprimer en fonction de l'impédance de rayonnement de la façon suivante :

$$\frac{p^{couplage}}{w} = j\omega \frac{p^{couplage}}{j\omega w} = j\omega Z_R, \tag{36}$$

où  $Z_R$  est l'impédance de rayonnement.

Afin de déterminer l'opérateur fluide lourd, on peut appliquer une force en un point de la structure et utiliser la méthode RIFF sur une zone sans effort. Le second membre de l'Eq. (34) est donc nul :

$$\Delta^2 w - \gamma^4 w = 0, (37)$$

Il est alors possible de déterminer  $\gamma^4$ :

$$\gamma^4 = \frac{\Delta^2 w}{w}.\tag{38}$$

Une fois l'opérateur fluide lourd déterminé, la méthode RIFF est appliquée en utilisant cet opérateur.

# 6 Conclusion

Cette communication présente des résultats qui mettent en évidence la potentialité de la méthode RIFF, pour une application au domaine naval. En effet, la méthode permet d'isoler la composante bas nombres d'onde de l'excitation (partie acoustique). Cependant, dans cette étude, le couplage fluide-structure n'est pas pris en compte, or dans le cas d'un fluide lourd, il n'est plus négligeable. La suite de ces travaux se focalisera donc sur la prise en compte de ce couplage, à partir des méthodes présentées ainsi que sur l'adaptation de la méthode RIFF.

## Remerciements

Cette étude est effectuée dans le cadre de la Chaire VIBROLEG (Vibroacoustique des structures légères), financée par l'IRT Jules Verne (Institut de Recherche Technologique spécialisé dans l'étude des composites, matériaux métalliques et structures hybrides). Les auteurs associent les partenaires industriels et académiques de ce projet : Airbus, Alstom Power, Bureau Veritas, CETIM, Daher, DCNS Research, STX et l'Université du Maine.

# Références

- [1] H. Schlichting and K. Gersten, Boundary-Layer Theory, *Physic and astronomy, MacGraw-Hill*, (2000).
- [2] B. Arguillat, D. Ricot, C. Bailly and G. Robert, Measures wavenumber: Frequency spectrum associated with acoustic and aerodynamic wall pressure fluctuation, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 128: 429-434 (2010).
- [3] W.K. Blake, Mechanics of Flow-Induced Sound and Vibration, Vols. 1 and 2. *Academic Press, New York*, (1986).
- [4] Y.F. Hwang, W.K. Bonness and S.A. Hambric, Comparison of semi-empirical models for turbulent boundary layer wall pressure spectra, *Journal of Sound and Vibration*, 319(1-2): 199-217 (2009).
- [5] M. Goody, Empirical spectral model of surface pressure fluctuations, *AIAA Journal*, 42(9): 1788-1794 (2004).
- [6] G.M. Corcos, Resolution of pressure in turbulence, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 35: 192-199 (1963).
- [7] D. Lecoq, Identification par problème inverse vibratoire des bas nombres d'onde de pressions pariétales turbulentes, *Thèse de doctorat*, *Université du Maine*, (2013).

[8] L.E. Wittig and A.K. Sinha, Simulation of multicorrelated random processes using the FFT algorithm., *The Journal of the Acoustical Society of America*, 58:630 (1975).

- [9] C. Pézerat and J.-L. Guyader, Two inverse methods for localization of external sources exciting a beam, *Acta Acoustica*, 3(1): 1-10 (1995).
- [10] C. Pézerat, Méthode d'identification des efforts appliqués sur une structure vibrante, par résolution et régularisation du problème inverse, *Thèse de doctorat*, *INSA de Lyon*, (1996).
- [11] M.S. Howe, Surface pressures and sound produced by turbulent flow over smooth and rough walls, *Journal of the Acoustical Society of America*, 90: 1041-1047 (1991).