

CFA/VISHNO 2016

**Propagation Elastique dans un Métamatériau
Piézo-magnétique Accordable**

M.-F. Ponge^a, C. Croëne^b, J. Vasseur^c, O. Bou Matar^d, A.-C.
Hladky-Hennion^b et B. Dubus^b

^aI2M - UMR CNRS 52 95 - Département APY, 351 cours de la Libération, 33405
Talence Cedexmarie-Fraise, France

^bIEMN - UMR CNRS 8520 - Département ISEN, 41 Boulevard Vauban, 59046 Lille,
France

^cIEMN - UMR CNRS 8520, Cité Scientifique, 59652 Villeneuve D'Ascq, France

^dIEMN - LEMAC - UMR CNRS 8520, Ecole Centrale de Lille, Cité Scientifique - CS
20048, 59651 Villeneuve D'Ascq Cedex, France
marie-fraise.ponge@u-bordeaux.fr



LE MANS

Les cristaux phononiques et les métamatériaux acoustiques permettent de développer des structures présentant des propriétés de propagation acoustique inhabituelles. Néanmoins, peu d'entre elles ont été intégrées dans des dispositifs fonctionnels car il est difficile de modifier leur bande interdite une fois leurs propriétés élastiques et leur géométrie fixées. Nous étudions un cristal phononique piézomagnétique unidimensionnel accordable. La structure périodique consiste en une juxtaposition de barreaux piézomagnétiques identiques, entourés par une bobine connectée à une impédance extérieure dont le choix permet d'influer sur la propagation dans le cristal. L'équation de dispersion est obtenue à l'aide d'un modèle analytique unidimensionnel. Un modèle additionnel, basé sur un formalisme de matrices de transfert permet de calculer les paramètres de propagation effectifs. Le cristal phononique piézomagnétique présente, en condition de court-circuit, une bande interdite pouvant être modifiée par l'ajout d'une bobine. Par ailleurs, le remplacement de l'impédance extérieure par une capacité provoque l'apparition d'une bande d'hybridation additionnelle due à la résonance du circuit LC constitué par la capacité et l'inductance du matériau piézomagnétique. La valeur de la capacité modifie les limites des bandes interdites et les propriétés de dispersion à l'extérieur des bandes interdites. Le calcul des paramètres effectifs caractéristiques du cristal phononique montre qu'il se comporte comme un métamatériau accordable lorsqu'il est connecté à des capacités.

1 Introduction

Les cristaux phononiques (CP) possèdent des bandes interdites en fréquence et constituent comme un bon moyen de contrôle de la propagation des ondes élastiques pour des applications qui vont de l'isolation acoustique aux filtres et résonateurs miniaturisés pour les technologies des communications. L'inconvénient majeur des CPs est que la bande de fréquences interdites est fixée par la géométrie du cristal et les matériaux qui le constituent. L'utilisation de matériaux actifs comme constituants des CPs permet de contrôler la propagation par modification des champs électriques ou magnétiques externes [1, 2] ou par les conditions aux limites électriques [3]-[6]. Les bandes interdites peuvent alors être accordées en fréquence. Récemment, Hou et al. ont étudié un métamatériau piézocomposite accordable à module d'élasticité équivalent négatif [7]. Notre étude se focalise sur la propagation des ondes élastiques longitudinales dans un CP piézomagnétique contrôlé par des inductances ou capacités extérieures.

Après une description du modèle analytique utilisé pour décrire la propagation dans le cristal piézomagnétique, nous étudions l'effet de l'ajout d'une inductance ou d'une capacité extérieure. Les paramètres effectifs de la propagation sont ensuite calculés à partir d'un modèle d'homogénéisation basé sur la méthode de la matrice de transfert.

2 Modèle analytique

Nous étudions un CP constitué d'éléments piézomagnétiques entourés d'une bobine (voir Figure 1). ℓ , w , et h sont les dimensions de l'élément selon x_1 , x_2 , et x_3 , avec $\ell \gg h$ et $\ell \gg w$. Le cristal piézomagnétique est de la classe cristalline 6mm [8]. Le champ d'aimantation statique externe et la normale aux spires sont dirigés selon x_3 . La cellule élémentaire du cristal est un barreau et seule la propagation des ondes longitudinales selon x_1 est considérée.

L'épaisseur et la largeur de l'élément étant petites comparées à sa longueur, nous considérons seulement la contrainte selon l'axe x_1 . Les déformations S_1 , contraintes T_1 , champ magnétique H_3 , et induction B_3 dépendent donc de x_1 et sont reliés par les équations constitutives du piézomagnétisme [9] :

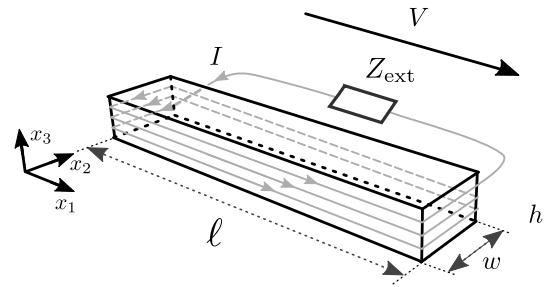


FIGURE 1 – Cellule unitaire du CP. Les éléments sont entourés d'une bobine connectée en série à une impédance extérieure Z_{ext} . $\ell \gg h$ et $\ell \gg w$, et V est la tension aux bornes de la bobine. Le système est 1D périodique selon x_1 .

$$S_1(x_1) = s_{11}^H T_1(x_1) + d_{31} H_3(x_1), \quad (1)$$

$$B_3(x_1) = d_{31} T_1(x_1) + \mu_{33}^T H_3(x_1), \quad (2)$$

où s_{11}^H , d_{31} , et μ_{33}^T sont la constante d'élasticité à champ H constant, la constante piézomagnétique et la constante de perméabilité magnétique à contrainte constante. D'après le théorème d'Ampère suivant un contour perpendiculaire à x_1 constant enlaçant la bobine, le champ magnétique H_3 s'exprime sous la forme :

$$H_3 = \frac{NI}{h}, \quad (3)$$

avec N le nombre de spires et I l'intensité du courant circulant dans la bobine. L'équation (3) montre que H_3 est uniforme dans une cellule unitaire. En dérivant l'équation (1) par rapport à x_1 et en la combinant avec (3) et la loi relation fondamentale de la dynamique,

$$\frac{\partial T_1}{\partial x_1} = \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \quad (4)$$

où u_1 est le champ de déplacement et ρ la masse volumique du matériau piézomagnétique, nous obtenons l'équation d'onde :

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} - \rho s_{11}^H \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = 0. \quad (5)$$

Dans le cas d'une dépendance harmonique en $e^{j\omega t}$, le déplacement à l'intérieur de chaque élément s'écrit :

$$u_1(x_1, t) = u_1(x_1) e^{j\omega t} = (A e^{-jk_1 x_1} + C e^{jk_1 x_1}) e^{j\omega t}, \quad (6)$$

où $k_1 = \omega/v$ est le nombre d'onde, et $v = \sqrt{1/(\rho s_{11}^H)}$ la vitesse des ondes longitudinales dans le barreau piézomagnétique et A et C sont des constantes à déterminer à l'aide des conditions aux limites.

Les conditions périodiques de Bloch-Floquet relient les champs de déplacement et de contrainte des deux côtés de la cellule unitaire :

$$u_1(\ell) = u_1(0)e^{-jk\ell} = u_1(0)\mathcal{X}, \quad (7)$$

$$T_1(\ell) = T_1(0)e^{-jk\ell} = T_1(0)\mathcal{X}. \quad (8)$$

k est le nombre d'onde effectif associé à la propagation dans un CP infini et $\mathcal{X} = e^{-jk\ell}$.

En combinant les conditions de Bloch-Floquet ((7) et (8)), la relation fondamentale de la dynamique (4), l'expression du déplacement (6) et la loi de Faraday,

$$V_{fem} = \frac{d\Phi}{dt}, \quad (9)$$

avec V_{fem} la force électromotrice, on obtient la relation de dispersion [10, 11] :

$$\cos(k\ell) = \frac{\cos(k_1\ell) - \gamma \frac{\sin(k_1\ell)}{k_1\ell}}{1 - \gamma \frac{\sin(k_1\ell)}{k_1\ell}}. \quad (10)$$

$$\gamma = -\left(\frac{k_{31}^2}{1 - k_{31}^2} - \frac{1}{j\omega L_0} + 1\right). \quad (11)$$

où k_{31} est le coefficient de couplage piézomagnétique, tel que :

$$k_{31}^2 = \frac{d_{31}^2}{s_{11}^H \mu_{33}^T}. \quad (12)$$

L'équation de dispersion (10) est similaire à celle obtenue pour les CPs piézoélectriques [6]. Dans le cas du circuit-ouvert ($Z_{ext} \rightarrow \infty$ et $\gamma \rightarrow 0$), le CP se comporte comme un milieu non dispersif homogène.

Dans le cas d'une impédance Z_{ext} de valeur finie, l'équation de dispersion (10) possède alors les solutions triviales $k_1\ell = 2m\pi$ avec $m \in \mathbb{N}$ pour $k\ell = 0$ (point Γ du diagramme de bandes). Les deux premières valeurs correspondent aux fréquences réduites fixes 0 et v/ℓ . Ces solutions ne dépendent pas de la valeur, ni de la nature de l'impédance extérieure connectée à la cellule élémentaire du CP.

En court-circuit ($Z_{ext} = 0$),

$$\gamma = k_{31}^2 / (k_{31}^2 - 1), \quad (13)$$

et la propagation des ondes élastiques est dispersive. Les équations (7), (8), et (3) montrent que les amplitudes du champ magnétique H_3^n et H_3^{n+1} dans les n^{eme} et $(n+1)^{eme}$ éléments sont reliées par $e^{jk\ell}$. H_3 est donc constant dans une cellule mais discontinu aux interfaces. Cette discontinuité crée une densité surfacique de courant due à la somme des courants I_n et I_{n+1} entre les cellules :

$$j_s = H_3^{n+1} - H_3^n = \frac{N(I_n - I_{n-1})}{h}. \quad (14)$$

j_s provoque la réflexion des ondes aux interfaces entre les cellules unitaires et est responsable de l'apparition des bandes interdites.

3 Étude des bandes interdites

L'équation de dispersion (10) montre que la nature de l'impédance extérieure connectée à la bobine influence la propagation des ondes élastiques. Nous étudions en détail son influence sur les fréquences qui délimitent la/les bandes interdites quand les bobines sont en court-circuit, connectées en série à une inductance ou une capacité. Nous considérons des barreaux d'un alliage de terbium dysprosium et fer (Terfenol-D) de longueur $\ell = 1\text{cm}$ dont les propriétés physiques sont [12] : $s_{11}^H = 2.7 \cdot 10^{-11} \text{m}^2 \cdot \text{N}^{-1}$, $d_{31}^H = -5.2 \cdot 10^{-9} \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$, $\mu_{33}^T = 5.53 \cdot 10^{-6} \text{H} \cdot \text{m}^{-1}$ et $\rho = 9.21 \cdot 10^3 \text{k} \cdot \text{m}^{-3}$.

3.1 Bandes interdites dans le cas de bobines en court-circuit

Lorsque les bobines sont court-circuitées, il est possible de déterminer analytiquement les fréquences limites de la bande interdite. Pour $k\ell = \pi$ (point X du diagramme de dispersion), elles sont solutions de l'équation (10) quand $\cos(k\ell) = -1$. Elle peut alors être réécrite sous la forme

$$(\cos(k_1\ell) + 1) \left(1 - \gamma \frac{\tan(k_1\ell/2)}{(k_1\ell/2)}\right) = 0, \quad (15)$$

avec $\gamma = k_{31}^2 / (k_{31}^2 - 1)$. Les fréquences inférieure, $f_1 = v/(2\ell)$, et supérieure, f_2 , sont obtenues respectivement en annulant le premier et le deuxième facteur de la partie gauche de l'égalité (15). Le second facteur s'annule quand :

$$1 = \gamma \frac{\tan\left(\frac{k_1\ell}{2}\right)}{\frac{k_1\ell}{2}} = \gamma \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{f_2}{f_1}\right)}{\frac{\pi}{2} \frac{f_2}{f_1}}. \quad (16)$$

Si la bande interdite est étroite, un développement de Taylor de cette équation transcendantale pour $f_2/f_1 = Y \rightarrow 1$ donne :

$$\gamma = -\frac{\pi}{2} Y \tan\left(\frac{\pi}{2}(Y-1)\right) \approx -\frac{\pi^2}{4}(Y-1) + o(Y-1). \quad (17)$$

La largeur fréquentielle de la bande interdite est donc :

$$\frac{f_2 - f_1}{f_1} \approx -\frac{4\gamma}{\pi^2}, \quad (18)$$

avec $\gamma < 0$ (13). La largeur de la bande interdite en condition de court-circuit est donc directement proportionnelle à γ et est reliée au coefficient piézomagnétique du matériau k_{31} .

3.2 Accordabilité d'une bande interdite de Bragg par ajout d'une inductance

Dans cette section, nous analysons l'influence d'une inductance extérieure, $Z_{ext} = j\omega L_{ext}$, connectée en série avec la bobine qui entoure l'élément piézomagnétique.

Au point X du diagramme de bandes, les fréquences limites de la bande interdite f_1 et f_2 , sont déduites de l'équation de dispersion (16). Elles sont solutions de $\cos(k_1\ell) = -1$ et de l'équation (16) avec :

$$\gamma = \frac{1}{\left(\frac{L_{ext}}{L_0} + 1\right) (k_{31}^2 - 1)}, \quad (19)$$

qui dépend de L_{ext} . Tandis que f_1 , solution de $\cos(k_1\ell) = -1$, ne dépend pas du type d'impédance connectée à la bobine, f_2 , solution de (16) peut-être accordée par L_{ext} .

La figure 2 représente l'évolution des fréquences limites de la bande interdite, f_1 et f_2 , en fonction du rapport entre l'inductance extérieure connectée à la bobine et l'inductance de l'élément piézomagnétique L_0 . Les inductances négatives peuvent être réalisées par l'intermédiaire d'un circuit électrique équivalent.

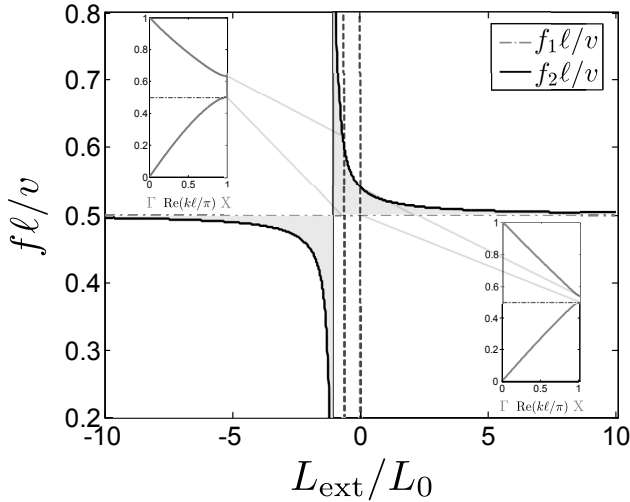


FIGURE 2 – Fréquences limites de la bande interdite en fonction de L_{ext}/L_0 . f_1 (pointillés gris) et f_2 (ligne noire) sont respectivement solutions de $\cos(k_1\ell) = -1$ et de l'équation (16). Deux graphes représentant respectivement les courbes de dispersion pour $L_{ext} = -3L_0/4$ et en condition de court-circuit sont présentés dans les cadrans gauche haut et droite bas. La bande interdite apparaît en gris.

Quand la valeur de l'inductance extérieure est très grande $L_{ext} \rightarrow \pm\infty$ (équivalent à la condition de circuit ouvert), il n'existe pas de bande interdite. Le matériau se comporte comme un matériau homogène. Pour $L_{ext} > -L_0$ (respectivement $L_{ext} < -L_0$), l'augmentation de la fréquence limite supérieure (respectivement, inférieure) de la bande interdite est monotone. $L_{ext} = 0$ correspond à la condition de court-circuit. Le graphe dans le cadran haut gauche, montre que pour une inductance négative telle que $L_{ext} = -3L_0/4$, la bande interdite s'élargit à $[0.5-0.63]f_1/v$. Un pôle de γ est situé en $L_{ext} = -L_0$. Près de cette valeur, de très larges bandes interdites peuvent être obtenues soit vers le haut ou vers le bas du diagramme de bande (en fonction du signe de L_{ext}/L_0). Par exemple quand $f_2 = 0$, i.e. $L_{ext} = L_0/(k_{31}^2 - 1) \approx -1.22L_0$, une large bande interdite entre les fréquences normalisées 0 et 0.5 est obtenue. A la singularité, $f = f_1$, la relation de dispersion se réduit à $\cos(k\ell) = 1$ et donc $k\ell = 2n\pi$ pour toutes les fréquences. Un comportement similaire a été étudié par Kutsenko *et. al* [5] pour un CP piézoélectrique connecté à des capacités.

3.3 Accordabilité d'une bande interdite d'hybridation par une capacité

Lorsque l'on connecte en série une capacité C_{ext} à la bobine, une résonance additionnelle purement électrique de pulsation $\omega_0 = 1/\sqrt{L_0C_{ext}}$ est introduite dans le système.

Comme le matériau est piézomagnétique, cette résonance modifie la propagation des ondes élastiques. Le paramètre γ qui apparaît dans la relation de dispersion (10) est alors égal à :

$$\gamma = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{L_0C_{ext}\omega^2}\right)} \frac{k_{31}^2}{(k_{31}^2 - 1)}. \quad (20)$$

Dans la suite, nous noterons $C_{res} = 1/(L_0\omega_1^2)$ la capacité associée à la fréquence limite fixe de la bande interdite : $f_1 = v/(2\ell)$.

Les fréquences limites des bandes interdites vérifient $\cos(k\ell) = 1$ au point Γ ($k\ell = 0$) et $\cos(k\ell) = -1$ en X. Ces relations sont introduites dans l'équation de dispersion (10). L'équation (10) possède alors trois solutions en Γ et trois solutions en X.

En Γ , les solutions sont les solutions triviales évoquées plus haut, et f_0 (ligne grise sur la figure 3) [11].

En X, les trois solutions sont $f_1 = v/2\ell$ et les solutions de l'équation transcendante (16) avec γ défini par l'équation (20). Elles sont tracées en noir sur la figure 3.

La capacité extérieure est choisie de telle sorte que la fréquence de résonance du circuit L_0C_{ext} constitué de la capacité et de l'élément piézomagnétique, $\omega_0 = 2\pi f_0$, soit du même ordre de grandeur que $\omega_1 = 2\pi f_1 = \pi v/\ell$. La figure 3 représente l'évolution des fréquences limites des bandes interdites en fonction du rapport $f_1/f_0 = \sqrt{C_{ext}/C_{res}}$. Elle montre qu'il existe deux bandes interdites à l'exception du cas $f_1 = f_0$ (i.e. $C_{ext} = C_{res}$). La bande interdite de Bragg (due à la périodicité) existe toujours et a ses limites au point X du diagramme de bande. Une bande d'hybridation supplémentaire due à la résonance électrique introduite dans le système est observée. Sa largeur en fréquence diminue quand la valeur de la capacité extérieure augmente.

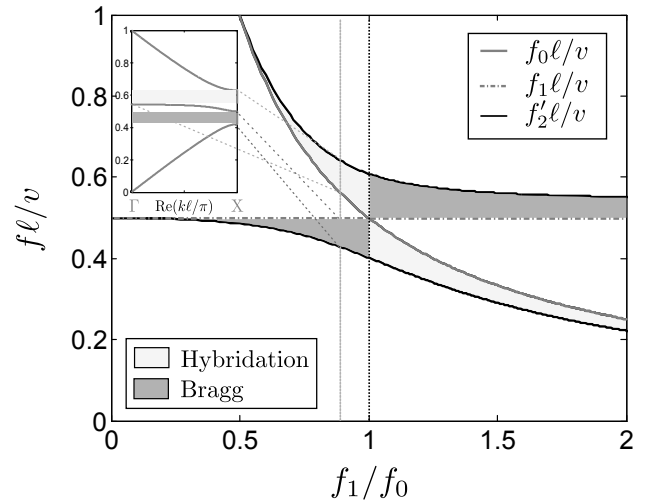


FIGURE 3 – Fréquences limites de la bande interdite en fonction de f_1/f_0 . f_1 est représentée en pointillés gris, f_0 en ligne pleine grise et f_2 , solutions de l'équation (16) avec l'équation (20), en ligne noire. La courbe de dispersion obtenue pour $C_{ext} = 0.85C_{res}$ (avec $C_{res} = 1/(L_0\omega_1^2)$) est représentée en haut à gauche. La bande interdite d'hybridation est représentée en gris clair et la bande interdite de Bragg en gris foncé.

La bande interdite d'hybridation est au dessus de la bande interdite de Bragg quand $C_{ext} < C_{res}$ ($f_1/f_0 < 1$),

et en dessous quand $C_{ext} > C_{res}$ ($f_1/f_0 > 1$), car γ change de signe pour $C_{ext} = C_{res}$. Quand C_{ext} tend vers C_{res} par valeur inférieure ou supérieure, $\gamma \rightarrow \pm\infty$, les deux bandes interdites sont larges et séparées uniquement par une fine bande passante. On pourrait s'attendre à l'existence d'un mode localisé quand $f_0 = f_1$. Cependant, les deux bandes interdites fusionnent pour n'en faire plus qu'une s'étendant de 0.41 à 0.61 (cf. [11] pour la preuve mathématique).

4 Paramètres effectifs

Nous calculons les paramètres effectifs de la propagation par la méthode développée par Kutsenko *et al.* Par analogie avec les CPs piézoélectriques avec conditions aux limites électriques périodiques, il est possible de modéliser la propagation des ondes élastiques dans le CP piézomagnétique sous la forme d'un formalisme de matrice de transfert 2*2 [13]. Le tableau 1 résume l'équivalence entre les paramètres physiques piézoélectriques et piézomagnétiques. La quantité continue dans une cellule élémentaire, mais discontinue aux interfaces est le déplacement électrique D_3 pour le CP piézoélectrique et le champ magnétique H_3 pour le CP piézomagnétique.

TABLEAU 1 – Equivalence entre les quantités physiques des matériaux piézoélectriques et piézomagnétiques pour la méthode des matrices de transfert.

Barreau piézoélectrique [13]	Barreau piézomagnétique
$S_3 = s_{33}^D T_3 + g_{33} D_3$	$S_1 = s_{11}^H T_1 + d_{31} H_3$
$E_3 = -g_{33} T_3 + \beta_{33}^T D_3$	$B_3 = d_{31} T_1 + \mu_{33}^T H_3$
$C_0 = \frac{w h}{\beta_{33}^T (\frac{s_{33}^D}{\beta_{33}^T} + 1)}$	$L_0 = (\mu_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^H}) \frac{w N^2 h}{\ell}$
$K = (g_{33} C_0) / s_{33}^D$	$K = (d_{31} N^2) / (s_{11}^H L_0)$

Les déplacements et contraintes sur les deux faces d'un barreau sont reliés par la matrice de transfert :

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ u_1 \end{pmatrix}_{(\ell)} = m \begin{pmatrix} T_1 \\ u_1 \end{pmatrix}_{(0)} + \frac{e}{j\omega N w} \begin{pmatrix} \tau_{11} \\ \tau_{21} \end{pmatrix}, \quad (21)$$

avec

$$m = \begin{pmatrix} 1 + Z_1/Z_2 & Z_1(2 + Z_1/Z_2) \\ 1/Z_2 & 1 + Z_1/Z_2 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

$$\tau_{11} = -\frac{K}{(h/w)} \frac{Z_1}{Z_2}, \quad \tau_{21} = -\frac{K}{(h/w)} \frac{1}{Z_2}, \quad (23)$$

$Z_1 = -\rho\omega v \tan(k_1 \ell/2)$ et $Z_2 = \rho\omega v / \sin(k_1 \ell) + K^2 L_0 / (h/w)$. $K = (d_{31} N^2) / (s_{11}^H L_0)$. En combinant, $e = Z_{ext} I = Z_{ext} h H_3 / N$, où I est l'intensité dans l'impédance extérieure, avec les équations (3), et (21), on obtient une matrice de transfert qui dépend de Z_{ext} :

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ u_1 \end{pmatrix}_{(\ell)} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ u_1 \end{pmatrix}_{(0)}, \quad (24)$$

avec

$$\begin{cases} M_{11} = m_{11} + \tau_{11} \xi \frac{m_{21}}{1 - \xi \tau_{21}} \\ M_{12} = m_{12} - \xi \tau_{11} (1 + \frac{\tau_{21} \xi - m_{22}}{1 - \tau_{21} \xi}) \\ M_{21} = \frac{m_{21}}{1 - \tau_{21} \xi} \\ M_{22} = \frac{m_{22} - \tau_{21} \xi}{1 - \tau_{21} \xi} \end{cases}, \quad (25)$$

et

$$\xi = -\frac{K}{(\frac{1}{L_0} + \frac{j\omega}{Z_{ext}})}. \quad (26)$$

Un vecteur d'onde effectif k_{eff} et une impédance acoustique effective Z_{eff} , sont calculés à partir des coefficients de la matrice de transfert à l'aide de la méthode décrite dans la référence [14]. Nous nous plaçons dans le cas où la bande interdite d'hybridation se situe très en dessous de la bande interdite de Bragg et un léger amortissement est introduit par le biais d'une résistance placée en série avec la capacité extérieure. Dans notre cas, le terme de Willis noté S_{eff} est nul car la cellule est constituée d'un seul matériau homogène.

$$\cos(k_{eff} L_{Tot}) = \frac{M_{11} + M_{22}}{2}, \quad (27)$$

et

$$Z_{eff} = \frac{\sin(k_{eff} L_{Tot})}{\omega^2 M_{21}}, \quad (28)$$

où L_{Tot} est la longueur totale de l'empilement. Un léger amortissement est introduit par le biais d'une résistance placée en série avec la capacité extérieure. Les paramètres effectifs sont calculés pour un empilement de 15 barreaux et pour deux valeurs de capacités extérieures $C_{ext}^{(1)} = 100C_{res}$ et $C_{ext}^{(2)} = 150C_{res}$.

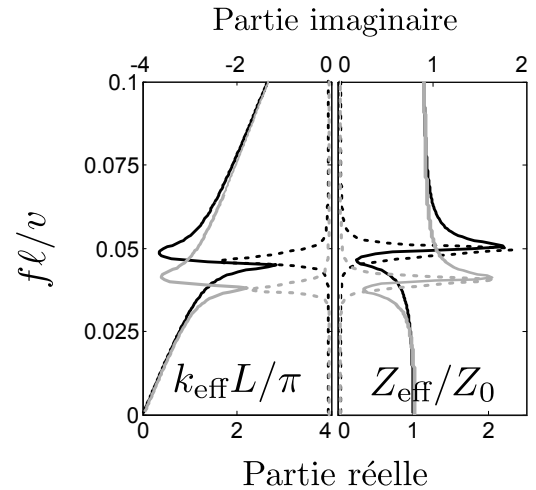


FIGURE 4 – Nombre d'onde effectif normalisé $k_{eff} L_{Tot} / \pi$ et impédance acoustique normalisée Z_{eff} / Z_0 en fonction de la fréquence normalisée pour deux valeurs de capacités extérieures $C_{ext}^{(1)} = 100C_{res}$ (ligne noire) et $C_{ext}^{(2)} = 150C_{res}$ (ligne grise). Les parties réelles et imaginaires sont représentées respectivement en ligne pleine et pointillée.

L'empilement possède 15 cellules élémentaires.

La figure 4 montre les variations du nombre d'onde effectif $k_{eff} L_{Tot} / \pi$ normalisé et de l'impédance acoustique effective normalisée Z_{eff} / Z_0 . Ils présentent une résonance pour des fréquences voisines de la résonance électrique du circuit $L_0 C_{ext}$. Cette résonance est accordable en fonction de la valeur de la capacité extérieure. Le CP piézomagnétique est donc assimilable à un métamatériau accordable pouvant se comporter soit comme un milieu homogène non dispersif, soit comme un milieu résonant, en fonction de la connexion électrique utilisée.

5 CONCLUSION

Un modèle analytique nous a permis d'étudier la propagation d'ondes élastiques dans un CP piézomagnétique connecté périodiquement à des impédances externes. La périodicité des conditions électriques crée une bande interdite de Bragg dont une fréquence limite est fixe. L'autre fréquence limite peut être accordée entre les cas de circuit ouvert et de court-circuit par l'ajout d'une inductance. Plus le coefficient de couplage piézomagnétique est important, plus la bande interdite en fréquence est large. De très larges bandes interdites sont obtenues en connectant des inductances négatives. La largeur maximale pouvant être atteinte est seulement limitée par la possibilité de fabrication d'inductances négatives de valeur proche de L_0 . Le remplacement des inductances par des capacités provoque l'apparition d'une bande interdite d'hybridation en plus de la bande interdite de Bragg. Ces bandes sont accordables par la valeur de la capacité. Lorsque la fréquence de résonance du circuit électrique constitué de la cellule piézomagnétique et de la capacité externe est égale à la fréquence limite fixe de la bande interdite de Bragg, une seule bande interdite large existe. A basses fréquences, le calcul des paramètres homogénéisés montre que le cristal se comporte comme un métamatériau accordable par la valeur de la capacité. La forte dépendance des propriétés physiques des matériaux piézomagnétiques avec l'amplitude du champ d'aimantation externe et permet d'envisager un contrôle mixte basé sur des variations du champ externe et des conditions aux limites électriques.

Remerciements

Ce travail a été financé par l'Agence Nationale de la Recherche (projet MIRAGES ANR-12-BS09-0015).

Références

- [1] O. Bou Matar, J. F. Robillard, J. O. Vasseur, A.-C. Hladky-Hennion, P. A. Deymier, P. Pernod, and V. Preobrazhensky, "Band gap tunability of magnetoelastic phononic crystal," *J. Appl. Phys.* **111**, 054901 (2012).
- [2] Y.-Z. Wang, F.-M. Li, K. Kishimoto, Y.-S. Wang, W.-H. Huang, "Elastic wave band gaps in magneto-electroelastic phononic crystals," *Wave Motion* **46**, 47–56 (2009).
- [3] S. Degraeve, C. Granger, B. Dubus, J. O. Vasseur, M. Pham Thi, A.-C. Hladky-Hennion, "Tunability of a One-Dimensional Elastic/Piezoelectric Phononic Crystal Using External Capacitances," *Acta Acustica* **101**, 494–501 (2015).
- [4] F. Casadei, T. Delpero, A. Bergamini, P. Ermanni, and M. Ruzzene, "Piezoelectric resonator arrays for tunable acoustic waveguides and metamaterials," *J. Appl. Phys.* **112**, 064902 (2012).
- [5] A. A. Kutsenko, A. L. Shuvalov, O. Poncelet, A. N. Darinskii, "Quasistatic stopband and other unusual features of the spectrum of one-dimensional piezoelectric phononic crystal controlled by negative capacitance," *Comptes Rendus Mécanique*, **343** (12), 680–688 (2015).
- [6] S. Degraeve, C. Granger, B. Dubus, J.O. Vasseur, M. Pham Thi, and A.-C. Hladky-Hennion, "Bragg band gaps tunability in an homogeneous piezoelectric rod with periodic electrical boundary conditions," *J. App. Phys.* **115**, 194508 (2014).
- [7] Z. Hou and B. M. Assouar, "Tunable solid acoustic metamaterial with negative elastic modulus," *Appl. Phys. Lett.* **106**, 251901 (2015).
- [8] J. -F. Nye, *Physical Properties of Crystals*, (Clarendon Press, Oxford, 1957), 295–301.
- [9] O.B. Wilson, *Introduction to theory and design of sonar transducers* (Peninsula Publishing, Los Altos Hills, 1988), 94–97.
- [10] M.-F. Ponge, J.O. Vasseur, O. Bou Matar, A.-C. Hladky-Hennion, B. Dubus, "Cristal phononique piézomagnétique à une dimension : contrôle de la propagation par inductance variable", *22^{ème} Congrès Français de Mécanique*, Lyon, 24 au 28 Août 2015.
- [11] M.-F. Ponge, C. Croëne, J. O. Vasseur, O. Bou Matar, A.-C. Hladky-Hennion, B. Dubus, "Control of elastic wave propagation in one-dimensional piezomagnetic phononic crystals", *The Journal of the Acoustical Society of America* (accepté pour publication Janvier 2016).
- [12] F. Claeysen, R. Bossut, D. Boucher, "Modeling and characterization of the magnetostrictive coupling" in *Power transducers for sonics and ultrasonics* (Springer-Verlag, Berlin-Herdelberg, 1991), 132-151.)
- [13] M.-F. Ponge, B. Dubus, C. Granger, J. O. Vasseur, M. Pham Thi, A.-C. Hladky-Hennion, "Theoretical and experimental analyses of tunable Fabry-Perot resonators using piezoelectric phononic crystals," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr.* **62**(6), 1114 – 1121 (2015).
- [14] A. A. Kutsenko, A. L. Shuvalov, O. Poncelet and A. N. Darinskii "Tunable effective constants of the one-dimensional piezoelectric phononic crystal with internal connected electrodes," *J. Acoust. Soc. Am.* **137**(2), 606–616 (2015).