

## CFA/VISHNO 2016

**Estimation des coefficients de cisaillement hors-plan d'un matériau composite par analyse de la biréfringence des ondes de cisaillement**

S. Rakotonarivo, C. Payan, J. Moysan, C. Hochard et J.-P. Charles  
LMA - UPR 7051 - Marseille, 4 impasse Nikola Tesla, 13453 Marseille, France  
sandrine.rakotonarivo@univ-amu.fr



LE MANS

Ce travail porte sur le développement d'une méthode de contrôle non destructif afin de caractériser certaines propriétés d'anisotropie dans un matériau composite par des moyens de contrôle ultrasonore au contact. Cette étude vise à détecter l'orientation des fibres dans un composite présentant un taux de fibre différent selon la direction. L'approche repose sur la mesure de la vitesse des ondes de cisaillement en fonction de leur polarisation à partir de mesures au contact en mode pulse-écho. Le dispositif employé nécessite l'utilisation d'un seul capteur piézo-électrique et présente donc l'avantage d'être facile à mettre en oeuvre. Par ailleurs, la méthode présentée permet d'estimer les coefficients de cisaillement hors-plan en s'affranchissant de l'utilisation d'une mesure de référence. Dans un second temps, la sensibilité de cette technique sur un composite endommagé est testée.

## 1 Introduction

Lorsqu'un matériau composite est endommagé, une baisse de sa rigidité est généralement observée [1, 2]. Cette perte de rigidité, ou facteur d'endommagement, permet de qualifier l'endommagement du matériau à l'échelle macroscopique. Afin de déterminer ce facteur, il est nécessaire de mesurer les constantes de rigidité et de suivre leur évolution. Ce travail propose de développer une méthode de contrôle non invasive par ultrasons en vue de contrôler l'intégrité d'une structure composite par la mesure de ses constantes élastiques. La démarche proposée consiste à caractériser le composite sain et son anisotropie dans un premier temps puis à caractériser l'endommagement dans un second temps grâce à la mesure de constantes élastiques par moyens ultrasonores. Pour ce faire, une approche possible consiste à mesurer les vitesses de propagation des ondes ultrasonores de volume pour diverses directions d'incidence dans le cas d'une plaque composite immergée dans l'eau [3, 4, 5, 6]. Néanmoins, les approches basées sur des mesures en immersion sont difficiles à mettre en oeuvre dans un contexte de mesure in situ. Une autre approche consiste à exploiter les courbes de dispersions des ondes de Lamb à l'aide de mesures au laser [7] ou de transducteurs ultrasonores aériens nécessitant qu'un accès à une seule face de la plaque composite à inspecter [8]. Alternativement, la biréfringence des ondes de cisaillement peut être exploitée pour caractériser des composites [9, 10] à l'aide de mesures ultrasonores au contact et sans contact. Du fait de leur facilité de mise en oeuvre et de la capacité à caractériser des plaques composites, la biréfringence des ondes de cisaillement est exploitée afin d'estimer les modules de cisaillement hors plan. L'approche théorique est présentée dans le paragraphe 2. La méthode est ensuite testée sur des données analytiques et expérimentales dans le second paragraphe puis les possibilités de caractérisation de l'endommagement sont discutées. Enfin, les conclusions et perspectives sont abordées dans la section 4.

## 2 Estimation des coefficients de cisaillement à partir de la biréfringence des ondes de cisaillement

### 2.1 Biréfringence des ondes de cisaillement

Nous supposons que le milieu considéré dans cette étude possède une anisotropie orthotrope. Les plaques composites à renfort de fibres unidirectionnelles ou bidirectionnelles possèdent ce type d'anisotropie lorsque les renforts ne sont pas identiques dans les directions du plan. La propagation de l'onde ultrasonore dans un matériau de symétrie quelconque

est caractérisée par l'équation de Christoffel,

$$c_{ijkl} n_j n_k u_l - \rho V^2 u_k = 0 \quad , \quad (1)$$

où  $V$  représente la vitesse de phase,  $c_{ijkl}$  le tenseur d'ordre 4 des constantes d'élasticité du matériau,  $\rho$  la densité,  $u_{k,l}$  sont les composantes du vecteur déplacement (polarisation), et  $n_{j,k}$  sont les composantes du vecteur unitaire dans la direction de propagation de l'onde ultrasonore. Les vitesses de phase et les polarisations sont déterminées à partir des valeurs propres et vecteurs propres du tenseur  $\Gamma_{il} = c_{ijkl} n_j n_k u_l$ . Lorsque la propagation de l'onde ultrasonore est limitée dans la direction 3 (voir figure 1) alors  $n_3=1$  et  $n_{1,2}=0$ . En substituant ces valeurs dans le calcul du déterminant de l'équation de Christoffel, il vient,

$$(c_{55} - \rho V^2) u_1 = 0, (c_{44} - \rho V^2) u_2 = 0, (c_{33} - \rho V^2) u_3 = 0. \quad (2)$$

Les 2 relations impliquant les coefficients d'élasticité  $c_{55}$  et  $c_{44}$  dans les équations 2 correspondent aux ondes de cisaillement polarisées selon les directions **1** et **2** (voir figure 1). Ces coefficients sont liés à la proportion de fibres dans chacune des directions et sont définis de telle sorte que  $c_{44} > c_{55}$  et que  $c_{44}$  corresponde à la direction **2**. Dans le milieu de l'ingénierie, les propriétés élastiques d'un matériau sont décrites en terme de module d'Young, coefficient de poisson, modules de cisaillement, coefficients de Lamé. Pour un matériau orthotrope, les constantes d'élasticité de cisaillement sont telles que [11]  $c_{44} = G_{23}$  et  $c_{55} = G_{13}$ , où  $G_{23}$  et  $G_{13}$  sont les modules de cisaillement dans les plans perpendiculaires aux directions **2** et **1**, et sont encore appelés modules de cisaillement hors plan. Une onde de

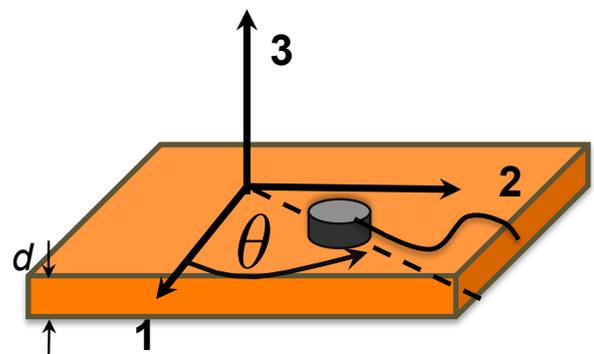


FIGURE 1 – Schéma de la configuration de mesure.

cisaillement polarisée selon la direction  $\theta$  (voir figure 1) est la superposition de 2 ondes de cisaillement : l'onde polarisée selon la direction **1** et celle polarisée selon la direction **2**,

$$\vec{u}_s(z, t) = U_{s1} \vec{e}_1 \sin(\omega t - k_1 z) + U_{s2} \vec{e}_2 \sin(\omega t - k_2 z) \quad . \quad (3)$$

où  $z$  est la distance parcourue dans le matériau,  $k_1$  et  $k_2$  sont les nombres d'onde et,  $\vec{e}_1$  et  $\vec{e}_2$  sont les vecteurs unitaires selon les directions **1** et **2**. Les amplitudes  $U_{s1}$  et  $U_{s2}$  sont fonction de l'angle de polarisation de l'onde transmise et sont telles que,

$$U_{s1} = U_0 \cos \theta, U_{s2} = U_0 \sin \theta \quad . \quad (4)$$

Après quelques manipulations mathématiques impliquant les formulations 4 et 3, le déplacement mesuré en mode pulse écho sur une plaque composite d'épaisseur  $d$  est de la forme [9],

$$U_s(G_{13}, G_{23}, \rho, d, f, \theta) = U_\Phi \exp(i\omega t + i\Phi) \quad , \quad (5)$$

où le module s'exprime selon,

$$U_\Phi = U_0 \sqrt{\cos^4 \theta + \sin^4 \theta + 2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta \cos(\Delta\phi)} \quad , \quad (6)$$

et la phase selon

$$\Phi = \tan^{-1} \left( \frac{\sin^2 \theta \sin(\Delta\phi)}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos(\Delta\phi)} \right) \quad . \quad (7)$$

Les deux termes des équations 6 et 7 vont fluctuer en fonction de la différence de propriétés entre les modules de cisaillement  $G_{13}$  et  $G_{23}$  au travers de leur dépendance au facteur  $\Delta\phi$  :

$$\Delta\phi = 2d(k_1 - k_2) = 2d \left( \frac{\omega}{\sqrt{G_{13}/\rho}} - \frac{\omega}{\sqrt{G_{23}/\rho}} \right) \quad . \quad (8)$$

## 2.2 Méthode d'estimation des modules de cisaillement

Afin d'estimer les modules de cisaillement  $G_{13}$  et  $G_{23}$  à partir des signaux mesurés en mode pulse écho, les signaux sont analysés dans le domaine fréquentiel. Les valeurs de  $G_{13}$  et  $G_{23}$  sont obtenus par minimisation au sens des moindres carrés de la fonction de coût

$$F(G_{13}, G_{23}) = \frac{\int_{f_0}^{f_f} \int_0^{2\pi} df d\theta |U_{sMod} - U_{sObs}|^2}{\int_{f_0}^{f_f} \int_0^{2\pi} df d\theta |U_{sObs}|^2} \quad . \quad (9)$$

Le terme  $U_{sMod}$  correspond au modèle de déplacement calculé à partir des formules 5, 6 et 7 et  $U_{sObs}$  correspond au déplacement reconstruit à partir des informations de phases et de modules extraites des données expérimentales. Du fait de la présence de minima locaux sur la fonction de coût 9, une méthode d'optimisation globale par recherche directe est employée.

## 3 Résultats simulés et expérimentaux

### 3.1 Application de la méthode sur données simulées

La biréfringence des ondes de cisaillement est tout d'abord illustrée sur une simulation d'un matériau présentant les caractéristiques suivantes : des modules de cisaillement  $G_{13} = 4,5$  GPa et  $G_{23} = 5$  GPa, une densité  $\rho = 1819$  kg/m<sup>3</sup> et une épaisseur  $d = 2,13$  mm. Ce matériau pourrait

s'apparenter au composite stratifié tissé déséquilibré à fibres de verre/matrice epoxy qui sera présenté dans le paragraphe suivant. Les variations de phases et de modules en fonction de l'angle de polarisation sont illustrées sur la figure 2 à la fréquence de 1,8 MHz puis sur la plage de fréquences entre 0,8 MHz et 2,8 MHz sur la figure 3. La variation de phase et donc de vitesse est la plus importante pour la polarisation à 90° direction dans laquelle le module de cisaillement est le plus important. On note sur la figure 3 que la biréfringence évolue en fonction de la fréquence avec une augmentation des variations de phases et de modules.

Ces informations de phases et de modules en fonction de la fréquence sont combinées afin d'estimer les modules de cisaillement selon l'approche décrite dans le paragraphe 2.2. La fonction de coût est minimisée pour des valeurs de modules de cisaillement :  $G_{e,13} = 4,5$  GPa et  $G_{e,23} = 5$  GPa avec une erreur mesurée par la fonction de coût  $F = 7,84 \cdot 10^{-4}$ . Ces valeurs correspondent bien aux valeurs initiales de modules de cisaillement du matériau.

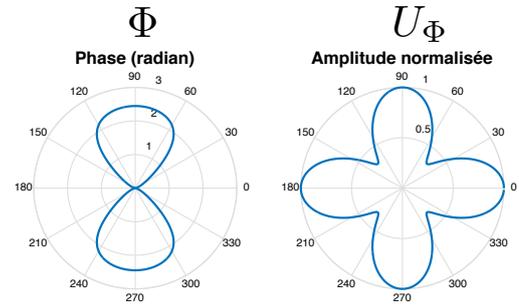


FIGURE 2 – Figures de biréfringence à 1,8 MHz. La phase est normalisée par rapport à la phase dans la direction de polarisation 0°. L'amplitude  $U_\Phi$  est normalisée par l'amplitude de  $U_\Phi$  pour  $\theta = 0^\circ$ .

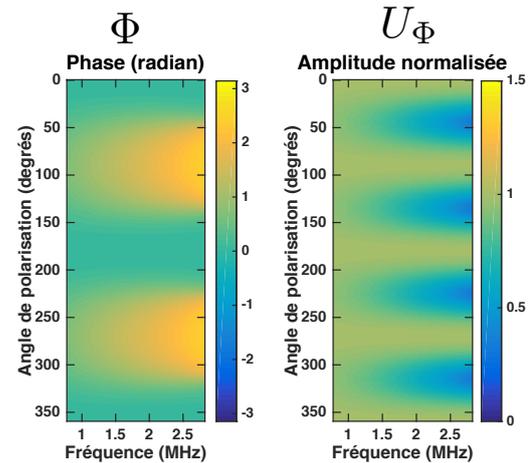


FIGURE 3 – Figure de biréfringence en fonction de la fréquence. La phase est normalisée par rapport à la phase dans la direction de polarisation 0°. L'amplitude  $U_\Phi$  est normalisée par l'amplitude de  $U_\Phi$  pour  $\theta = 0^\circ$ .

### 3.2 Estimation des coefficients de cisaillement sur un stratifié tissé déséquilibré fibre de verre/epoxy

La biréfringence des ondes de cisaillement est mesurée sur une éprouvette composite stratifiée  $[90]_6$  comportant des plis tissés déséquilibrés à fibre de verre/matrice epoxy. L'éprouvette comporte 83% de fibres de verres orientées dans la direction **1** (= polarisation à  $90^\circ$ ) et 17% de fibres de verre orientées selon **2** (= polarisation à  $0^\circ$ ). Sa densité est  $\rho = 1819 \text{ kg/m}^3$  et son épaisseur est  $d = 2,32 \text{ mm}$ . Les mesures sont effectuées avec un capteur piézo-électrique 2,25 MHz au contact en mode pulse écho pour des angles de polarisation compris entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$  avec un pas de  $15^\circ$ . Les signaux temporels mesurés sont illustrés sur la figure 4. Les 2 premiers échos correspondant au 2 premiers temps de trajet aller-retour sont sélectionnés par fenêtrage. Ensuite les phases et modules sont extraits à partir de leur transformée de Fourier respective (voir figure 5, courbe noir).

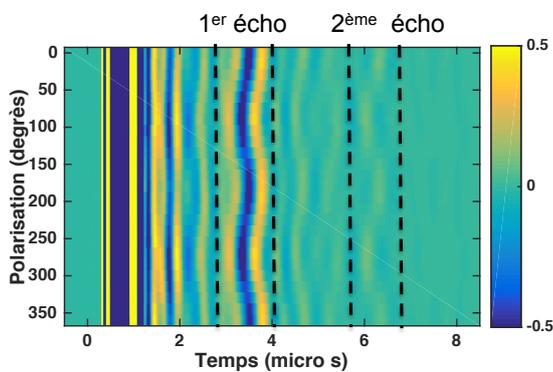


FIGURE 4 – Signaux temporels mesurés en fonction de la polarisation de l'onde de cisaillement

La minimisation de la fonction de coût définie en 9 fournit les estimations suivantes pour les modules de cisaillement :  $G_{e,13} = 4,795 \text{ GPa}$  et  $G_{e,23} = 5,315 \text{ GPa}$  avec une erreur mesurée par la fonction de coût  $F = 0,07885$ . Ces valeurs de module de cisaillement n'ont pu être confrontées à des valeurs théoriques ou valeurs de cisaillement obtenues par des essais mécaniques tierces du fait de la difficulté d'accès aux paramètres de cisaillement hors plan.

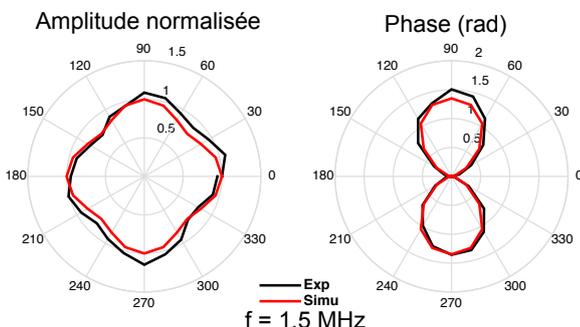


FIGURE 5 – Comparaisons des figures de biréfringence expérimentales et reconstruites à 1,5 MHz.

Cependant, sous l'hypothèse d'isotropie, un ordre de grandeur du module de cisaillement de l'ordre de 5 GPa est obtenu à partir de la connaissance des modules d'Young de l'éprouvette [2]. Les figures de biréfringence reconstruites à partir des estimations de  $G_{13}$  et  $G_{23}$  et celles mesurées

montrent un très bon accord aussi bien en terme de phase que d'amplitude (voir figures 5, 6 et 7). De plus, les valeurs estimées montrent un module de cisaillement plus important dans la direction **2**. Cette tendance est en accord avec le taux de fibres de verres orientées selon **1** plus élevé. Ces remarques confirment la pertinence des valeurs de cisaillement estimées.

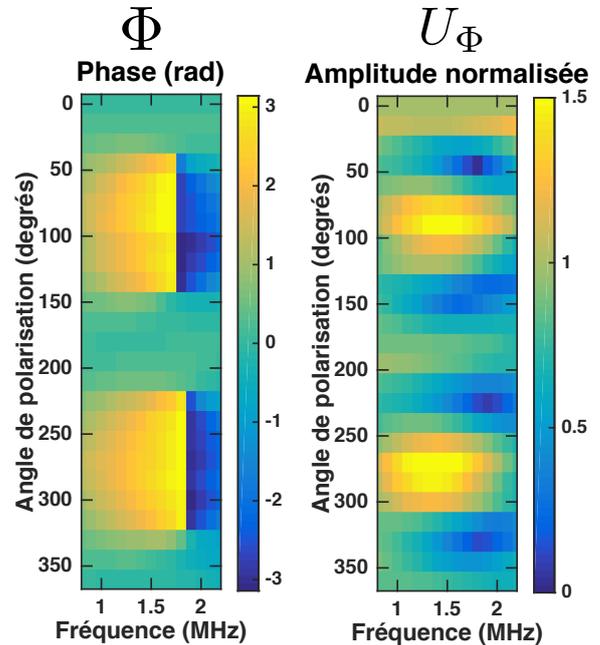


FIGURE 6 – Figures de biréfringence en fonction de la fréquence mesurées sur le premier écho des données expérimentales

### 3.3 Sensibilité de la biréfringence à l'endommagement

Selon le même protocole que décrit dans le paragraphe précédent, la biréfringence des ondes de cisaillement est mesurée sur un composite stratifié  $[-60; +60]_s$  comportant des plis unidirectionnels à fibres de carbone/matrice epoxy. Les mesures sont effectuées sur une éprouvette saine et une éprouvette endommagée par fatigue avec un taux d'endommagement de 0,7. Les deux éprouvettes ont une même épaisseur de 1,38 mm. Les figures de biréfringence mesurées pour chaque cas, composite sain et endommagé, sont comparées sur la figure 7. Ces premiers résultats montrent que les variations d'amplitude sont plus faibles pour l'éprouvette endommagée tandis que la phase aurait tendance à augmenter avec l'endommagement et donc irait dans le sens d'une diminution de la vitesse de phase des ondes de cisaillement. Ces remarques sont en cohérence avec la présence de micro-fissures/fissures qui ont pour effet de réduire la vitesse des ondes ultrasonores et donc de la rigidité et d'augmenter l'atténuation des ondes.

## 4 Conclusions et perspectives

Une méthode de caractérisation de l'anisotropie d'un matériau composite à l'aide de mesures ultrasonores au contact des ondes de cisaillement a été présentée. L'approche est basée sur l'analyse de la biréfringence des

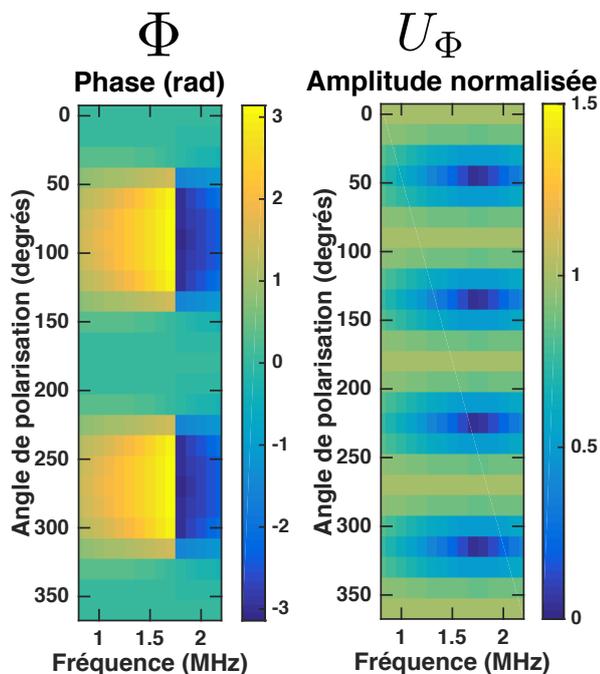


FIGURE 7 – Figures de biréfringence en fonction de la fréquence reconstruites pour le premier écho à partir des modules de cisaillement estimés.

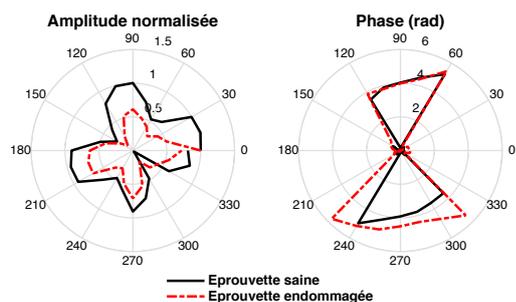


FIGURE 8 – Comparaisons des figures de biréfringence mesurées à 2 MHz sur une éprouvette fibre de carbone/epoxy saine et endommagée par fatigue avec un facteur d'endommagement  $d=0,7$ .

ondes de cisaillement, à savoir les variations d'amplitude et de phase en fonction de l'angle de polarisation et consiste à estimer les modules de cisaillement hors plan  $G_{13}$  et  $G_{23}$ , ou de façon équivalente les coefficients d'élasticité  $c_{44}$  et  $c_{55}$ . La méthode présentée s'affranchit de l'utilisation d'une mesure de référence dans l'eau. Les signaux sont normalisés par rapport à leur valeur à une polarisation de référence (généralement  $0^\circ$ ). Ainsi, la mesure sur l'éprouvette étant normalisée par rapport à une mesure sur cette même éprouvette, la méthode est robuste vis-à-vis du phénomène de dispersion causée par l'atténuation des ondes dans l'épaisseur du composite. Les résultats expérimentaux montrent un bon accord avec les taux de fibres différents selon les directions du composite. La suite des travaux s'attachera à valider quantitativement les résultats expérimentaux et poursuivre l'analyse sur l'exploitation de la biréfringence pour caractériser l'endommagement.

## Références

- [1] Y Thollon and Ch Hochard. A general damage model for woven fabric composite laminates up to first failure. *Mechanics of Materials*, 41(7) :820–827, 2009.
- [2] Yannick Thollon. *Analyse du comportement à rupture de composites stratifiés constitués de plis tissés sous chargements statique et de fatigue*. PhD thesis, Aix-Marseille Université, Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille, 2010.
- [3] MF Markham. Measurement of the elastic constants of fibre composites by ultrasonics. *Composites*, 1(2) :145–149, 1969.
- [4] Bernard Castagnede, James T Jenkins, Wolfgang Sachse, and Stéphane Baste. Optimal determination of the elastic constants of composite materials from ultrasonic wave-speed measurements. *Journal of Applied Physics*, 67(6) :2753–2761, 1990.
- [5] SI Rokhlin and W Wang. Double through-transmission bulk wave method for ultrasonic phase velocity measurement and determination of elastic constants of composite materials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 91(6) :3303–3312, 1992.
- [6] Christophe Aristégui and Stéphane Baste. Optimal recovery of the elasticity tensor of general anisotropic materials from ultrasonic velocity data. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 101(2) :813–833, 1997.
- [7] T-T Wu and Y-H Liu. On the measurement of anisotropic elastic constants of fiber-reinforced composite plate using ultrasonic bulk wave and laser generated lamb wave. *Ultrasonics*, 37(6) :405–412, 1999.
- [8] M Castaings and B Hosten. Lamb and sh waves generated and detected by air-coupled ultrasonic transducers in composite material plates. *Ndt & E International*, 34(4) :249–258, 2001.
- [9] Igor Solodov, Klaus Pfeleiderer, Daniel Döring, and Gerd Busse. Nondestructive evaluation of anisotropy in composite materials via acoustic birefringence. *Research in Nondestructive Evaluation*, 19(3) :129–143, 2008.
- [10] Peter Fey and Marc Kreuzbruck. Quantification of fatigue state in cfrp using ultrasonic birefringence. In *42ND ANNUAL REVIEW OF PROGRESS IN QUANTITATIVE NONDESTRUCTIVE EVALUATION : Incorporating the 6th European-American Workshop on Reliability of NDE*, volume 1706, page 050007. AIP Publishing, 2016.
- [11] Stanislav Rokhlin, Dale Chimenti, and Peter Nagy. *Physical ultrasonics of composites*, chapter 1. Oxford University Press, 2011.