

CFA/VISHNO 2016

Description des mécanismes vibro-acoustiques d'une table d'harmonie de piano par une approche analytique

B. Trevisan, K. Ege et B. Laulagnet
INSA Lyon, 25 bis, avenue Jean Capelle, 69621 Villeurbanne, France
benjamin.trevisan@insa-lyon.fr



LE MANS

L'étude des structures raidies est un sujet de recherche récurrent. En effet, celles-ci sont présentes dans de nombreuses applications industrielles mais également dans la facture instrumentale. La table d'harmonie de piano constitue ainsi un exemple typique de ces structures et propose par ailleurs les particularités suivantes : une plaque orthotrope en bois non rectangulaire, raidie par de multiples barres droites dans une direction et par deux barres courbes dans une direction quasi-perpendiculaire. En prenant comme point de départ une plaque simplement supportée rectangulaire orthotrope dite « spéciale » dans laquelle la table est inscrite, la forme de la table d'harmonie est recrée par ajout d'une densité de ressorts ponctuels dans le domaine complémentaire. De cette manière, il est possible de déterminer le comportement vibratoire de l'instrument ainsi que le rayonnement acoustique à partir des impédances de rayonnement d'une plaque simplement supportée bafflée. Ce modèle analytique simplifié est représentatif des phénomènes constatés dans la littérature tout en étant particulièrement bien adapté aux études paramétriques. Ainsi, il met en lumière les phénomènes de localisations spatiales de vibration inhérents à la conception de l'instrument, et permet aussi d'étudier l'influence des différents paramètres structurels et mécaniques sur la mobilité le long des chevalets, la puissance rayonnée ou encore le coefficient de rayonnement.

1. Introduction

Longtemps conçus de manière empirique, les instruments de musique sont aujourd'hui un sujet de recherche de plus en plus courant en raison des aspects perceptif et subjectif du son produit. En effet, de nombreux paramètres influencent leurs timbres, depuis les bois utilisés [1] jusqu'aux spécifications liées au design de l'instrument.

La table d'harmonie de piano joue un rôle prépondérant dans le fonctionnement de l'instrument. En effet, les cordes étant de sections trop faibles pour rayonner efficacement par elles-mêmes, leur vibration est transmise à la table via le chevalet qui fait alors office de radiateur acoustique efficace.

Cette structure au comportement large bande a été étudié à de nombreuses reprises par Fletcher, Weinrech, Kindel [2–4], Suzuki, Conklin, Giordano [5–8], Dérogis, Berthaut, Bensa [9–11] et plus récemment [12–17].

Les problèmes liés à la table d'harmonie de piano sont d'ordre purement musicaux. Parmi les principales difficultés rencontrées par les facteurs de piano, citons la recherche d'un bon compromis « sustain » / puissance rayonnée et la pauvreté harmonique des notes aiguës.

Dans l'optique d'apporter des éléments de réponses, l'analyse de l'influence des superstructures sur le comportement vibro-acoustique de l'instrument est réalisée via un modèle basé sur une approche variationnelle et sur l'utilisation judicieuse des modes de plaque non raidie orthotrope associés. Cette méthode évite toute discrétisation de l'objet et se veut être une alternative aux méthodes d'analyse numérique telle que la FEM-BEM, coûteuses en ressources numériques.

En conséquence, le modèle permet de réaliser facilement des études paramétriques, et par exemple, de mettre en lumière l'influence des barres et des chevalets sur le rayonnement acoustique de la table d'harmonie et plus généralement sur tout type de structures orthotropes raidies.

2. Formulation théorique

L'orientation des fibres du bois ainsi que les contours non rectangulaires font partie des caractéristiques inhérentes des tables d'harmonie de piano. En effet, les fibres sont orientées dans la direction perpendiculaire aux barres, soit quasi parallèle aux chevalets comme le montre la Figure 1 du haut.

On note E_x , le module de Young fort dans la direction des fibres, E_y , le module de Young faible et θ l'angle d'orthotropie. La Figure 1 du bas présente la géométrie

simplifiée dans la suite de ce papier. Les chevalets ainsi que les barres de mouchoirs sont exactement parallèles aux fibres du bois.

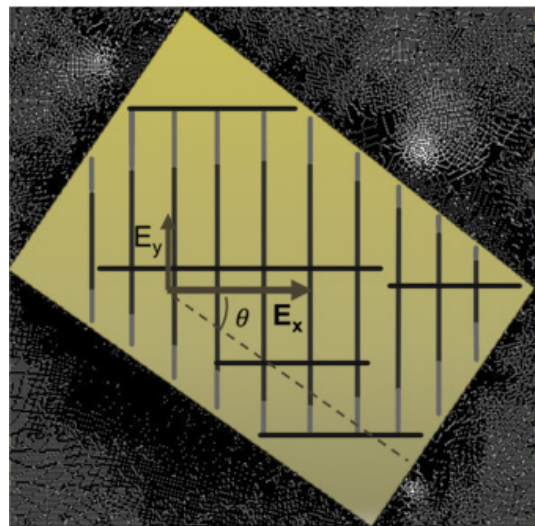
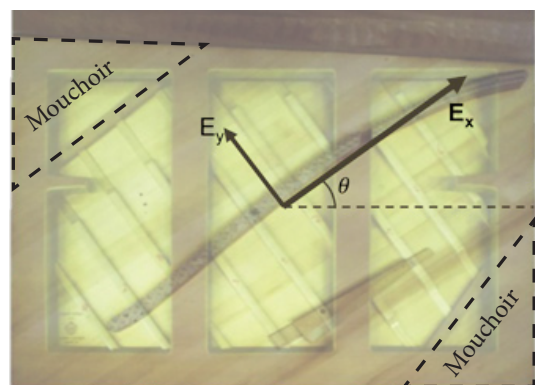


Figure 1 – Table d'harmonie du piano droit Pleyel P131. En haut : table réelle ; En bas : table modélisée.

2.1. Angle d'orthotropie et contours quelconques

Le modèle prend comme point de départ une plaque rectangulaire dans laquelle la table d'harmonie peut être inscrite comme le montre la Figure 1 du bas, et dont les axes principaux d'orthotropie sont parallèles aux bords de plaque. Par ajout d'une densité de ressorts ponctuels (surface noire sur la Figure 1) afin de bloquer le déplacement transversal de la plaque, nous recréons à la

fois les contours non rectangulaires ainsi que l'angle d'orthotropie.

Via une approche variationnelle nous exprimons la fonctionnelle de Hamilton du système plaque / ressort. La plaque respecte les hypothèses de milieu mince de Love-Kirchhoff. Nous invitons tout lecteur intéressé par de plus amples détails sur les hypothèses cinématiques associées à consulter [18] auquel cette communication fait suite. L'Hamiltonien d'une telle plaque peut être facilement trouvé dans la littérature [19]. Nous considérons une densité de ressorts couplés à la plaque aux coordonnées (x_s, y_s) . Nous donnons pour une plaque avec un nombre N_s de ressorts l'Hamiltonien suivant :

$$H_{\text{plaque}} = \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} \int_{x=0}^{L_x} \int_{y=0}^{L_y} \rho h w^2 - (D_1 w_{xx}^2 + D_3 w_{yy}^2 + D_2 w_{xx} w_{yy} + D_4 w_{xy}^2) dx dy dt + \sum_{s=1}^{N_s} \int_{t_0}^{t_1} -\frac{1}{2} \int_{x=0}^{L_x} \int_{y=0}^{L_y} k w^2(x, y) \delta(x - x_s) \delta(y - y_s) dx dy dt \quad (1)$$

avec $[t_0; t_1]$ un intervalle de temps arbitraire ; L_x et L_y les dimensions de la plaque ; ρ sa masse volumique ; h son épaisseur ; $D_1 = \frac{E_x h^3}{12(1-\nu_{xy}\nu_{yx})}$, $D_3 = \frac{E_y h^3}{12(1-\nu_{xy}\nu_{yx})}$, $D_2 = \frac{\nu_{yx} E_x h^3}{6(1-\nu_{xy}\nu_{yx})}$ et $D_4 = \frac{G_{xy} h^3}{3}$ les rigidités dynamiques ; ν_{xy} et $\nu_{yx} = \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x}$ les coefficients de Poisson ; w le déplacement transversal de la plaque k la rigidité des ressorts. L'application de Dirac δ rend les ressorts ponctuels.

Initialement les conditions aux limites appliquées à la plaque sont de type simplement supporté. Avec un nombre de ressorts et une raideur suffisante, il est ainsi possible de recréer des modes de type encastré.

2.2. Superstructures : barres et chevalets

La modélisation des superstructures est une extension de celle proposée dans [18]. Elle permet de coupler à la plaque des barres droites, de dimensions (longueur, largeur, hauteur) et de matériaux différents ainsi que le déport par rapport au feuillet moyen de la plaque.

Les dimensions des barres, des chevalets ainsi que des barres de mouchoirs ont été mesuré sur une table d'harmonie de Pleyel P131 à notre disposition. Les barres ont par ailleurs la particularité d'être décroissante au niveau de leurs extrémités afin d'apporter de la souplesse au niveau des bords de la table d'harmonie comme présenté Figure 2-a.

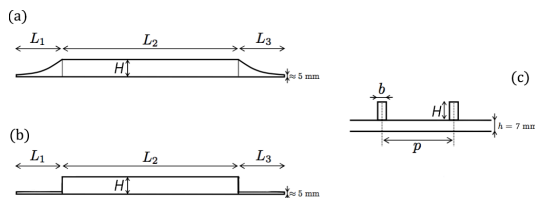


Figure 2 – Description des barres. a) Vue en coupe d'une véritable barre. b) Vue en coupe d'une barre simplifiée utilisée dans le modèle. c) Vue de front partiel de la table.

Dans le modèle, cette décroissance progressive de la hauteur n'est pas prise en compte. Nous considérons que les barres passent directement d'une hauteur H en leur partie centrale à une hauteur de 5mm. Voir Figure 2-b.

Les conditions aux limites sont appliquées au feuillet moyen de la plaque. Les barres et les chevalets sont liés à la

plaque par une double continuité en déplacement et en rotation à chaque interface. De plus, ces dernières sont considérées de faibles hauteurs, négligeant ainsi les phénomènes de gauchissement. Par conséquent, la plaque gouverne le mouvement global du système et son champ de déplacements peut être étendu aux superstructures. Ainsi, en plus d'une continuité à l'interface, les champs de déplacements dans une section barre / plaque sont linéaires.

Pour chaque superstructure, les phénomènes de flexion et de torsion sont pris en compte. On donne alors la fonctionnelle de Hamilton pour la partie centrale d'une barre (de hauteur H) et d'un chevalet liés à la plaque en x_r et y_c :

$$H_{\text{barre}} = \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} \int_{x=0}^{L_x} \int_{y=y_i}^{y_f} \left([\rho_r (I_f w_y^2 + b H w^2) - E_r I_r w_{yy}^2] + [\rho_r I_g w_x^2 - G_r I_g w_{xy}^2] \right) \delta(x - x_r) dx dy dt \quad (2)$$

$$H_{\text{chevalet}} = \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} \int_{x=x_i}^{x_f} \int_{y=0}^{L_y} \left([\rho_c (I_f w_x^2 + b_c H_c w^2) - E_c I_f w_{xx}^2] + [\rho_c I_{gc} w_y^2 - G_c I_{gc} w_{xy}^2] \right) \delta(y - y_c) dx dy dt \quad (3)$$

avec $I_f = \frac{b}{3} [(h/2 + H)^3 - (h/2)^3]$ et $I_g = I_f + \frac{Hb^3}{12}$.

Le Tableau 1 récapitule tous les termes des équations précédentes. Finalement, la fonctionnelle de la table d'harmonie s'exprime par :

$$H_{\text{TH}} = H_{\text{plaque}} + \sum_{r=1}^{N_r} H_{\text{barre}}^{(r)} + \sum_{b=1}^{N_b} H_{\text{chevalet}}^{(b)} \quad (4)$$

Tableau 1 – Description des constantes utilisées dans les fonctionnelles de Hamilton.

| | | | |
|-----------------|--------------------------------------|---------------------|---|
| L_x | Longueur de la plaque | L_y | Largeur de la plaque |
| ρ | Masse volumique de la plaque | h | Épaisseur de la plaque |
| D_i | Rigidités dynamiques de la plaque | ρ_r | Masse volumique d'une barre |
| E_r | Module de Young d'une barre | H | Hauteur d'une barre |
| b | Largeur d'une barre | I_f | Moment d'inertie de flexion d'une barre |
| G_r | Module de cisaillement d'une barre | I_g | Moment d'inertie de torsion d'une barre |
| E_c | Module de Young d'un chevalet | H_c | Hauteur d'un chevalet |
| b_c | Largeur d'un chevalet | I_{fc} | Moment d'inertie de flexion d'un chevalet |
| G_c | Module de cisaillement d'un chevalet | I_{gc} | Moment d'inertie de torsion d'un chevalet |
| ρ_c | Masse volumique d'un chevalet | H_{plate} | Hamiltonien de la plaque |
| H_{nb} | Hamiltonien d'une barre | H_{bridge} | Hamiltonien d'un chevalet |

2.3. Décomposition modale

Via une décomposition modale sur la base des modes propres d'une plaque simplement supportée, le déplacement transversal est écrit comme une combinaison linéaire des modes de plaque pondérés par les amplitudes modales $a_{mn}(t)$:

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{mn}(t) \phi_{mn}(x, y) \quad \forall x \in [0; L_x] \text{ et } y \in [0; L_y] \quad (5)$$

avec $\phi_{mn}(x, y) = \sin\left(\frac{m\pi}{L_x} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_y} y\right)$.

En injectant la décomposition modale (5) dans (4), nous exprimons la fonctionnelle uniquement en fonction du

couple de variables $[a_{mn}(t), \dot{a}_{mn}(t)]$. En appliquant le principe de moindre action, cela nous mène à une expression matricielle du problème :

$$\begin{aligned} & \{\bar{M}^{plaque} + \bar{M}^{ressorts} + \bar{M}^{barres} + \bar{M}^{chevalets}\} \ddot{\vec{a}} \\ & + \{\bar{K}^{plaque} + \bar{K}^{ressorts} + \bar{K}^{barres} + \bar{K}^{chevalets}\} \vec{a} = \vec{0} \end{aligned} \quad (6)$$

La résolution du problème aux valeurs propres associé permet de déterminer les fréquences propres de la table d'harmonie, ses déformées modales et la matrice de transfert \bar{T} entre la base simplement supportée et la base des modes de table d'harmonie que l'on nommera également par la suite base raidie. On donne par ailleurs la relation liant ces deux bases, avec \vec{a} et \vec{b} les vecteurs des amplitudes modales respectivement dans la base initiale et dans la base raidie :

$$\vec{a} = \bar{T} \vec{b} \quad (7)$$

Finalement, les déformées modales de la table d'harmonie sont retrouvées par combinaison linéaire des modes de plaque simplement supportée rectangulaire :

$$\begin{aligned} \Phi^{(i)}(x, y) &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{mn}^{(i)} \phi_{mn}(x, y) \\ \forall x \in [0; L_x] \text{ and } y \in [0; L_y] \end{aligned} \quad (8)$$

avec (i) désignant une colonne de la matrice des vecteurs propres. Notons que la précision des résultats dépend directement de la troncature sur les ordres M et N dans la décomposition modale (5). Dans la suite, ces troncatures sont fixées à (M,N)=(80,60) de façon à assurer la convergence du calcul.

2.4. Réponse forcée

Nous considérons un effort sinusoïdal harmonique ponctuel en (x_e, y_e) d'amplitude 1N. En suivant la même approche, on détermine le vecteur des amplitudes modales \vec{F}_{gen} (second membre de (5)) dont les composantes sont définies par :

$$F_{pq} = \phi_{pq}(x_e, y_e) \quad (9)$$

Afin de déterminer la réponse de la table d'harmonie, nous choisissons de résoudre le problème dans la base raidie. En utilisant (7) le système matriciel (5), devient diagonal :

$$-\omega^2 \bar{M}_{TH} \vec{b}(\omega) + j\omega \bar{C} \vec{b}(\omega) + \bar{K}_{TH} \vec{b}(\omega) = \bar{T}^t \vec{F}_{gen} \quad (10)$$

avec $\bar{M}_{TH} = \bar{T}^t \{\bar{M}^{plaque} + \bar{M}^{ressorts} + \bar{M}^{barres} + \bar{M}^{chevalets}\} \bar{T}$ et $\bar{K}_{TH} = \bar{T}^t \{\bar{K}^{plaque} + \bar{K}^{ressorts} + \bar{K}^{barres} + \bar{K}^{chevalets}\} \bar{T}$.

La matrice d'amortissement modal \bar{C} est également introduite. La structure est considérée comme un système faiblement dissipatif pour lequel les équations des déplacements généralisés sont découplés [20–22]. La matrice \bar{C} est donc également diagonale et définie par :

$$\bar{C} = \begin{pmatrix} \ddots & & & \\ & \eta_i m_i \omega_i & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{pmatrix} \quad (11)$$

avec m_i, ω_i et η_i la masse modale, la pulsation et le facteur de perte associé au $i^{\text{ème}}$ mode. Dans le cas de la table d'harmonie du piano, les facteurs de perte ont été évalué entre 1% et 3% selon les modes dans la bande de fréquences [0;3000] Hz [21]. Dans la suite, les facteurs de pertes sont fixés à 2% pour tous les modes.

2.5. Rayonnement acoustique

Dans le cas d'un problème harmonique, en considérant la décomposition modale (5) ainsi que la relation entre base (7), on donne la puissance rayonnée dans le domaine fréquentiel par la table d'harmonie avec la relation suivante [18,23] :

$$W(\omega) = \frac{\omega^2}{2} \vec{b}^* \bar{T}^t \bar{R}(\omega) \bar{T} \vec{b} \quad (12)$$

avec $\bar{R}(\omega)$ la partie réelle de la matrice d'impédances inter-modales de rayonnement d'une plaque en appuis simples. Nous considérons par ailleurs la structure bafflée. En raison de l'hypothèse de fluide léger, les couplages inter-modaux sont négligeables, i.e, que cette matrice est diagonale. L'effet des couplages peut être consulté dans [24–27]. Cette matrice est calculée numériquement et définie par [23,28] :

$$R_{mnmn}(\omega) = \frac{\rho_0 \omega}{4\pi^2} \int_{-k}^k \frac{|\tilde{\Phi}_{mn}(k_x, k_y)|^2}{\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} dk_x dk_y \quad (13)$$

où $\tilde{\Phi}_{mn}(k_x, k_y)$ désigne la transformé de Fourier bidimensionnelle d'un mode de plaque bafflée simplement supportée rectangulaire.

2.6. Indicateurs supplémentaires

On définit d'autres indicateurs susceptibles de compléter l'étude d'une telle structure : la vitesse quadratique moyenne surfacique et le coefficient de rayonnement $\sigma(\omega)$ définis dans [23]. En considérant la décomposition modale et en usant des propriétés d'orthogonalité des vecteurs propres, il vient pour la vitesse quadratique :

$$\langle v^2(\omega) \rangle = \frac{\omega^2}{8} \sum_m \sum_n |a_{mn}(\omega)|^2 \quad (14)$$

Le coefficient de rayonnement est lui défini par :

$$\sigma(\omega) = \frac{1}{\rho_0 c L_x L_y} \frac{W(\omega)}{\langle v^2(\omega) \rangle} \quad (15)$$

où ρ_0 et c sont respectivement la masse volumique de l'air et la célérité du son dans l'air.

3. Résultats numériques

3.1. Échantillons de modes

En raison de la conception de l'instrument, le comportement vibro-acoustique de la table d'harmonie de piano peut être scindé en différentes bandes de fréquences.

En basses fréquences, les longueurs d'ondes étant grandes, les ondes passent aux travers des superstructures. Ainsi les premiers modes sont assimilables à des modes de plaque non raidie, i.e, que l'on peut nommer en fonction du

nombre de demi longueur d'onde dans chaque direction. La Figure 3 présente deux de ces modes.

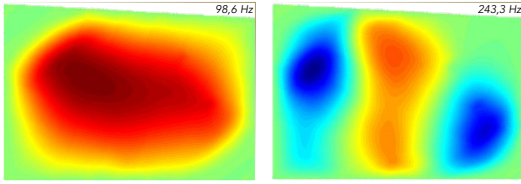


Figure 3 – Modes basses fréquences similaires à des modes de plaque non raidie.

Les longueurs d'onde diminuant, on voit successivement apparaître les différentes superstructures lorsque la fréquence augmente. En effet, les superstructures vont alors avoir tendance à limiter le mouvement, en commençant par les chevalets (superstructures les plus raides), puis les barres. Les modes où seuls les chevalets sont « bloquants » restent cependant très rares. Voir Figure 4.

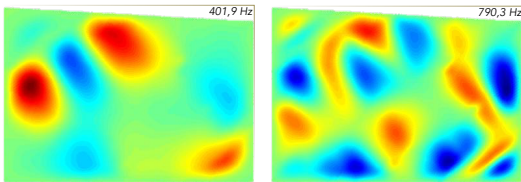


Figure 4 – Modes pour lesquels les chevalets limitent le mouvement de la plaque.

Toutes les superstructures deviennent bloquantes dès environ 1000 Hz. Deux exemples sont donnés en Figure 5 où nous pouvons parfaitement distinguer où sont placées les chevalets et les barres.

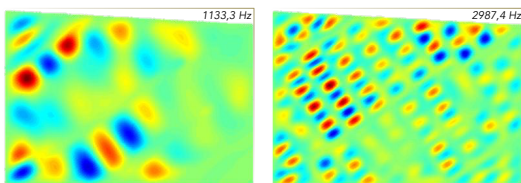


Figure 5 – Modes pour lesquels toutes les superstructures limitent le mouvement de la plaque.

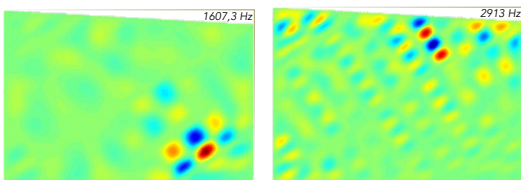


Figure 6 – Modes pour lesquels la vibration est localisée entre superstructures.

Dès 1600 Hz, on voit en plus apparaître quelques modes dont les vibrations sont localisées dans des zones délimitées par les superstructures (Figure 6). Ce phénomène semble apparaître lorsque la longueur d'onde devient du même ordre de grandeur que les espaces inter-raideurs [13,29]. Cependant, la seule condition en longueur d'onde n'est pas suffisante pour expliquer l'apparition de ce phénomène puisque les deux types de modes coexistent.

3.2. Rayonnement acoustique en différents points d'excitation

Classiquement, la table d'harmonie est excitée au niveau du chevalet par les cordes. Cependant, pour comprendre l'intégralité du comportement vibro-acoustique de ce type de structure, il est intéressant de s'intéresser à deux points d'excitation comme il l'a déjà été fait sur la mobilité au point d'entrée [8]. Nous considérons donc deux points représentés Figure 7, l'un sur le chevalet, l'autre placé directement sur la peau entre deux barres.

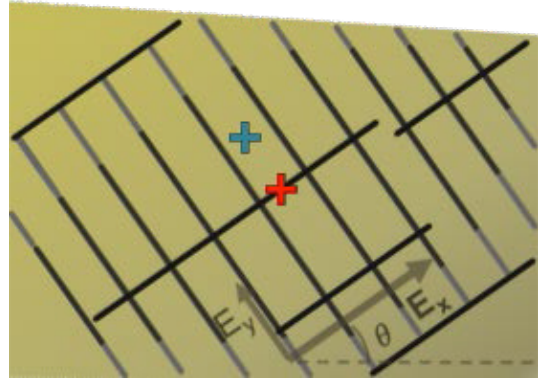


Figure 7 – Positions des excitations placées sur la table d'harmonie modélisée.

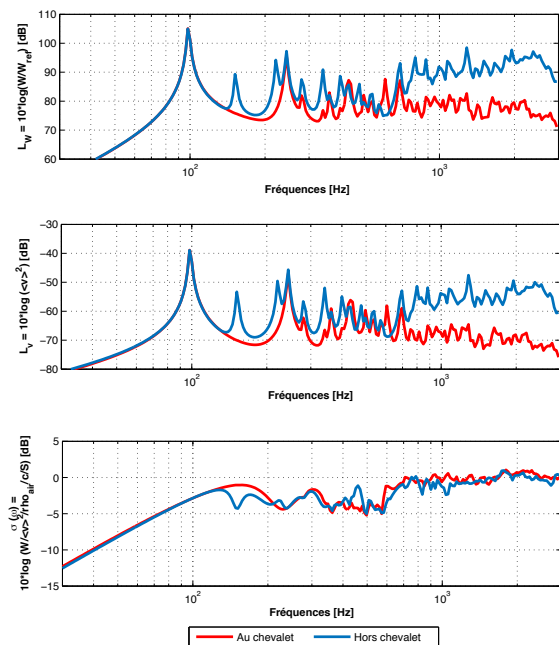


Figure 8 – Puissance rayonnée, vitesse quadratique moyenne et coefficient de rayonnement pour différents points d'excitation. En rouge : sur le chevalet ; En bleu : hors du chevalet.

La Figure 8 présente la puissance rayonnée, la vitesse quadratique moyenne surfacique ainsi que le coefficient de rayonnement pour ces deux points d'excitation.

Dans le cas présent, on peut voir que le point d'excitation choisi importe peu sur l'efficacité de rayonnement de la table d'harmonie. En effet, cette dernière devient efficacement rayonnante dès 700 Hz lorsque le coefficient de rayonnement tend vers 0 dB (Figure 8-c). En

dessous, les modes sont moins rayonnants et cela, peu importe le point d'excitation.

Au global nous pouvons scinder le comportement entre deux bandes de fréquences : au dessous et en dessous de 700 Hz. En dessous, les niveaux de vitesse et de puissance sont semblables (Figure 8-a et b). Au delà, on peut voir que les niveaux des deux indicateurs sont environ 15 dB plus faible pour un point placé au niveau du chevalet. Avec une rigidité localement plus importante, la mobilité au chevalet est plus faible que sur la peau. En conséquence, une excitation placée sur une superstructure tendra nécessairement vers un niveau plus faible de puissance.

Cependant, outre son aspect structural qui permet de coupler les cordes à la table, le chevalet tend à rendre homogène la réponse vibratoire entre les différentes notes jouées [18]. Ainsi, le choix d'une hauteur adéquate est une affaire de compromis entre la puissance de l'instrument et son homogénéité.

4. Conclusion

Ce papier présente les principales étapes pour modéliser, via une approche variationnelle et modale, une table d'harmonie de piano, ce qui implique : des contours non rectangulaires, un matériau avec un angle d'orthotropie, de nombreux raidisseurs dans deux directions perpendiculaires (de dimensions et matériaux différents).

Il est alors possible de s'intéresser aux modes caractéristiques de ce type de structures dont les déformées peuvent être associées à des bandes de fréquence distinctes.

En sus, le rayonnement acoustique est calculé de manière originale, se basant sur les impédances de rayonnement d'une plaque rectangulaire simplement supportée bafflée, abondamment traitée dans la littérature. De cette façon, il est possible de s'intéresser à la puissance rayonnée par cette pièce de l'instrument, juger de son efficacité mais aussi de s'intéresser plus simplement à des indicateurs purement vibratoire comme la mobilité au point d'entrée ou encore la vitesse quadratique moyenne.

Même si ce papier se limite aux seuls aspects fréquentiels, la méthode est facilement adaptable à une formulation temporelle dont fait l'objet un second papier de ce CFA 2016. Nous invitons le lecteur curieux à se référer au papier [30] pour les aspects temporels liés à la table d'harmonie de piano.

Remerciements

Ce travail a été réalisé grâce au soutien financier du Labex CeLyA de l'Université de Lyon, géré par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR-10-LABX-0060/ ANR-11-IDEX-0007).

Références

- [1] I. Brémaud, « Acoustical properties of wood in string instruments soundboards and tuned idiophones: Biological and cultural diversity », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 131, n° 1, p. 807-818, 2012.
- [2] H. Fletcher, « Normal vibration frequencies of a stiff piano string », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 36, n° 1, p. 203-209, 1964.
- [3] G. Weinreich, « Coupled piano strings », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 62, n° 6, p. 1474-1484, 1977.
- [4] J. Kindel et I. C. Wang, « Joseph Kindel and I. Chih Wang. Vibrations of a piano soundboard: Modal analysis and finite element analysis. », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 81, p. 61-61, 1987.
- [5] H. Suzuki, « Vibration and sound radiation of a piano soundboard », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 80, n° 6, p. 1573-1582, 1986.
- [6] H. Suzuki, « Acoustics of Pianos », *Appl. Acoust.*, vol. 30, p. 147-205, 1990.
- [7] H. A. Conklin Jr, « Design and tone in the mechanoacoustic piano. Part I. Piano hammers and tonal effects », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 99, n° 6, p. 3286-3296, 1996.
- [8] N. Giordano, « Mechanical impedance of a piano soundboard », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 103, n° 4, p. 2128-2133, 1998.
- [9] P. Derogis et R. Caussé, « Caractérisation du rayonnement de la table d'harmonie d'un piano droit », *J. Phys. IV*, vol. 04, n° C5, p. C5-609-C5-612, mai 1994.
- [10] J. Berthaut, M. N. Ichchou, et L. Jézéquel, « Piano soundboard: structural behavior, numerical and experimental study in the modal range », *Appl. Acoust.*, vol. 64, n° 11, p. 1113-1136, nov. 2003.
- [11] J. Bensa, S. Bilbao, R. Kronland-Martinet, et J. O. Smith, « The simulation of piano string vibration: From physical models to finite difference schemes and digital waveguides », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 114, n° 2, p. 1095, 2003.
- [12] A. Stulov, « Physical modelling of the piano string scale », *Appl. Acoust.*, vol. 69, n° 11, p. 977-984, nov. 2008.
- [13] K. Ege, X. Boutillon, et M. Rébillat, « Vibroacoustics of the piano soundboard:(Non) linearity and modal properties in the low-and mid-frequency ranges », *J. Sound Vib.*, vol. 332, n° 5, p. 1288-1305, 2013.
- [14] A. Chaigne, B. Cotté, et R. Viggiano, « Dynamical properties of piano soundboards », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 133, n° 4, p. 2456-2466, 2013.
- [15] J. Chabassier, A. Chaigne, et P. Joly, « Modeling and simulation of a grand piano », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 134, n° 1, p. 648-665, 2013.
- [16] F. Rigaud, « Models of music signals informed by physics. Application to piano music analysis by non-negative matrix factorization. », Télécom ParisTech, 2013.
- [17] N. Etchenique, S. R. Collin, et T. R. Moore, « Coupling of transverse and longitudinal waves in piano strings », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 137, n° 4, p. 1766-1771, 2015.
- [18] B. Trévisan, K. Ege, et B. Lualagnet, « Vibroacoustics of orthotropic plates ribbed in both directions: Application to stiffened rectangular wood panels », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 139, n° 1, p. 227-246, janv. 2016.
- [19] A. W. Leissa, *Vibration of plates*, vol. 160. Scientific and Technical Information Division, National Aeronautics and Space Administration, 1969.
- [20] M. Géradin et D. Rixen, *Théorie des vibrations: application à la dynamique des structures*. Masson, 1996.
- [21] K. Ege, « La table d'harmonie du piano-Études modales en basses et moyennes fréquences », Ecole Polytechnique X, 2009.

- [22] A. Chaigne, J. Kergomard, X. Boutillon, J.-P. Dalmont, et Collectif, *Acoustique des instruments de musique*. Paris: Belin, 2008.
- [23] C. Lesueur, *Rayonnement acoustique des structures: vibroacoustique, interactions fluide-structure*. Eyrolles, 1988.
- [24] B. Laulagnet et J.-L. Guyader, « C-value : Commission de validation des progiciels de calcul vibroacoustique: résultats de référence pour le rayonnement acoustique des plaques, benchmarks for vibroacoustic software », *Société française des mécaniciens*, Courbevoie (France), p. 1-118, 1996.
- [25] A. Mejdi et N. Atalla, « Dynamic and acoustic response of bidirectionally stiffened plates with eccentric stiffeners subject to airborne and structure-borne excitations », *J. Sound Vib.*, vol. 329, n° 21, p. 4422-4439, oct. 2010.
- [26] A. Mejdi et N. Atalla, « Vibroacoustic analysis of laminated composite panels stiffened by complex laminated composite stiffeners », *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 58, n° 1, p. 13-26, mai 2012.
- [27] C. E. Wallace, « Radiation Resistance of a Rectangular Panel », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 51, n° 3, p. 946-952, 1972.
- [28] B. Laulagnet, « Sound radiation by a simply supported unbaffled plate », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 103, n° 5, p. 2451-2462, 1998.
- [29] X. Boutillon et K. Ege, « Vibroacoustics of the piano soundboard: Reduced models, mobility synthesis, and acoustical radiation regime », *J. Sound Vib.*, vol. 332, n° 18, p. 4261-4279, sept. 2013.
- [30] B. Trévisan, K. Ege, et B. Laulagnet, « Étude de sensibilité des paramètres de table d'harmonie de piano sur la synthèse acoustique : résolution temporelle des équations couplées corde-table. », in *13ème Congrès Français d'Acoustique*, Le Mans, France, 2016.