

CFA/VISHNO 2016

Modélisation de l'amortissement à la jonction entre deux sous-structures par des méta-modèles non linéaires

V. Kehr-Candille

ONERA, BP 72, 29 avenue de la Division Leclerc, 92322 Chatillon Cedex, France
veronique.kehr-candille@onera.fr



LE MANS

On s'intéresse à la modélisation de l'amortissement au niveau des jonctions entre deux sous-structures. On modélise la liaison par un méta-modèle qui prend en compte à la fois les aspects dissipatifs et non-linéaires de la liaison. Pour représenter la liaison, on utilise le modèle de Bouc-Wen. Ce modèle est adapté pour pouvoir être inséré dans un modèle éléments finis. Le système dynamique non-linéaire ainsi obtenu est résolu en régime transitoire en utilisant un algorithme de Runge-Kutta. Un outil logiciel correspondant à cette méthode est développé. Afin de diminuer le coût des calculs, on réduit la taille du système par une méthode de Craig-Bampton. On présente une application sur un cas-test académique, ainsi qu'une comparaison avec des résultats expérimentaux.

1 Introduction

En dynamique des structures, le niveau des amplitudes vibratoires dépend directement de l'amortissement. Il est donc essentiel de disposer, dès la phase de conception, de modèles et d'outils permettant de représenter correctement l'amortissement.

L'origine de la dissipation d'énergie dans les structures aéronautiques est double : d'une part, l'amortissement intrinsèque des matériaux, et d'autre part, la dissipation générée par les phénomènes de friction aux interfaces entre les sous-structures. On s'intéresse ici à la représentation de cette deuxième source de dissipation. Pour les structures métalliques, c'est la dissipation générée aux interfaces qui est la source prépondérante de l'amortissement.

La modélisation de la friction et du contact aux interfaces est l'objet de nombreuses études (par exemple [1, 2, 3]). La plupart des logiciels de calcul par éléments finis comportent des modules de modélisation du contact (Nastran, Abaqus, Aster, ...). Cependant, ces approches, utilisées pour le calcul de réponses dynamiques, conduisent à des temps de calcul extrêmement longs, qui deviennent prohibitifs pour des structures industrielles. Notre objectif est de proposer une modélisation relativement simplifiée (méta-modèle) de la jonction entre deux sous-structures, qui permet de représenter correctement les aspects dissipatifs et non-linéaires, sans conduire à des temps de calculs excessivement longs dans les calculs de réponse dynamique.

2 Modèle de liaison

2.1 Modèle à un degré de liberté

On trouve dans la littérature de nombreux modèles de dissipation non-linéaire : on s'intéresse plus particulièrement au modèle de Bouc-Wen [4], qui permet de modéliser des phénomènes de dissipation très divers.

Pour un système à un degré de liberté, les équations différentielles de ce modèle sont :

$$\begin{cases} m\ddot{x} + k_{\text{linéaire}} x + z = f_e(t) \\ \dot{z} = \alpha[A\dot{x} - \beta|\dot{x}| |z|^{n-1}z - \gamma\dot{x}|z|^n] \end{cases} \quad (1)$$

Le modèle de Bouc-Wen introduit donc un degré de liberté additionnel z . La masse du système est m , la force excitatrice est notée $f_e(t)$. Les composantes raideur non-linéaire et amortissement non linéaire sont contenues dans la variable z .

Ce modèle est décrit par 5 paramètres : α , β , γ , A et n (n non nécessairement entier).

On présente ci-dessous figure 1 à titre d'illustration un exemple de réponse du modèle à un degré de liberté ($m=1$, $k_{\text{linéaire}}=200$, $f_e(t) = 2\sin(4\pi t)$, $\alpha=200$, $A=1$ et $n=1$, pour deux jeux de valeurs des paramètres β et γ . Pour des systèmes dissipatifs, la courbe la plus représentative du comportement du système est la courbe (cycle) d'hystérésis déplacement - force (donc ici $x - z$).

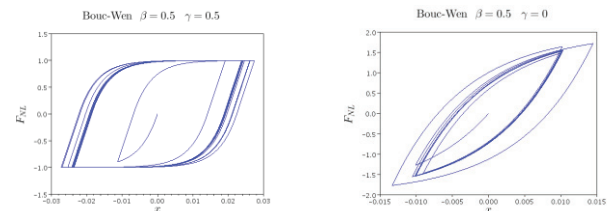


Figure 1 – Cycles d'hystérésis pour un système de Bouc-Wen à un degré de liberté

2.2 Utilisation dans un modèle éléments finis

Les modèles présentés ci-dessus sont bien connus. L'originalité de notre approche consiste à les inclure dans des modèles éléments finis.

On considère un modèle inséré entre deux degrés de liberté des points A et B.



Figure 2 – Schéma de l'intégration du modèle de Bouc-Wen entre deux sous-structures

On précise que ce système est introduit entre deux degrés de liberté, et pas entre deux points. On peut ainsi par exemple choisir de relier par un modèle de Bouc-Wen seulement le degré de liberté (« ddl ») en x du point A au degré de liberté en x du point B, sans relier les degrés de liberté y et z de ces deux points.

Le système différentiel s'écrit alors :

$$\begin{cases} \mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K} \mathbf{X} + \mathbf{F}_{NL}(z) = \mathbf{F}_e(t) \\ \dot{z} = \alpha[A\dot{x} - \beta|\dot{x}| |z|^{n-1}z - \gamma\dot{x}|z|^n] \end{cases} \quad (2)$$

avec

$$\begin{cases} \mathbf{F}_{NL}(i_A) = -z & \mathbf{F}_{NL}(i_B) = +z & \mathbf{F}_{NL} = 0 \text{ ailleurs} \\ x = x_B - x_A = \mathbf{X}(i_B) - \mathbf{X}(i_A) \\ i_A = n^o \text{ ddl } x_A & i_B = n^o \text{ ddl } x_B \end{cases} \quad (3)$$

Le modèle de Bouc-Wen introduit donc un degré de liberté supplémentaire z dans le système initial. La force non-linéaire \mathbf{F}_{NL} dépend de ce degré de liberté supplémentaire.

Ce modèle est aisément généralisable à plusieurs modèles de Bouc-Wen. On introduit alors dans le système autant de degrés de liberté supplémentaires que de modèles.

3 Résolution

3.1 Résolution du système

Le système décrit ci-dessus est un système temporel non-linéaire, qui est bien adapté à une résolution par une méthode classique de Runge-Kutta d'ordre 4.

Le système non-linéaire obtenu en introduisant le modèle de Bouc-Wen dans le système éléments finis se résout à l'aide d'un algorithme du type Runge-Kutta, ce qui nécessite de mettre le système sous la forme d'un système différentiel du 1^{er} ordre :

$$\dot{\mathbf{Y}} = f(\mathbf{Y}) \quad \text{avec } \mathbf{Y} = \begin{cases} \mathbf{Y}_1 = \dot{\mathbf{X}} \\ \mathbf{Y}_2 = \mathbf{X} \\ \mathbf{Y}_3 = z \end{cases} \quad (4)$$

La fonction f est définie par :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{Y}}_1 = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{Y}_2 - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{Y}_1 - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_{NL} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e(t) \\ \mathbf{Y}_2 = \mathbf{Y}_1 \\ \dot{\mathbf{Y}}_3 = \alpha[A\dot{x} - \beta|\dot{x}||z|^{n-1}z - \gamma\dot{x}|z|^n] \end{cases} \quad (5)$$

avec $z = \mathbf{Y}_3 = +\mathbf{F}_{NL}(i_B) = -\mathbf{F}_{NL}(i_A)$ et avec $\dot{x} = \mathbf{Y}_1(i_B) - \mathbf{Y}_1(i_A)$

Pour plusieurs modèles de Bouc-Wen, La dernière équation est modifiée :

$$\dot{\mathbf{Y}}_3(j) = \alpha_j [A_j \dot{x}_j - \beta_j |\dot{x}_j| |z_j|^{n-1} z_j - \gamma_j \dot{x}_j |z_j|^n] \quad (6)$$

avec $\mathbf{Y}_3(j) = z_j = +\mathbf{F}_{NL}(i_{Bj}) = -\mathbf{F}_{NL}(i_{Aj})$ et $\dot{x}_j = \mathbf{Y}_1(i_{Bj}) - \mathbf{Y}_1(i_{Aj})$, pour j variant de 1 au nombre de modèles de Bouc-Wen.

On utilise le logiciel Nastran[®]. On a développé dans le langage interne de Nastran[®] (DMAP) un module qui permet d'insérer plusieurs modèles de Bouc-Wen entre des degrés de liberté du système choisis par l'utilisateur. On a également implémenté en DMAP l'algorithme de Runge-Kutta. Ce module a été développé au sein de la SOL 109 (réponse temporelle linéaire directe).

3.2 Méthode de réduction

La résolution précédente est effectuée directement sur le système éléments finis initial (degrés de liberté physiques). Ceci peut conduire à des temps de calcul prohibitifs pour des applications industrielles.

Pour réduire les temps de calcul, il existe diverses méthodes de réduction de modèles, concernant souvent les systèmes linéaires. La problématique est différente pour des systèmes non-linéaires, et nécessite le développement de méthodes adaptées (cf. [5]). Cependant, on considère ici un système certes non-linéaire, mais où les non-linéarités sont localisées. On s'oriente donc vers une méthode classiquement utilisée pour la réduction de modèle linéaire : la méthode de Craig-Bampton.

On rappelle brièvement les différentes étapes de cette méthode :

- les degrés de liberté du modèle éléments finis initial sont séparés en deux groupes : les degrés de liberté internes et les degrés de liberté de frontière,
- on calcule les modes propres du système avec les degrés de liberté de frontière encastrés : modes Φ_m ,
- on calcule les modes de liaison, qui sont les réponses statiques du système à un déplacement imposé unitaire d'un degré de liberté de frontière, les autres degrés de liberté de frontière étant encastrés : modes Φ_l ,
- on projette le système éléments finis initial sur la base $\Phi = [\Phi_m \quad \Phi_l]$

Les degrés de liberté concernés par les modèles de Bouc-Wen sont affectés au groupe « frontière » : on a ainsi un accès direct à la valeur de ces degrés de liberté au cours de la résolution temporelle non-linéaire.

Cette deuxième version du programme utilisant la méthode de réduction de Craig-Bampton comporte deux étapes :

- dans la première étape, on utilise Nastran pour calculer les modes propres encastrés Φ_m , les modes de liaison Φ_l , et effectuer la projection sur la base $\Phi = [\Phi_m \quad \Phi_l]$,
- dans la deuxième étape, on effectue la résolution temporelle proprement dite sur le système réduit avec un algorithme de Runge-Kutta. Cette deuxième étape est programmée en Fortran (indépendamment de Nastran).

4. Application académique

4.1 Calcul de réponses temporelles

La méthode développée ci-dessus est appliquée à un modèle académique simple comportant des masses et des ressorts (cf. figure 3). Ce modèle est composé par l'assemblage de deux sous-structures, chacune de ces sous-structures comportant 4 masses ($m=10$ kg) et 3 ressorts ($k=10^5$ N/m). La sous-structure 1 est encastrée à une extrémité. Une excitation est imposée sur la structure 2 à l'autre extrémité : $F_e(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ avec $f_0 = 2$ Hz. Un modèle de Bouc-Wen (sans élasticité linéaire $k_{\text{linéaire}}=0$) relie les deux sous-structures.

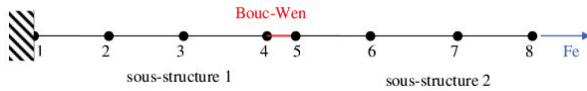


Figure 3 –Schéma du système masses-ressorts

Dans un premier temps, pour valider le programme, on considère un cas non-dissipatif et linéaire : en prenant les valeurs du modèle de Bouc-Wen $\beta = \gamma = 0$, $A=1$, $n=1$, $\alpha = 10^5$, la liaison est équivalente à un ressort (non dissipatif et linéaire) de raideur $k = \alpha A$. On peut vérifier que la réponse est identique à la réponse linéaire classique obtenue en remplaçant le modèle de Bouc-Wen par un ressort.

Dans un deuxième temps, on calcule la réponse temporelle du système pour différents jeux de paramètres. Toutes les réponses sont effectuées sur l'intervalle 0-5 s, avec un pas de temps constant $\Delta t = 10^{-3}$ s.

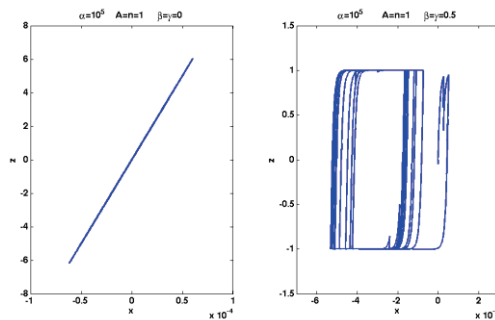


Figure 4 – Cycles d'hystérésis pour le modèle masse-ressort

4.2 Application de la méthode de Craig-Bampton

On teste sur ce modèle académique l'utilisation de la méthode de réduction de modèle de Craig-Bampton. En effet, la validité et l'efficacité de cette méthode sont bien connues pour des systèmes linéaires. L'utilisation du modèle de Bouc-Wen conduit ici à un modèle non-linéaire. Cependant, les non-linéarités sont localisées et concernent uniquement les degrés de liberté de frontière ; les modes propres encastrés et les modes de liaison correspondent à des parties linéaires.

On utilise dans ce cas une excitation temporelle du type $f_e(t) = F_0 \frac{\sin(2\pi f_0 t)}{t}$ avec $f_0=20$ Hz, ce qui permet de capturer les deux premiers modes propres du système (à 2.4 Hz et 7.2 Hz). On compare sur les figures la réponse directe (réponse de référence) et la réponse obtenue par la méthode de Craig-Bampton en faisant varier le nombre de modes encastrés.

On constate que la convergence est atteinte pour les systèmes non-linéaires pour un nombre de modes supérieur au nombre de modes nécessaires dans le cas linéaire.

On peut donc considérer que l'utilisation de la méthode de Craig-Bampton pour des systèmes avec des non-linéarités localisées est valide. Cependant, en l'absence de résultats plus généraux, la réalisation de l'étude de convergence est indispensable.

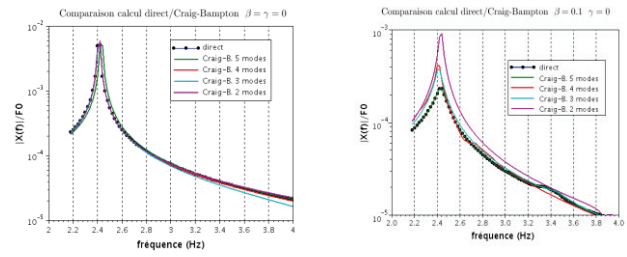


Figure 5 – Comparaison des réponses directes et réponses projetées pour un cas linéaire (à gauche) et non-linéaire (à droite).

5. Comparaison avec l'expérience

5.1 Description de la maquette

Dans le cadre du projet MAIAS, une maquette représentative d'une structure aéronautique a été construite. Elle est composée d'un caisson long et d'un caisson court, reliés par une jonction en équerre dite « liaison EC » (cf. figure 6). On trouvera une description plus détaillée de cette maquette dans [7]. On s'intéresse plus particulièrement au comportement et à la modélisation de la liaison EC.

Cette maquette a été testée expérimentalement dans [7] et aussi dans [8]. Les essais réalisés dans [7] ont notamment permis de recalibrer le modèle éléments finis initial en comparant les modes propres déterminés par les essais aux modes propres calculés.

On s'intéresse plus particulièrement aux essais effectués dans [8] (cf. figure 6) : une accélération est imposée à la base de la maquette, et la réponse est mesurée en divers points, et ceci pour différentes valeurs du niveau d'excitation. Les courbes de réponses expérimentales présentées dans [8] montrent clairement la non-linéarité de la maquette (dépendance des FRF au niveau d'excitation).

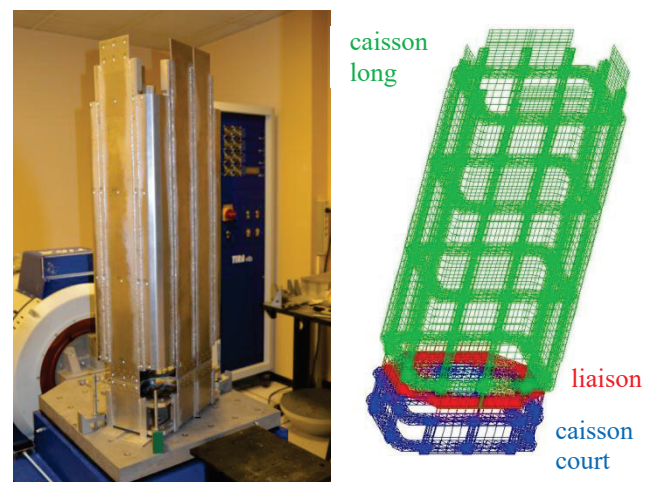


Figure 6 – Maquette : essais (à gauche) et maillage (à droite)

5.2 Comparaison calculs – essais

Dans [7], une modélisation détaillée de la liaison EC a été utilisée. L'objectif de nos travaux est de remplacer ce modèle détaillé de la liaison par des méta-modèles de Bouc-

Wen, et de comparer les résultats obtenus aux résultats expérimentaux de [8].

On a repris le modèle éléments finis établi dans [7], et on a enlevé la partie du modèle éléments finis correspondant à la liaison EC pour la remplacer par des ressorts et des modèles de Bouc-Wen. On a introduit 8 ressorts sur chaque petit côté et 13 ressorts sur chaque grand côté (42 ressorts au total), dans les trois directions x , y et z . Au milieu de chaque petit et grand côté, on a introduit une liaison mixte : un modèle de Bouc-Wen dans la direction verticale z , et des ressorts dans les deux autres directions.

Dans une première étape, les valeurs des ressorts ont été adaptées pour retrouver les valeurs des deux premiers modes propres identifiés expérimentalement (cf. figure 7).

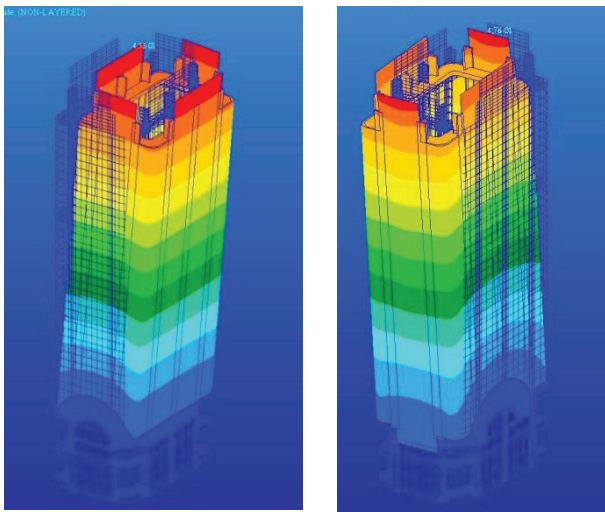


Figure 7 – Modes propres calculés (mode 1 à gauche à 37.9 Hz et mode 2 à droite à 72.7 Hz)

Dans une deuxième étape, on a inclus les 4 modèles de Bouc-Wen et on a effectué des calculs de réponses dynamiques temporelles, en utilisant la méthode de réduction de Craig-Bampton. Les simulations ont été effectuées pour différents niveaux de l'accélération imposée à la base.

On présente ci-dessous les réponses fréquentielles (FRF) expérimentales (figure 8) et simulées (figure 9). Les courbes sont présentées séparément car elles ne correspondent pas exactement aux mêmes excitations. En effet, les excitations des essais sont des sinus balayés ; la simulation numérique de ces sinus balayés est possible, mais conduit à des temps de calculs très élevés. De plus, des problèmes de divergence numérique apparaissent au bout d'un certain temps d'intégration. On a donc utilisé pour les simulations numériques un sinus cardinal : $acc = A_0 \frac{\sin(2\pi f_0 t)}{t}$, avec $f_0=200$ Hz, ce qui permet de capturer les deux premiers modes de flexion pour des temps de calcul raisonnable.

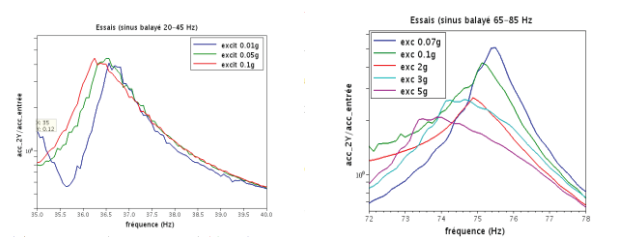


Figure 8 – Réponses expérimentales de la maquette (au voisinage des fréquences propres)

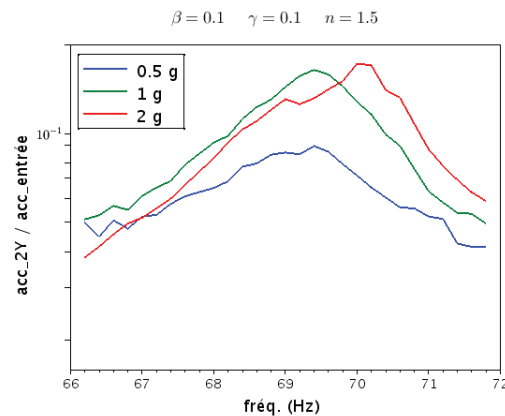


Figure 9 – Réponses simulées de la maquette

On retrouve sur les réponses simulées les mêmes niveaux d'amortissement et les mêmes tendances que pour les réponses obtenues expérimentalement. Le taux d'amortissement varie avec le niveau d'excitation ; il en est de même pour la fréquence de résonance.

Les résultats pourraient certes être améliorés en identifiant plus précisément les paramètres du modèle de Bouc-Wen. On peut cependant constater que l'utilisation de méta-modèles de Bouc-Wen pour représenter la liaison EC de cette maquette est tout à fait valide.

6 Conclusion

On a présenté une méthode pour modéliser les liaisons en dynamique des structures à partir de méta-modèles. Cette modélisation permet de bien représenter le caractère à la fois dissipatif et non-linéaire de la liaison.

Cette approche pourrait être complétée par le développement d'une méthodologie permettant de déterminer a priori les valeurs des paramètres du méta-modèle.

La méthode de résolution proprement dite pourrait être améliorée, d'une part en améliorant l'algorithme de résolution temporelle non-linéaire, et d'autre part en utilisant les dernières avancées sur les méthodes de réduction pour les systèmes non-linéaires.

Remerciements

Les travaux présentés ont été réalisés dans le cadre du projet collaboratif MAIAS (Maîtrise de l'Amortissement Induit dans les ASsemblages), sous financement FUI.

Références

- [1] S. Bograd, P. Reuss, A. Schmidt, L. Gaul, *Modeling the dynamics of mechanical joints*, Mechanical Systems and Signal Processing **25**, 2801–2826 (2011).
- [2] H. Festjens, *Contribution à la caractérisation et à la modélisation du comportement dynamique des structures assemblées*, thèse de doctorat LISMMA Supmeca (2014).
- [3] A. Caignot, *Prédiction par essais virtuels de l'amortissement dans les structures spatiales*, thèse de doctorat LMT ENS Cachan (2009).
- [4] M. Ismail, F. Ikhouane, J. Rodellar, *The Hysteresis Bouc-Wen Model, a Survey*, Archives of Computational Methods in Engineering **16**, 161-188 (2009)
- [5] F. A. Lülfi, D.M. Tran, R. Ohayon, *Reduced bases for nonlinear structural dynamic systems : a comparative study*,. Journal of Sound and Vibration **332**, 3897-3921 (2013)
- [6] C. Hammami, E. Balmes, M. Guskov, *Conception et validation d'une liaison boulonnée dissipative*, 11ème Colloque National en Calcul des Structures (Giens), 13-17 mai 2013
- [7] C. Hammami, *Intégration de modèles de jonctions dissipatives dans la conception vibratoire de structures amorties*, thèse de doctorat ENSAM (2014)
- [8] A. Sénéchal, *présentation du projet MAIAS*, colloque Aero'Nov Connection, 28 et 29 janvier 2014