

CFA/VISHNO 2016

Un système dynamique en travers de la gorge : prise en compte de la cavité laryngée dans la production de sons voisésF. Silva^a, D. Sciamarella^b et G. Artana^c^aLMA UPR CNRS 7051, 4 impasse Nikola Tesla, CS40006, 13453 Marseille, France^bLIMSI-CNRS, Campus universitaire bât 508, Rue John von Neumann F, 91405 Orsay, France^cLFD FIUBA, Av. Paseo Colón 850, C1063ACV Buenos Aires, Argentine
silva@lma.cnrs-mrs.fr

LE MANS

Dans le domaine de la production de sons voisés, le conduit vocal constitue une charge acoustique sur les plis vocaux. Qu'il soit modélisé par une simple masse, une ligne à retard ou selon une approche modale, il apporte une contribution à la dynamique du système couplé global, notamment en termes de seuil d'oscillation, de timbre et de registre. En reprenant les travaux de Sundberg qui, en 1974, s'intéressait au formant du chanteur, le conduit vocal peut être vu comme l'association de deux éléments : la cavité laryngée et les voies aériennes placées en aval. Le changement de section à la jonction permet de les modéliser de manière séparée, à l'instar de ce qui est fait pour les embouchures des cuivres. Nous proposons ici de coupler un modèle d'onde mucosale avec une cavité représentée sous forme d'éléments localisés et le reste du conduit vocal comme une ligne à retard. Nous explorons ensuite les propriétés dynamiques de ce modèle, en tirant parti des possibilités de contrôle offerte par cette séparation.

1 Introduction

Depuis les travaux de van den Berg présentant la théorie myoélastique-aérodynamique de la phonation, de très nombreux modèles ont été proposés avec pour objectif la compréhension des phénomènes mis en jeu dans la production normale ou pathologique de la voix (cf Ref. [1] pour une revue détaillée). Certains de ces modèles reposent sur la notion de propagation d'une onde, comme par exemple les modèles d'onde mucosale [2] qui s'intéresse au transport d'une vibration à la surface des plis vocaux dans le sens de l'écoulement glottique, les modèles considérant une propagation d'onde acoustique dans le conduit vocal [3] ou dans le larynx [4], ou encore les modèles aérodynamiques qui étudient le transport des structures de vorticité en aval des constrictionns.

Ces systèmes à retard ont longtemps posé des difficultés pour la simulation temporelle ou l'analyse de leurs propriétés dynamiques. Diverses techniques ont été utilisées pour contourner les termes problématiques : par exemple la dynamique d'un système à retard est approchée par celle d'un système d'équations différentielles ordinaires en utilisant une décomposition modale de la sous-structure pr sentrant un retard (cf par exemple Ref. [5] pour une application au modèle acoustique), en dépit des soucis liés notamment à la troncature de cette décomposition.

Néanmoins, depuis une dizaine d'année, les travaux sur les systèmes à retard ont permis la mise au point de techniques numériques adaptées à ces systèmes, comblant le retard sur les systèmes d'ODE plus classiques. Au travers de l'exemple de l'appareil vocal humain et en reprenant les travaux de Sundberg sur le formant du chanteur [6], nous illustrons les possibilités offertes par ces nouvelles techniques, ainsi que les avantages liés au fait que le modèle doit être transformé à minima pour pouvoir être traité, préservant ainsi les paramètres du modèle au plus près de la physique.

2 Modélisation

2.1 Modèle à onde mucosale

Nous adaptons le modèle de cordes vocales à onde mucosale [2, 7, 8] avec l'hypothèse de déplacements transverses à l'écoulement et symétriques entre les structures gauche et droite (cf Fig. 1). Le bord d'attaque (extrémité amont de la constriction) se déplace d'une quantité $x(t) = x(t, y = 0)$ par rapport à sa position de repos, et ce mouvement se propage à une vitesse c_m vers le bord de fuite (extrémité aval) $x(t, y = H) = x(t - H/c_m)$. La dynamique

est ensuite exprimée en termes d'éléments localisés :

$$M\ddot{x}(t) + B(1 + Cx(t)^2)\dot{x}(t) + Kx(t) = F_{pres}(t) \quad (1)$$

où M , B et K sont les masse, raideur, amortissement effectifs, C est un coefficient d'amortissement aux grands déplacements et F_{pres} est la résultante des forces de pression qui s'applique sur la face exposée à l'écoulement. Au repos les cordes vocales délimitent un canal glottique droit (avec une hauteur $2x_0$), mais qui devient à section variable du fait du retard de propagation :

$$a(t, y) = 2L_g(x_0 + x(t, y)). \quad (2)$$

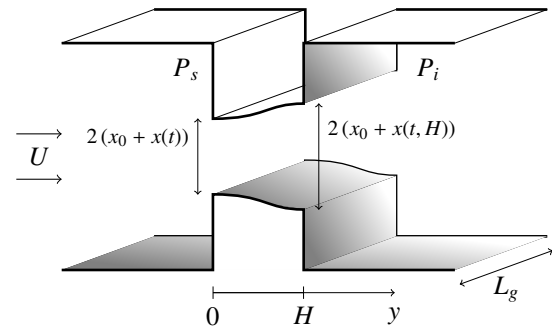


FIGURE 1 – Géométrie et notations pour le modèle de cordes vocales à onde mucosale

De manière classique l'écoulement est supposé satisfaire au théorème de Bernoulli depuis la trachée ($y < 0$) jusqu'au bord de fuite ($y = H$). On considère les coefficients k_c de pertes de pression liée à la contraction de l'écoulement à l'entrée de la constriction, et k_e le coefficient de recouvrement partiel de pression dans le jet formé en aval de la glotte. Avec l'hypothèse d'écoulement incompressible avant les turbulences, le débit $U(t)$ s'exprime en fonction de la différence entre la pression subglottique P_s et la pression P_i dans la zone de turbulence en aval identifiée à la pression à l'entrée du résonateur acoustique :

$$P_s - P_i \simeq \frac{1}{2}\rho k_t \frac{U^2}{a(t, H)^2} \quad (3)$$

où ρ est la masse volumique du fluide et $k_t = k_c - k_e$ est appelée le coefficient transglottique. Il est ensuite possible d'exprimer le champ de pression dans le canal glottique. Si la glotte est suffisamment fine, le mouvement retardé le long de la corde vocale est approché par $x(t, y) \sim x(t) - (y/c_m)z(t)$ avec $z(t) = \dot{x}(t)$ ce qui implique que le canal présente un profil de section linéaire à un instant donné. La résultante des forces de pression qui s'exerce sur chaque corde vaut :

$$F_{pres} = P_i + \frac{P_s - P_i}{k_t} \left(1 - k_e - \frac{x_0 + x(t - H/c_m)}{x_0 + x(t)} \right). \quad (4)$$

2.2 Acoustique

On s'intéresse désormais au découplage mis en évidence par Sundberg [6] entre la cavité laryngée et le pharynx situé en aval. Ce découplage acoustique est favorisé par un changement de section important (ratio des sections de l'ordre de 6), et la cavité laryngée se comporterait alors comme un résonateur de Helmholtz de manière similaire au rôle joué par une embouchure de trompette. Ceci est conforté par les observations expérimentales sur les ajustements laryngés et pharyngés chez les chanteurs baryton et contre-ténor [9].

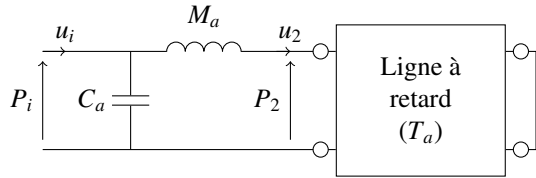


FIGURE 2 – Schéma électrique équivalent du résonateur acoustique.

Nous considérons dans cette présentation un modèle de résonateur acoustique avec des éléments localisés (masse M_a et compliance C_a) représentatifs de la cavité laryngée comme décrit par Sundberg [6] en amont d'un simple guide d'onde cylindrique ouvert à son extrémité (temps aller-retour T_a avec une atténuation R , et impédance caractéristique Z_c) modélisant les voies aériennes supérieures à partir du pharynx. La Fig. 2 donne le schéma électrique équivalent avec les notations pour la pression P_i et le débit u_i entrants ainsi que le débit u_2 excitant la ligne à retard. Les équations de la dynamique correspondantes sont :

$$u_i(t) = u_2(t) + C_a \dot{P}_i(t), \quad (5)$$

$$P_i(t) = P_2(t) + M_a \dot{u}_2(t), \quad (6)$$

ainsi que pour la ligne à retard

$$(P_2 - Z_c u_2)(t) = -R(P_2 + Z_c u_2)(t - T_a). \quad (7)$$

u_i , assimilé au débit U , excite le résonateur et les variables internes pertinentes pour ce modèle sont P_i et u_2 , de sorte qu'il est possible d'éliminer P_2 :

$$\begin{aligned} \dot{u}_2(t) = & -R\dot{u}_2(t - T_a) + \frac{1}{M_a} \left(P_i(t) + R P_i(t - T_a) \right. \\ & \left. - Z_c u_2(t) + R Z_c u_2(t - T_a) \right). \end{aligned} \quad (8)$$

La dynamique du modèle acoustique est finalement donnée par les Eqs. (5) et (8).

2.3 Modèle complet

Les équations (1), (4), (5) et (8) sont ensuite adimensionnées en introduisant le temps réduit $\tilde{t} = t\omega_0$ avec $\omega_0 = \sqrt{K/M}$ et les valeurs de référence x_0 pour les déplacements ($\tilde{x}(t) = x(t)/x_0$), $x_0\omega_0$ pour la vitesse ($\tilde{z}(t) = z/(x_0\omega_0)$), Kx_0 pour les pressions ($\tilde{P}_s = P_s/Kx_0$ et $\tilde{P}_i = P_i/Kx_0$) et Kx_0/Z_c pour les débits ($\tilde{U} = Z_c U/Kx_0$ et

$\tilde{u}_2 = Z_c u_2/Kx_0$). Les paramètres sont également réduits :

$$\begin{aligned} \tilde{C}_a &= C_a Z_c \omega_0, & \tilde{M}_a &= M_a \omega_0 / Z_c, & \tilde{T}_a &= T_a \omega_0, \\ \tilde{B} &= B \omega_0 / K, & \tilde{C} &= C x_0^2, & \tilde{T}_m &= H \omega_0 / c_m, \end{aligned}$$

$$\text{et} \quad \zeta = 2L_g Z_c \sqrt{\frac{2x_0}{K\rho k_t}}$$

et de sorte que le système suivant ne présente que des quantités adimensionnées :

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{u}_2}{d\tilde{t}}(\tilde{t}) = & -R \frac{d\tilde{u}_2}{d\tilde{t}}(\tilde{t} - \tilde{T}_a) + \frac{1}{\tilde{M}_a} \left(\tilde{P}_i(\tilde{t}) + R \tilde{P}_i(\tilde{t} - \tilde{T}_a) \right. \\ & \left. - \tilde{u}_2(\tilde{t}) + R \tilde{u}_2(\tilde{t} - \tilde{T}_a) \right). \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{d\tilde{P}_i}{d\tilde{t}}(\tilde{t}) = \frac{1}{\tilde{C}_a} \left(\tilde{U}(\tilde{t}) - \tilde{u}_2(\tilde{t}) \right), \quad (10)$$

$$\frac{d\tilde{x}}{d\tilde{t}}(\tilde{t}) = \tilde{z}(\tilde{t}), \quad (11)$$

$$\frac{d\tilde{z}}{d\tilde{t}}(\tilde{t}) = \tilde{F}_{pres} - \tilde{x}(\tilde{t}) - \tilde{B}\tilde{z}(\tilde{t}) \left(1 + \tilde{C}\tilde{x}(\tilde{t})^2 \right) \quad (12)$$

$$(13)$$

avec

$$\tilde{U}(\tilde{t}) = \zeta \left(1 + \tilde{x}(\tilde{t}) - \tilde{T}_m \tilde{z}(\tilde{t}) \right) \sqrt{|\tilde{P}_s - \tilde{P}_i|} \text{sign}(\tilde{P}_s - \tilde{P}_i), \quad (14)$$

$$\text{et } \tilde{F}_{pres} = \tilde{P}_i + \frac{\tilde{P}_s - \tilde{P}_i}{k_t} \left(\tilde{T}_m \frac{\tilde{z}(\tilde{t})}{1 + \tilde{x}(\tilde{t})} - k_e \right). \quad (15)$$

Pour les applications numériques, on considère, sauf indication contraire, les valeurs de référence suivantes : $\tilde{C}_a = 0.009$, $\tilde{M}_a = 0.088$, $\tilde{T}_a = 0.75$, $R = 0.6$, $\tilde{B} = 0.298$, $\tilde{C} = 10^{-5}$, $\tilde{T}_m = 0.15$ et $\zeta = 0.15$, $k_t = 1.1$ et $k_e = 0.2$ en accord avec les données de Sundberg [6], Titze [2] et Lucero [8].

3 Effet sur l'impédance du résonateur acoustique

On s'intéresse dans un premier à l'effet du modèle de cavité laryngée (masse et compliance) sur l'impédance d'entrée vue par la source glottique. Dans le domaine fréquentiel normalisé ($\tilde{\omega} = \omega/\omega_0$), cette impédance s'écrit

$$Z_e(\omega) = \frac{Z_c}{j\tilde{C}_a \tilde{\omega} + \frac{1}{j \tan(\tilde{\omega}\tilde{T}_a/2) + j\tilde{M}_a \tilde{\omega}}}. \quad (16)$$

La figure 3 montre la modulation de l'impédance du conduit vocal (courbe en tiret) par la cavité laryngée, avec une enveloppe qui a précédemment été décrite en fonction de C_a , M_a (cf Ref. [10]). L'évolution des paramètres modaux (fréquences propres f_n , facteurs de qualité Q_n et amplitudes modales Z_n) lors de variations inverses de la compliance αC_a et de la masse M_a/α acoustique (soit à $C_a M_a$ constant) est illustrée Fig. 4. Ils attestent de l'effet sélectif autour de la fréquence du résonateur de Helmholtz lorsque l'on simule un abaissement du larynx accompagné d'une expansion du ventricule de Morgani comme décrit par Sundberg [6]. Les résonances dont la fréquence est proche de celle du résonateur de Helmholtz voient leur facteur de qualité et

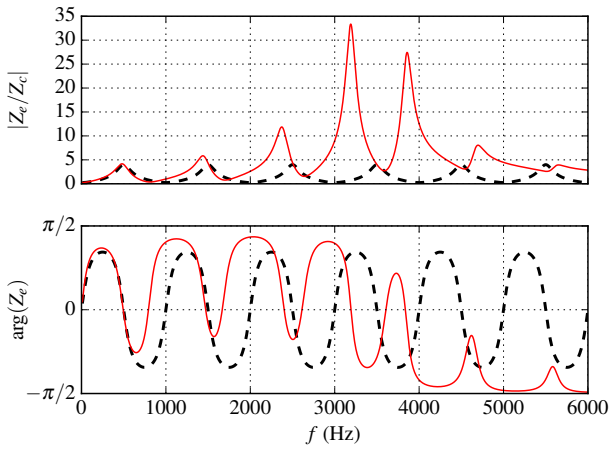


FIGURE 3 – Impédances d’entrée du résonateur acoustique sans (tirets noir) et avec (trait continu rouge) la cavité laryngée. $1/T_a = 1$ kHz, C_a et M_a tels que la fréquence du résonateur de Helmholtz soit de 3.55 kHz.

leur amplitude augmenter, avec de plus un resserrement des résonances dans cette bande fréquentielle. Il faut noter que Sundberg mentionne également une variation du volume des sinus piriformes qui accompagne l’abaissement du larynx et qui contrerait la déviation en fréquence des premières résonances. Nous ne tenons pas compte de ce volume ici.

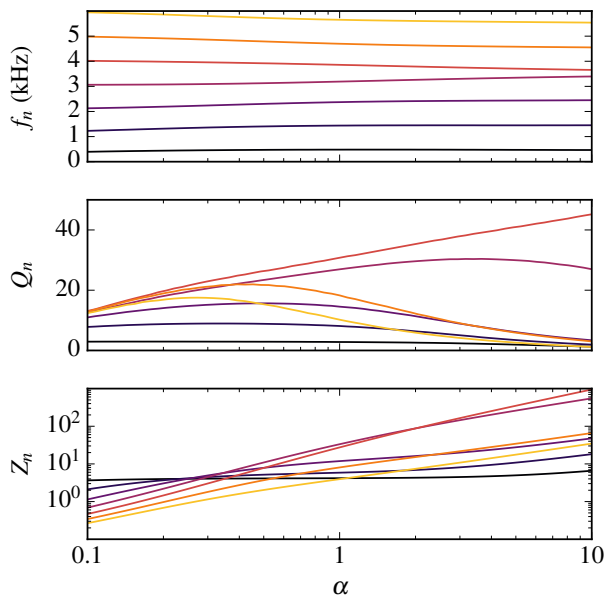


FIGURE 4 – Fréquences propres f_n , facteurs de qualité Q_n et amplitudes modales Z_n quand la compliance ($= \alpha C_a$) et la masse ($= M_a/\alpha$) acoustique varient de manière opposée.

4 Effet sur les auto-oscillations

L’équation (9) peut être symboliquement exprimée sous la forme

$$\dot{X}(\tilde{t}) = f(X(\tilde{t}), X(\tilde{t} - \tilde{T}_a), \dot{X}(\tilde{t} - \tilde{T}_a)) \quad (17)$$

où $X = [\tilde{u}_2, \tilde{P}_i, \tilde{x}, \tilde{z}]$ est le vecteur d’état. Du fait du terme $\dot{X}(\tilde{t} - \tilde{T}_a)$, le modèle s’inscrit dans la classe des systèmes

dynamiques **neutres** à retard (NDDE) qui semble à même de modéliser de nombreux phénomènes biologiques [11]. Toutefois ils sont l’objet de travaux actuels [12, 13] ce qui implique notamment l’absence d’outils standard d’analyse. Il est néanmoins possible de procéder à des simulations numériques (Sec. 4.1) et des analyses de systèmes dynamiques avec des codes développés dans un contexte de recherche (Sec. 4.2).

4.1 Simulations temporelles

Shampine [14] propose d’obtenir une solution du problème neutre en approchant le terme dérivée retardée par un schéma aux différences finies, le système approché étant résolu par les solveurs standard d’équations différentielles à retard (non neutres). Cet algorithme est disponible via la fonction Matlab `ddeNsd` et a permis de simuler l’évolution de la forme d’onde de régimes oscillants lorsque varie la masse acoustique (et plus explicitement la longueur du col de la cavité laryngée).

La figure 5 montre comment l’allongement du col (de 1 à 3cm) et donc l’augmentation de la masse acoustique fait émerger des oscillations haute fréquence sur les signaux de déplacement des plis et de pression supraglottique alors que les signaux semblent quasiment monochromatique à faible masse. On passe également d’un régime de fermeture glottique incomplète (courbe jaune, 1cm) à complète (courbe bleu foncé, 3cm), c’est-à-dire à une phase d’annulation du débit au cours d’une période. Ceci suggère que, sur ces simulations réalisées à pression subglottique constante, la distance au seuil d’oscillation varie avec la masse acoustique. Cette observation appelle une analyse en termes de stabilité des différents régimes statique et oscillants.

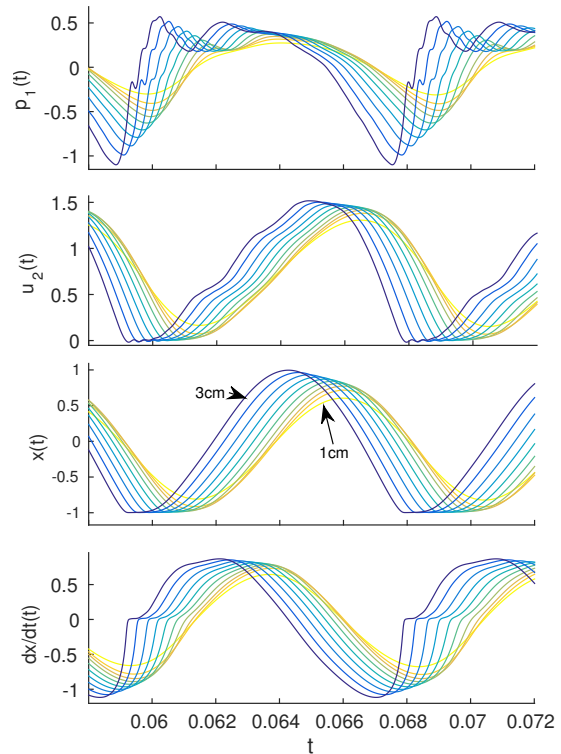


FIGURE 5 – Formes d’ondes en régime permanent pour diverses masses acoustiques. De haut en bas : pression \tilde{P}_i , débit \tilde{u}_2 , déplacement \tilde{x} et vitesse \tilde{z} .

4.2 Analyse de régimes et de bifurcations

Cette analyse s'appuie sur le logiciel DDE-BIFTOOL [15] adapté par S. Terrien et D. Barton pour les besoins des systèmes neutres à retard [13, 16].

La première étape consiste à déterminer la branche des solutions statiques (non oscillante). Du fait des pertes basses fréquences ($R < 1$) dans le résonateur acoustique, les solutions statiques sont non triviales, mais peuvent être obtenues par correction de l'approximation suivante :

$$\tilde{z}^* = 0, \quad \tilde{x}^* \approx -\frac{k_e}{k_t} \tilde{P}_s, \quad (18)$$

$$\tilde{u}_2^* \approx \zeta(1 - \tilde{x}^*) \sqrt{\tilde{P}_s} \quad \text{et} \quad \tilde{P}_i^* \approx \frac{1 - R}{1 + R} \tilde{u}_2^*. \quad (19)$$

La stabilité du régime statique est ensuite analysée via l'examen de l'équation caractéristique

$$\det \left(\lambda I - \frac{\partial f}{\partial X(\tilde{t})} \Big|_{*} - \frac{\partial f}{\partial X(\tilde{t} - \tilde{T}_a)} \Big|_{*} e^{-\lambda \tilde{T}_a} - \lambda \frac{\partial f}{\partial X(\tilde{t} - \tilde{T}_a)} \Big|_{*} e^{-\lambda \tilde{T}_a} \right) = 0 \quad (20)$$

qui, à la différence des systèmes d'équations différentielles ordinaires, admet un nombre infini de solutions. Toutefois seule l'existence de solutions ayant une partie réelle positive indique l'instabilité de l'état d'équilibre. L'analyse de stabilité s'intéresse donc à un nombre fini de solutions (celles de plus grande partie réelle) dont on peut numériquement obtenir une estimation. On en déduit ainsi une pression subglottique minimale pour déstabiliser le régime statique, tous les autres paramètres étant fixés. Si c'est une paire de solutions complexes conjuguées qui traverse l'axe imaginaire, alors il s'agit d'une bifurcation de Hopf.

La figure 6 montre comment évolue cette pression de seuil et la partie imaginaire des solutions imaginaires pures (c'est la fréquence de l'oscillation correspondante) lorsque l'on varie les masse et compliance acoustique de la cavité laryngée, à la condition que la fréquence de ce résonateur de Helmholtz reste constante (comme pour la figure 4).

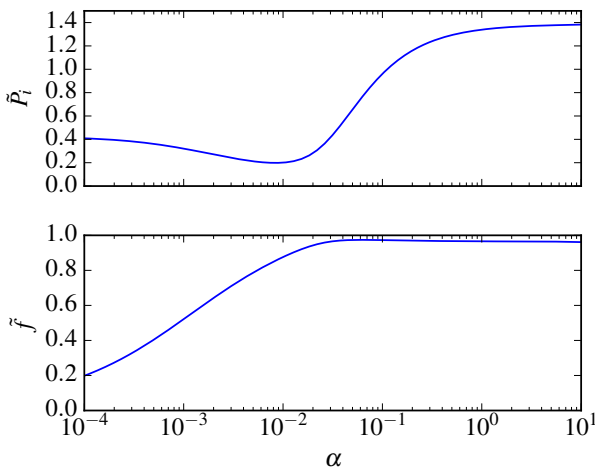


FIGURE 6 – Pression et fréquence au seuil d'oscillation quand la compliance ($= \alpha C_a$) et la masse ($= M_a/\alpha$) acoustique varient de manière opposée.

Grâce aux travaux de Barton [16], on peut procéder à la continuation de la branche de solutions périodiques qui

émerge de la bifurcation. Ces solutions oscillantes sont discrétisées par collocation orthogonale aux points de Gauss.

5 Conclusion

Nous nous sommes attachés à présenter les possibilités ouvertes pour l'étude des systèmes biologiques qui sont avantageusement décrits avec un retard, sans avoir la nécessité de transformer un modèle à base de DDE en un système de nombreuses ODE. Les paramètres restent proche des données physiques et géométriques sans avoir à réfléchir en termes de base modale, ce qui simplifie grandement la manipulation et l'interprétation des résultats.

Toutefois ces outils présentent encore certaines limitations à l'heure actuelle, comme par exemple le traitement des systèmes à retard unique. Dans le modèle utilisé, ceci a eut pour conséquence d'imposer l'hypothèse d'une propagation rapide de l'onde mucosale et l'approximation du terme $x(t - H/c_m)$. D'autre part, la justification mathématique de certaines techniques numériques n'est pas encore formellement établie. Notamment il n'existe pas de preuve de la convergence de la solution obtenue numériquement vers la solution du problème continu pour certaines classes de systèmes.

Remerciements

Le travail présenté a été mené au sein du projet ANR-12-PRODOC-0018 VOFOCAM.

Références

- [1] B. Erath, M. Zaňartu, K. Stewart, M. Plesniak, D. Sommer & S. Peterson, A review of lumped-element models of voiced speech, *Speech Comm.* **55**, 667-690 (2013).
- [2] I. Titze, The physics of small-amplitude oscillation of the vocal folds, *Journal of Acoustical Society of America* **83** (4), 1536-1552 (1988).
- [3] I. Titze & B. Story, Acoustic interactions of the voice source with the lower vocal tract, *Journal of Acoustical Society of America* **101** (4), 2234-2243 (1997).
- [4] D. Sciamarella & G. Artana. Relaxation to one-dimensional postglottal flow in a vocal fold model, *Speech Communication* **66**, 176-181 (2015).
- [5] N. Ruty, X. Pelorson, A. Hirtum, I. Lopez-Arteaga & A. Hirschberg, An in vitro setup to test the relevance and the accuracy of low-order vocal folds models, *Journal of Acoustical Society of America* **121** (1), 479-490 (2007).
- [6] J. Sundberg. Articulatory interpretation of the "singing formant", *Journal of Acoustical Society of America* **55** (4), 838-844 (1974).
- [7] R. Laje, T. Gardner & G. Mindlin, Continuous model for vocal fold oscillations to study the effect of feedback, *Phys. Rev. E* **64**, 056201 (2001).

- [8] J. Lucero, K. Lourenço, N. Hermant, A. van Hirtum & X. Pelorson, Effect of source–tract acoustical coupling on the oscillation onset of the vocal folds, *Journal of Acoustical Society of America* **132** (1), 403-411 (2012).
- [9] P.-A. Lindestad & M. Södersten, Laryngeal and Pharyngeal Behavior in Countertenor and Baritone Singing A Videofiberscopic Study, *J. Voice* **2** (2), 132-139 (1988).
- [10] B. Mallaroni, Effet de la géométrie de l'embouchure de trompette sur son spectre, Rapport de M2, AMU, repris dans *Acoustique des instruments de musique*, J. Kergomard & A. Chaigne, ed. Belin, Paris, 2008.
- [11] F. A. Rihan & B. F. Rihan, Numerical Modelling of Biological Systems with Memory using Delay Differential Equations *Applied Mathematics & Information Sciences* **9** (3), 1645-1658 (2015).
- [12] J.-P. Richard, Time-delay systems :an overview of some recent advances and open problems, *Automatica* **39** (10), 1667–1694 (2003).
- [13] S. Terrien, R. Auvray, B. Fabre, P.-Y. Lagrée & C. Vergez, Numerical resolution of a physical model of flute-like instruments : comparison between different approaches, *Acoustics 2012*, Nantes.
- [14] L.-F. Shampine, Dissipative approximations to neutral DDEs, *Applied Mathematics and Computation* **203** (2), 641-648 (2008).
- [15] K. Engelborghs, T. Luzyanina & D. Roose, Numerical bifurcation analysis of delay differential equations using DDE-BIFTOOL, *ACM Trans. Mathematical Software* **28** (1), 1-21 (2002).
- [16] D. Barton, B. Krauskopf & R. Wilson, Collocation schemes for periodic solutions of neutral delay differential equations, *J. Difference Equations and Applications* **12** (11), 1087-1101 (2006).