CFA/VISHNO 2016

Diminution du bruit rayonné d'une paroi par shunt à capacité négative

C. Bricault^a, C. Pezerat^b et M. Collet^c ^aIRT Jules Verne / LAUM, 1 rue Aristote, 72000 Le Mans, France ^bLAUM / ENSIM, Rue Aristote, 72085 Le Mans, France ^cLTDS, Ecole centrale de Lyon, 36 Av.Guy de Collongue, 69134 Ecully, France charlie.bricault@irt-jules-verne.fr



Cet article traite de l'étude de la réduction des vibrations et du bruit rayonné d'une paroi à partir d'une approche numérique visant à modéliser et optimiser une structure métacomposite. La méthode qui est proposée ici est de contrôler le comportement dynamique et acoustique d'une structure à l'aide d'un réseau périodique de patchs piézoélectriques shuntés avec une capacité négative. La propagation des ondes dans ce système périodique est étudiée avec un modèle numérique basé sur le théorème de Floquet-Bloch pour calculer les constantes de propagation d'une seule cellule permettant ainsi l'optimisation de la méthode [1,2]. Pour vérifier la pertinence de la méthode, une simulation multi-physiques du champ de déplacement et du champ de vitesse vibratoire d'une plaque finie avec réseau de patchs piézoélectriques shuntés est réalisée afin de constater l'efficacité du shunt à capacité négative pour diminuer les vibrations d'une part, et de diminuer le champ acoustique rayonné d'autre part. Le rayonnement acoustique est calculé à partir de la méthode de Rayleigh discrétisée.

1 Introduction

L'allègement des structures est un enjeu économique important dans les domaines d'activités industrielles telles que l'automobile, l'aéronautique ou le naval, qui intègrent peu à peu les matières composites dans la fabrication des structures. Cet allègement s'accompagne d'un raidissement de la matière qui implique des problèmes de vibrations et d'isolation acoustique. Plusieurs méthodes de traitement existent pour diminuer les vibrations ou le bruit rayonné d'une paroi, mais ces méthodes ont l'inconvénient d'augmenter significativement la masse de la paroi. Afin de répondre à cette problématique, il est proposé ici de modifier le comportement dynamique des structures à partir d'un réseau périodique de patchs piézoélectriques shuntés avec une capacité négative (figure 1). Cette méthode vise à augmenter la fréquence de coïncidence entre le nombre d'ondes de flexion de la structure et le nombre d'ondes acoustique pour diminuer le rayonnement acoustique de la paroi traitée.



Figure 1 – Représentation schématique du contrôle du comportement dynamique de structure utilisant des patchs piézoélectriques shuntés.

2 Éléments théoriques

2.1 Les structures périodiques [3-4]

Les métamatériaux, lorsque l'effet de l'amortissement n'est pas considéré, présentent deux zones fréquentielles distinctes : une zone dite de propagation des ondes pour laquelle l'énergie est transmise dans le système avec la même amplitude mais avec un changement de phase qui dépend de la fréquence, les ondes mécaniques sont donc propagatives ; une zone dite d'atténuation des ondes pour laquelle il n'y a pas de changement de phase mais une diminution exponentielle de l'amplitude, les ondes mécaniques sont évanescentes. En considérant l'amortissement, il apparaît alors des zones complexes. Il est possible de caractériser ces zones de propagation et d'atténuation des ondes dans un système périodique à partir de l'étude des constantes de propagation d'une seule cellule obtenues en résolvant le Théorème de Floquet-Bloch. Dans le cas d'une propagation 1D, par exemple prenons le cas de la propagation d'ondes planes vibratoires dans une poutre, le théorème de Floquet permet de relier les déplacements et les efforts de part et d'autre d'un élément unitaire (figure 2) par la relation mathématique suivante :

$$e^{-\mu} \left\{ \begin{matrix} \boldsymbol{q}_L \\ \boldsymbol{F}_L \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \boldsymbol{q}_R \\ \boldsymbol{F}_R \end{matrix} \right\}, \tag{1}$$

où q_L , q_R , F_L , F_R sont respectivement les vecteurs des déplacements et des contraintes à gauche et à droite de l'élément unitaire, et μ est la constante de propagation d'une onde qui se propage dans un milieu périodique infini.



Figure 2 – Représentation schématique d'un élément unitaire d'un système périodique infini d'après le théorème de Floquet-Bloch.

La matrice de transfert T lie les déplacements et les contraintes entre les nœuds de couplages à droite et à gauche de la cellule :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{T}_{qq} & \boldsymbol{T}_{qF} \\ \boldsymbol{T}_{Fq} & \boldsymbol{T}_{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_L \\ \boldsymbol{F}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_R \\ \boldsymbol{F}_R \end{bmatrix}.$$
(2)

Les constantes de propagations μ_i sont obtenues avec le calcul des valeurs propres λ_i de la matrice de transfert **T** :

$$\lambda_i = e^{-\mu} . \tag{3}$$

Les vecteurs propres de la matrice de transfert permettent d'identifier les vecteurs d'ondes composés des déplacements et des contraintes sur un nœud de couplage. Les constantes de propagations μ_i sont directement liées à la longueur de la cellule *L* et par définition aux nombres d'ondes :

$$\mu = jkL . \tag{4}$$

Les solutions sont conventionnellement représentées dans des **diagrammes de bande**. Ces diagrammes témoignent de la propagation ou non des ondes selon une direction donnée. Une représentation de la zone de Brillouin et un exemple de représentation en diagramme de bande associé sont présentés par la figure 3.

Figure 3 – (a) Espace réel. (b) Espace réciproque des nombres d'ondes, zone irréductible de Brillouin. (c)
Exemple de représentation en diagramme de bande (partie réelle des nombres d'ondes) ; figure empruntée à [5].

2.1 La piézoélectricité [6]

La transduction piézoélectrique est définie par un transfert d'une énergie électrique en énergie mécanique, ou inversement, d'une énergie mécanique en énergie électrique. Les équations de couplage piézoélectrique font intervenir des grandeurs électriques : le champ électrique E et le déplacement électrique D, et des grandeurs mécaniques : les contraintes notées T et les déformations notées S. Ainsi, le couplage piézoélectrique se met sous la forme de deux équations :

$$S_{\alpha} = S_{\alpha\beta}^{E} T_{\beta} + d_{i\alpha} E_{i} , \qquad (5)$$

$$D_i = \varepsilon_{ij}^T E_j + d_{i\alpha} T_\alpha , \qquad (6)$$

où $s_{\alpha\beta}^{E}$ est le tenseur d'élasticité du matériau piézoélectrique à champ électrique *E* nul, $d_{i\alpha}$ est le tenseur des constantes piézoélectriques et ε_{ij}^{T} est le tenseur de la permittivité électrique à contrainte nulle. Un patch piézoélectrique se comporte comme une compliance, on peut alors définir la capacité électrique inhérente du transducteur C_{p}^{t} , c'est-àdire la capacité à contrainte *T* nulle, et C_{p}^{s} la capacité électrique à déformée nulle :

$$C_p^t = \frac{\varepsilon_{i_j}^T S_p}{h_p},\tag{7}$$

$$C_{p}^{s} = C_{p}^{t} \left(1 - \frac{d_{ij}^{2}}{s_{jj}^{E} \varepsilon_{ii}^{T}} \right) = C_{p}^{t} \left(1 - k_{ij}^{2} \right),$$
(8)

où S_p et h_p sont la surface et l'épaisseur du patch.

2.2 Le facteur de rayonnement [7-8]

Le facteur de rayonnement σ est le rapport entre la puissance acoustique rayonnée et la puissance acoustique rayonnée pour un milieu fluide ayant comme impédance caractéristique celle de l'air $Z = \rho_0 c_0$ avec ρ_0 la densité et c_0 la célérité.

$$\sigma = \frac{\int_{S} \Re\{Z_{r}/\rho_{0}c_{0}\}|w|^{2}dS}{\int_{S} |w|^{2}dS},$$
(9)

où $Z_r = p/u_n$ est l'impédance de rayonnement avec p la pression et u_n la vitesse normal à la paroi, w est le déplacement transverse. La figure 4 montre le facteur de rayonnement des ondes de flexion propagatives et évanescentes pour une plaque infinie. ω_c , Eq.(10), est la pulsation de coïncidence définie par une égalité entre le nombre d'ondes de flexion k_f et le nombre d'ondes acoustique k_a :

$$\omega_c = c_0^2 \sqrt{\frac{\rho h}{D}} = \sqrt{\frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}},$$
 (10)

où ρ , h, E, ν et D sont respectivement la masse volumique, l'épaisseur, le module d'Young, le coefficient de poisson et la rigidité de flexion d'une plaque.



Figure 4 – À gauche, nombre d'ondes de flexion et nombre d'ondes acoustique ; à droite, facteur de rayonnement des ondes de flexion propagatives et évanecentes.

La diminution de la rigidité de flexion D d'une plaque implique une augmentation de la courbe de dispersion et de la fréquence de coïncidence. Cette diminution de rigidité de flexion s'avère une perspective intéressante pour diminuer le rayonnement acoustique d'une paroi.

2.3 Shunt à capacité négative [9]

Une compliance négative n'existe pas en tant que tel mais peut-être synthétisée à partir de systèmes électriques complexes. Le shunt considéré ici est

$$Z_{sh}(\omega) = 1/j\omega C_{neg} \tag{11}$$

La raideur mécanique équivalente du patch piézoélectrique peut s'écrire de la façon suivante :

$$Z_{me} = \frac{c_p^{S} + (1 - k_{ij}^2)c_{neg}}{c_p^{S} + c_{neg}}$$
(12)

La variation de la raideur mécanique Z_{me} en fonction de la valeur de la capacité négative est présentée par la figure 5. En ne considérant non plus le patch seul, mais le système couplé « patch + structure », la zone d'instabilité change et il est possible de trouver une valeur théorique de la capacité négative permettant de faire tendre, de manière théorique, la rigidité de ce système vers 0 (capacité négative dite optimale).



Figure 5 – Raideur mécanique équivalente du patch piézoélectrique en fonction de la capacité négative C_{neg} .

3. Le système étudié, équations de couplage et modèle numérique

3.1 Le système



Figure 6 – Schéma de la cellule considérée.

• Structure aluminium :

$$l=80$$
 mm, $h=5$ mm , $\nu=0.37$, $ho=2700 kg$. m^{-3}

• Piézo PZT-5H :

$$\begin{split} l_p &= 40 \; mm, h_p = 0.5 \; mm, \rho_p = 7500 \; kg. \, m^{-3} \\ s_{11}^E &= 16.5 \; 10^{-12} m^2. \, N^{-1}, s_{12}^E = -4.78 \; 10^{-12} m^2. \, N^{-1}, \\ d_{31} &= -2.74 \; 10^{-10} C. \, N^{-1}, \varepsilon_{33}^T = 3.01 \; 10^{-8} F. \, m^{-1} \end{split}$$

3.2 Implémentation du théorème de Bloch dans le modèle numérique [1-2]



Figure 7 - Cellule périodique piézocomposite.

Considérons la cellule figure 7. Le comportement dynamique d'un système structure/patch piézoélectrique est dirigé par les équations aux dérivées partielles :

$$\rho \ddot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{r},t) - \boldsymbol{\nabla} \sigma(\boldsymbol{r},t) = 0, \qquad \forall \boldsymbol{r} \in \boldsymbol{\Omega} , \qquad (13)$$

$$-\nabla D(\mathbf{r},t) = \mathbf{0}, \qquad \forall \mathbf{r} \in \mathbf{\Omega}, \qquad (14)$$

où $w(r,t) \in \mathbb{R}^3$ (r[x, y, z]) est le vecteur de déplacement, σ représente le tenseur des contraintes de Cauchy et **D** le déplacement électrique. Le couplage électromécanique peut être pris en compte par :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathcal{C}_{E}(\boldsymbol{r}) \, \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{e}^{T}(\boldsymbol{r}) \boldsymbol{E} \,\,, \tag{15}$$

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{e}(\boldsymbol{r})\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}_{S}(\boldsymbol{r})\boldsymbol{E} , \qquad (16)$$

où $E = -\nabla V$ est le vecteur des champs électriques, V

étant la tension, C_E le tenseur d'élasticité à champ électrique constant, e^T le tenseur des coefficients de couplage piézoélectrique, $\varepsilon = 1/2 \left[\nabla w^T(\mathbf{r}, t) + w(\mathbf{r}, t) \nabla^T \right]$ le tenseur des contraintes de Green, ε_S la permittivité électrique à contrainte constante. Pour prendre en compte le shunt électrique, nous avons besoin d'une autre expression permettant de considérer les charges électriques générées par le patch piézoélectrique dans le circuit électrique :

$$q_0 = -\int_{S_*} \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{n} \, dS \,. \tag{17}$$

Les conditions aux limites électriques considérées sont :

$$\begin{cases}
V(\mathbf{r},\omega) = 0, & \forall \mathbf{r} \in S_b, \\
V(\mathbf{r},\omega) = V_0(\omega), & \forall \mathbf{r} \in S_t, \\
\mathbf{D}. \mathbf{n}(\mathbf{r},\omega) = 0, & \forall \mathbf{r} \in S_l,
\end{cases}$$
(18)

où S_b est le dessous du patch à la masse, S_t est le dessus du patch relié au shunt et S_l sont les côtés du patch. Le potentiel électrique V_0 appliqué au-dessus du patch dépend de l'impédance $Z_{sh}(\omega)$ et de la charge totale définie dans Eq.(17) :

$$V_0(\omega) = -Z_{sh}(\omega)j\omega q_0(\omega).$$
(19)

Les conditions aux limites mécaniques varient en fonction du type de calcul, on choisira par exemple des conditions de périodicité dans le cas du calcul des constantes de propagation.

Le théorème de Floquet Bloch est utilisé pour notre système élastodynamique, périodique et infini, gouverné par les équations Eq.(13) et Eq.(14) pour calculer les courbes de dispersion 2D du système. Nous avons donc besoin d'introduire une formulation faible qui est discrétisée par une méthode standard d'éléments finis (FEM). Tous les détails pour obtenir cette formulation faible à partir des équations Eq.(13) et Eq.(14) prenant en compte la décomposition en ondes de Bloch sont donnés dans [1-2]. La méthode proposée dans [1-2] permet de simuler directement les nombres d'ondes k. Pour calculer les valeurs propres, un logiciel de simulation multi-physiques est utilisé. Le problème aux valeurs propres généralisé qui est résolu prend la forme suivante :

$$\left[K(Z(\omega_n)) - \omega_n^2 M + \lambda L(\phi, Z(\omega_n)) - \lambda^2 H(\phi, Z(\omega_n))\right] \mathbf{u}_n(k, \phi) = 0, \quad (20)$$

où $\lambda = ik$, M et $K(Z(\omega_n))$ sont les matrices de masse et de raideur, $L(\phi, Z(\omega_n))$ et $H(\phi, Z(\omega_n))$ sont respectivement des matrices antisymétrique et symétrique.

4. Influence de la capacité négative sur le comportement vibroacoustique d'une paroi : étude théorique

4.1 Calcul de la capacité négative optimale

La valeur de la capacité négative optimale, définie par la capacité négative permettant de diminuer la rigidité de flexion au plus proche de l'instabilité, liée au modèle numérique est obtenue en cherchant la condition d'instabilité du système global. Pour ce faire, un calcul aux valeurs propres est réalisé en faisant varier la capacité négative, dans le but de trouver celle qui annule la première valeur propre ; cela équivaut à chercher la singularité de la matrice dynamique. Un exemple de résultat obtenu est présenté par la figure 8.



Figure 8 – Exemple de variation des valeurs propres « lambda » en fonction de la capacité négative $C_{neg} = alpha * 50 \ 10^{-8} F.$

Afin de pré-conditionner le calcul numérique, une estimation de la valeur optimale est calculée avec un modèle analytique de plaque équivalente [10]. Ce modèle donne un nombre d'ondes de flexion équivalent k_{eq} qui est fonction de la masse équivalente m_{eq} et de la rigidité de flexion équivalente D_{eq} , Eq.(21). Dès lors, il est possible d'obtenir une estimation de la capacité négative optimale permettant de minimiser la rigidité de flexion D_{eq} du système (figures 6 et 7) en traçant D_{eq} en fonction de C_{neg} (figure 9). La valeur est $C_{neg} \approx 13 \ 10^{-8} F$.

$$k_{eq} = \sqrt{\omega} \sqrt[4]{\frac{m_{eq}}{D_{eq}}}.$$
 (21)



Figure 9 – Variation de D_{eq} en fonction de C_{neg} .

La valeur de la capacité négative optimale peut à présent être calculée avec le modèle numérique. La figure 10 présente le maillage utilisé ainsi que les résultats obtenus pour différentes conditions aux limites du modèle. Par la suite, les constantes de propagation pourront être calculées avec des valeurs de capacité négative qui varient dans l'intervalle $-12,90 \ 10^{-8}F < C_{neg} < -13,60 \ 10^{-8}F$. En effet, les conditions aux limites du modèle permettant de calculer les constantes de propagation sont des conditions de périodicité ; la valeur de la capacité optimale se situe dans cet intervalle.



Figure 10 – Calcul de la capacité négative optimale avec différentes conditions aux limites du modèle.

4.2 Calcul des courbes de dispersion

Des conditions de périodicité sont appliquées au modèle. Le nombre d'ondes de flexion est calculé pour différentes valeurs de C_{neg} , dans la direction ΓX (voir figure 3) autour de l'intervalle défini précédemment afin d'observer l'influence de la capacité se trouvant soit dans le domaine « raidissant », soit dans le domaine « assouplissant » ou encore dans le domaine « instable » (figure 5 et 8). Les résultats de la figure 11 montrent une ouverture d'un band gap à partir de la fréquence de Bragg (fréquence liée à la périodicité du système, $f_b \approx 1980 Hz$) vers les basses fréquences pour une valeur de la capacité négative se trouvant dans le domaine « assouplissant » et vers les hautes fréquences pour une valeur se trouvant dans le domaine « raidissant ».



Figure 11 – Courbes de dispersion du nombre d'ondes de flexion en partie réelle et imaginaire pour différentes valeurs de la capacité négative C_{neg} .

4.3 Étude du champ vibratoire

Pour montrer l'efficacité du shunt à capacité négative pour amortir les ondes vibratoires, le champ de déplacement est simulé pour une plaque de 20 * 20 cellules, soit 1,6m * 1,6m, libre à ces extrémités, excitée en son centre par une force harmonique, avec et sans shunt. La fonction de transfert entre le déplacement calculé au niveau de la source et le déplacement calculé à l'une des extrémités de la plaque est tracée pour différentes valeurs de capacité négative. Une représentation schématique de l'étude est donnée en figure 12. Le but étant de mettre en corrélation la position du band gap, l'atténuation associée (partie imaginaire du nombre d'ondes) et la diminution des ondes vibratoires. Les résultats sont donnés par la figure 13.



Figure 12 – Champ de déplacement simulé à l'intérieur et à l'extérieur du band gap pour $C_{neg} = -13.70 \ 10^{-8} F$.



Figure 13 – Fonction de transfert de l'expérience de la figure 12 pour différentes valeurs de C_{neg} .

La fonction de transfert ne présente pas de diminution des vibrations pour des valeurs de capacité négative « raidissantes ». En effet, l'étude des constantes de propagation dans des directions différentes de celle de ΓX montrerait que le band gap n'est pas total, c'est-à-dire qu'il n'est pas présent dans toutes les directions à la différence du band gap créée par une capacité négative « assouplissante ».

4.4 Étude du rayonnement acoustique [7-8]

Afin de déterminer l'influence du réseau périodique de patchs piézoélectriques shuntés sur le rayonnement acoustique d'une paroi, deux facteurs sont définis : • le facteur de rayonnement σ_{ray}

$$\sigma_{ray} = 10 \log_{10} \left(\frac{W_a}{\rho_0 c_0 l_x l_y < |v_{\omega,i}(x,y)|^2 >} \right), \qquad (22)$$

avec W_a la puissance acoustique rayonnée, ρ_0 et c_0 la masse volumique et la célérité des ondes acoustiques dans l'air, $< |v|^2 >$ la moyenne du champ de vitesse transverse au carré et l_x et l_y les dimensions de la plaques (longueur, largeur);

• le facteur σ_W que nous définissons comme le rapport entre la puissance acoustique rayonnée W_a et la puissance mécanique injectée W_m

$$\sigma_w = \frac{W_a}{W_m} = 10 \log_{10} \left(\frac{W_a}{\frac{1}{2\Re\{Fv_{ext}^*\}}} \right),$$
(23)

avec F la force d'excitation et v la vitesse transverse des ondes vibratoires.

Connaissant ainsi le champ de vitesse harmonique d'une structure, il est possible de calculer théoriquement le champ acoustique rayonné. Le champ de vitesse est simulé pour le modèle de plaque finie décrit précédemment dans l'étude vibratoire (§4.3).

La puissance acoustique rayonnée W_a est calculée en champ lointain sur un hémisphère à partir de la méthode de l'intégrale de Rayleigh [8] discrétisée. La méthode consiste simplement à considérer chaque éléments du maillage (éléments carré de 1 cm * 1cm) définis sur la plaque comme étant des pistons qui émettent leur propre rayonnement. La pression acoustique en un point de l'hémisphère est la somme des pressions émises en ce point par tous les pistons (Eq.(24), figure 14(a)). La puissance acoustique totale est obtenue à partir de la somme discrète de ces pressions et plus exactement des intensités acoustiques (Eq.(25), figure 14(b)).

$$p_{\omega,n} = -jk\rho_0 c_0 \sum_{i=1}^{i} \frac{e^{jkR_{i,n}}}{2\pi R_{i,n}} v_{\omega,i}(x,y) dxdy .$$
(24)

$$W_{\omega} = \sum_{n=1}^{n} \frac{\left|p_{\omega,n}\right|^2}{\rho_0 c_0} r^2 \sin(\theta) \, d\theta d\varphi.$$
(25)



Figure 14 – Schéma du principe de calcul de l'intégral de Rayleigh discrétisée sur un hémisphère.

Le facteur de rayonnement σ_{ray} et σ_W sont tracés pour deux valeurs de C_{neg} « assouplissantes » : $-13.45 \ 10^{-8}F$ et $-13.70 \ 10^{-8}F$ (figure 15 et 17). Pour mieux visualiser la différence entre les courbes de références (sans shunt) et les courbes avec capacité négative, cette différence est calculée et tracée sur les figures 16 et 18.

Figure 15 – Facteur de rayonnement σ_{ray} .



Figure 16 – Différence entre facteur de rayonnement σ_{ray} calculé sans shunt (référence) et avec capacité négative



Figure 17 – Facteur σ_w .



Figure 18 – Différence entre facteur σ_w calculé sans shunte (référence) et avec capacité négative.

Ces résultats montrent la possibilité d'agir à la fois sur la puissance rayonnée des ondes mais aussi sur la puissance injectée. Le rapport entre ces deux énergies semble traduire une forte diminution dans les basses fréquences lorsqu'un shunt à capacité négative est utilisé. En revanche, un compromis doit être fait entre la largeur de bande fréquentielle de diminution du rayonnent et la quantité de perte souhaitée.

5 Conclusion

L'étude menée jusqu'à aujourd'hui révèle une possibilité de changer significativement le comportement dynamique d'une paroi à l'aide d'un réseau de patchs piézoélectriques shuntés avec une capacité négative. En effet, les résultats obtenus à partir de l'approche numérique montrent la possibilité de diminuer les ondes vibratoires dans toutes les directions dans la gamme fréquentielle définie par le band gap, mais aussi de diminuer le rayonnement acoustique de la plaque en dessous de la première fréquence de Bragg (hors du band gap). En revanche, un compromis doit être fait entre la largeur de bande fréquentielle d'atténuation des ondes vibratoires, la largeur de bande de diminution du rayonnement et l'importance de la perte (gain).

Remerciements

Cette étude est effectuée dans le cadre de la Chaire VI-BROLEG (Vibroacoustique des structures légères), financée par l'IRT Jules Verne (Institut de Recherche Technologique spécialisé dans l'étude des composites, matériaux métalliques et structures hybrides). Les auteurs associent les partenaires industriels et académiques de ce projet : Airbus, Alstom Power, Bureau Veritas, CETIM, Daher, DCNS Research, STX et l'Université du Maine.

Références

- M.Collet, M. Ouisse and M. N. Ichchou. Structural energy flow optimization through adaptive shunted piezoelectric metacomposites. J. of Intelligent Materials Systems and Structures, 23(15), 1661-1677, 2012.
- [2] M.Collet, M. Ouisse, M. N. Ichchou and R. Ohayon. Semi-active optimization of 2D wave dispersion into shunted piezo-composite systems for controlling acoustic interaction. J. of Smart Materials and Structures, 21(9), 1-7, 2012.
- [3] L. Brillouin. Wave propagation in periodic structures. McGraw-Hill Book Compagny, Inc, New-York, 1946.
- [4] J. D. Joannopoulos, S. G. Johson, J. N. Winn and R. D. Meade. Photonic Crystals, molding the flow of light. Princeton University Press, 2008.
- [5] J-C. Hsu and T-T. Wu. Efficient formulation for band-structure calculations of two-dimensional photonic-crystal plates. *Physical Review B*, 74, 144303, 2006.
- [6] N.W Hagood and A. V. Flotow. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks. J. of Sound and Vibration, 146(2), 243-268, 1991.
- [7] C. Pezerat. Vibroacoustique des structures planes. ENSIM, Le Mans.
- [8] C. Lessueur. Rayonnement acoustique des structures : vibroacoustique, intéractions fluide-structure. Edition Eyrolles. 1988.
- [9] S. Livet, M. Collet, M. Berthiller, P. Jean and J.M Cote. Strutural Multi-modal Damping by optimizing shunted piezoelectric transducers. *EJCM - Dynamics Materials, Structures and Systems, 20(2011)* 73-1001.
- [10] H. Zhang, J. Wen, Y. Xiao, G. Wang and X. Wen. Sound transmission loss of metamaterial thin plates with periodic subwavelength arrays of shunted piezoelectric patches. J. of Sound and Vibration, 343(2015), 104-120.