

CFA/VISHNO 2016

Mise en Oeuvre Expérimentale d'un Panneau Plan avec des Conditions aux Limites Simplement Supportées

O. Robin^a, J.-D. Chazot^b, R. Boulandet^c, M. Michau^a, A. Berry^d et N. Atalla^a

^aGroupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke, 2500 boul. de l'Université, Sherbrooke, Canada J1K 2R1

^bSorbonne Universités, Université de Technologie de Compiègne, Laboratoire Roberval UMR 7337, 60203 Compiègne, France

^cEcole Polytechnique Fédérale Lausanne, EPFL-STI-IEL-LTS2 - Station 11, CH-1015 Lausanne, Suisse

^dGroupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke, 2500 boul. de l'Université, Sherbrooke, QC, Canada J1K 2R1
olivier.robin@usherbrooke.ca



LE MANS

Le cas d'un panneau plan avec des conditions aux limites simplement supportées sur tous ses bords est utilisé dans de très nombreux articles ou ouvrages de référence en vibro-acoustique, car une résolution simple et exacte du problème posé est alors obtenue. Contrairement à de nombreuses études théoriques, la mise en oeuvre pratique d'un panneau avec de telles conditions aux limites a été très rarement étudiée.

Cette communication a pour objectif principal de décrire une méthode permettant la réalisation de ce type de conditions aux limites sur un panneau mince, plan et rectangulaire, fournissant un support expérimental représentatif, fonctionnel et de mise en oeuvre simple.

Le contexte général et les approches précédemment proposées pour réaliser de tels panneaux sont rappelés en début de la communication. Des résultats de simulations numériques sont ensuite utilisés pour définir un critère de dimensionnement de supports latéraux soutenant un panneau rectangulaire de taille quelconque, permettant d'atteindre une précision fréquentielle désirée par rapport à ses fréquences propres théoriques. Concernant la réalisation pratique d'un ensemble 'panneau - supports latéraux - bâti rigide', des instructions détaillées et un plan d'assemblage sont fournis afin de faciliter la reproduction de ce moyen expérimental. Finalement, des résultats issus de tests en laboratoire menés sur différents panneaux assemblés suivant la démarche proposée sont présentés, et permettent une validation générale de la méthode et du critère de dimensionnement.

1 Introduction

Le livre de Leissa [1] publié en 1969 montrait la quantité déjà importante de publications concernant les vibrations libres de plaques rectangulaires (164 références, et ce uniquement en considérant les cas d'étude simplifiés). Les conditions aux limites d'une plaque vibrante ont une influence importante sur son comportement vibratoire ainsi que sur son rayonnement acoustique, et en considérant toutes les combinaisons possibles de conditions aux limites 'usuelles' pour des plaques rectangulaires (libre, encastré ou en appui simple), 21 cas différents sont obtenus. Celui d'une plaque en appui simple sur ses quatre bords est utilisé dans de très nombreuses publications ou livres de référence (voir par exemple Williams [2] ou Fahy et Gardonio [3]), car une solution analytique exacte du problème posé est alors obtenue.

Au mieux de notre connaissance, les seuls travaux ayant décrit la mise en oeuvre de conditions aux limites de type appui simple sur un panneau rectangulaire ainsi que la validation de la méthode choisie sont au nombre de quatre [4, 5, 6, 7]¹, malgré l'intérêt que peut susciter la possibilité de disposer d'un support expérimental se comportant de manière aussi proche que possible d'un modèle mathématique exact. La figure 1 présente de manière schématique ces possibilités qui ont pour objectif d'approximer les deux conditions mécaniques de l'appui simple, soit un moment de flexion et un déplacement transverse nuls en bordure de la plaque. Deux approches ont été choisies : (1) la fixation de fines lamelles sur les bords du panneau par vissage [4, 5] (voir figures 1(a,b)) ou (2) la réalisation de rainurages profonds² en bord du panneau, avec soit une rainure en forme de 'V' [6], figure 1(c), ou de forme exponentielle décroissante [7], figure 1(d). Les résultats expérimentaux obtenus dans chaque cas étaient toujours en bon accord avec la théorie, que ce soit en termes de fréquences propres ou de vitesse quadratique par exemple [4, 5, 6, 7]. Néanmoins, étant donné que des plaques minces sont considérées (voir hypothèses et équations en section 2), chaque type de montage amène des limitations techniques importantes : (1) le vissage de lamelles en bordure du panneau et donc dans son épaisseur

est complexe à réaliser et (2) la réalisation de rainurages profonds n'est pas techniquement aisée (un panneau ainsi réalisé ne peut être réparé si le rainurage se prolonge sur toute l'épaisseur). Cette communication a pour objectif

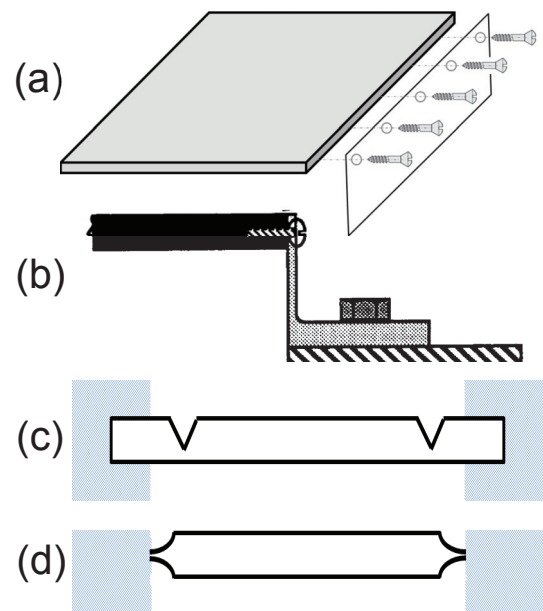


FIGURE 1 – Illustrations schématiques des types de support proposés : (a) Ochs [4], (b) Champoux [5], (c) Hoppmann [6], (d) Barnard [7].

de décrire une méthode alternative qui permet l'obtention d'un support de test représentatif, fonctionnel et de mise en oeuvre simple. Dans notre proposition, de fines lamelles placées en bordures du panneau seront utilisées (comme pour [4, 5]), mais alors fixées par collage ce qui simplifie grandement la réalisation technique. Une autre contribution de ce travail est de proposer un critère qui permet de dimensionner facilement les lamelles à utiliser pour un panneau de caractéristiques données (dimensions, matériau) afin de satisfaire un degré de précision désiré par rapport à ses fréquences propres théoriques.

La section 2 présente tout d'abord de manière succincte la théorie sous-jacente à la problématique. La définition du critère de dimensionnement ainsi que sa validation sur un modèle numérique sont ensuite décrites en section 3. En complément de différents travaux [11, 12, 13, 14] ayant utilisé un panneau similaire à celui décrit dans

1. Notons que des mises en oeuvre similaires à celle décrite dans [4] peuvent être trouvées dans [8, 9, 10].

2. Une profondeur au moins égale à 8/10 ème de l'épaisseur de la plaque est préconisée [6, 7].

cette communication, plusieurs cas concrets sont fournis en section 4 afin d'illustrer de manière exhaustive les applications possibles de ce support d'essais. Les deux premiers cas, toujours appliqués à ce même panneau, concernent (1) la mesure de la réponse vibratoire d'un panneau non bafflé à une excitation mécanique ponctuelle, et (2) la mesure de la réponse du panneau bafflé à une excitation acoustique de type champ diffus³. Des résultats comparant fréquences propres théoriques et obtenues sur des panneaux de dimensions variables réalisés en aluminium et en acier sont finalement présentés, démontrant la robustesse de la méthode et du critère suggéré.

2 Théorie

Pour une plaque rectangulaire, homogène et isotrope, de longueur L_x , largeur L_y , et d'épaisseur h (considérée faible par rapport à L_x and L_y de sorte que seul le déplacement transverse $w(x, y; \omega)$ est pris en compte), l'équation des vibrations libres pour des faibles déplacements harmoniques s'écrit

$$\tilde{D} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^2 w(x, y; \omega) - \rho h \omega^2 w(x, y; \omega) = 0, \quad (1)$$

où ρ est la masse volumique, ω la fréquence angulaire, \tilde{D} la rigidité de flexion complexe ($\tilde{D} = \tilde{E} h^3 / 12(1 - \nu^2)$), avec \tilde{E} le module d'Young complexe incluant le facteur d'amortissement structural η ($\tilde{E} = E(1 + j\eta)$), et ν le coefficient de Poisson. Réaliser des conditions d'appui simple idéales sur une plaque mince et plane implique que chacun de ses bords peut pivoter librement tout en interdisant tout déplacement hors-plan. Ces deux conditions impliquent que les moments de flexion et les déplacements transverses sont nuls aux limites de la plaque. Dans ce cas, les fréquences propres $\tilde{\omega}_{mn}$ et fonctions propres ϕ_{mn} , solutions analytiques de l'équation (1) s'écrivent

$$\tilde{\omega}_{mn} = \left(\frac{\tilde{D}}{\rho h} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{m\pi}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y} \right)^2 \right], \quad (2)$$

et

$$\phi_{mn}(x, y) = \sin\left(\frac{m\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{L_y}\right), \quad (3)$$

avec m, n entiers non nuls strictement positifs.

Le déplacement de la plaque en chaque coordonnée (x, y) est fourni par le développement modal suivant

$$w(x, y; \omega) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn}(\omega) \phi_{mn}(x, y), \quad (4)$$

où $q_{mn}(\omega)$ est l'amplitude modale complexe, qui pour une force modale F_{mn} (dépendante de l'excitation de la plaque) s'écrit

$$q_{mn}(\omega) = \frac{1}{\rho h L_x L_y} \frac{F_{mn}}{\tilde{\omega}_{mn}^2 - \omega^2}. \quad (5)$$

3. Dans [16], la validation expérimentale d'un modèle couplé 'actionneur inertiel - panneau non bafflé' pour des applications de contrôle actif est également fournie.

3 Simulations numériques

Une modélisation précise des conditions aux limites existantes sur une structure ainsi que leur implémentation pratique partagent une problématique similaire. Une condition aux limites en appui simple implique théoriquement une raideur rotationnelle nulle et une raideur transversale infinie ($k_r = 0$ et $k_f = +\infty$, voir figure 2(a)), quand sa réalisation expérimentale ou numérique va impliquer une raideur rotationnelle k_r faible mais de valeur finie, et une raideur transverse k_f de valeur élevée mais de valeur également finie. Il est alors primordial de pouvoir définir des valeurs adéquates, 'réalisables', tout en étant suffisamment représentatives d'une raideur nulle ou infinie théoriquement requise. Bapat et al. [15] ont par exemple étudié la simulation de conditions aux limites telles qu'un encastrement ou un appui simple en recherchant des valeurs de flexibilité⁴ qui représentaient au mieux une flexibilité infinie ou nulle. Des compléments bibliographiques concernant ce type d'étude peuvent être trouvés dans les références fournies dans [15], et dans les pages 117 à 123 dans [1] concernant le cas spécifique des plaques en appui simple.

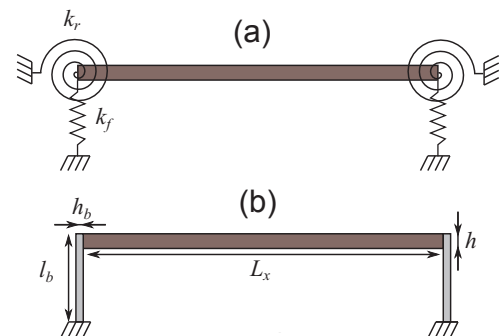


FIGURE 2 – (a) Vue latérale d'un panneau avec illustration des conditions élastiques aux limites théoriques, (b) Vue latérale d'un panneau avec illustration des supports aux limites pratiques.

Comme spécifié en introduction, la condition d'appui simple sera réalisée à l'aide de languettes fixées aux bords du panneau (comme dans [4, 5, 8, 10]) mais qui seront collées au lieu d'être vissées. Ces lamelles devront être suffisamment flexibles afin de fournir une faible rigidité rotationnelle, mais aussi suffisamment rigides en translation afin de prévenir tout déplacement hors-plan (et pouvoir également supporter le poids du panneau). Tel qu'illustré dans la figure 2-(b) et en ne considérant uniquement la plus grande dimension du panneau, la structure à supporter est un panneau de longueur L_x , d'épaisseur h et de module d'Young E . Les dimensions verticales des languettes considérées sur cette projection sont une hauteur l_b , une épaisseur h_b et un module d'Young E_b . Comme dans [1, 5], à une fréquence donnée, la raideur en rotation peut être approximée par une constante de rappel constante par unité de longueur k_r^b ,

$$k_r^b = \frac{E_b h_b^3}{12 l_b}. \quad (6)$$

Un coefficient similaire k_f^b peut aussi être défini pour le

4. Dans leur travail, la flexibilité était préférablement utilisée à la raideur.

TABLEAU 1 – Propriétés et dimensions du panneau en aluminium considéré.

Paramètre (<i>Symbole</i>), Unité	Valeur
Module d'Young (E), GPa	70
Longueur (L_x), m	0.48
Largeur (L_y), m	0.42
Épaisseur (h), mm	3.19
Masse volumique (ρ), kg/m ³	2740
Coefficient de Poisson (ν)	0.3
Facteur de perte (η)	0.004

panneau à être supporté :

$$k_r^p = \frac{Eh^3}{12L_x} \quad (7)$$

Une condition simple et nécessaire à satisfaire pour approcher des conditions en appui simple peut s'exprimer par la relation $k_r^b < k_r^p$ (suggérée dans [5]). Afin de prédire plus précisément les erreurs pouvant être apportées sur les fréquences propres d'une plaque par des conditions aux limites imparfaites (comparativement à la théorie), un critère basé sur le rapport de ces deux coefficients est suggéré qui, si le matériau utilisé est identique pour le panneau et ses supports, s'écrit alors

$$\frac{k_r^b}{k_r^p} = \frac{h_b^3 L_x}{h^3 l_b} \quad (8)$$

Ce rapport sera utilisé afin d'analyser les écarts obtenus sur les fréquences propres lorsque la hauteur et l'épaisseur des lamelles seront variées pour un panneau de dimensions fixées. Étant donné qu'une valeur maximale de ce ratio sera ensuite définie, seule la longueur L_x du panneau sera utilisée dans nos calculs (pour une valeur de k_r^b/k_r^p calculée avec L_x et définie comme une limite haute, le critère sera implicitement satisfait pour L_y si $L_x > L_y$). Le tableau 1 indique les propriétés et dimensions du panneau considéré pour les simulations numériques ainsi que pour les deux premiers cas présentés dans la partie expérimentale.

Un modèle par éléments finis⁵ a été utilisé afin d'analyser l'influence des dimensions des lamelles de supports sur les fréquences propres calculées de la plaque (la hauteur et l'épaisseur de ces lamelles sont variables tout en conservant les autres quantités inchangées). Dans ce modèle, les liaisons entre les lamelles et les bords de la plaque sont considérées parfaitement rigides, quand en pratique cette condition ne sera pas parfaitement satisfaite ce qui introduit une imprécision non quantifiable par la modélisation choisie.

Pour chaque couple de valeurs choisi (hauteur et épaisseur) et pour un mode (m, n) donné, la fréquence propre simulée est comparée à sa valeur théorique par le calcul d'un écart en pourcentage (défini comme dans [4] par la différence entre ces deux fréquences divisée par la fréquence propre théorique multipliée par 100). La fréquence du mode fondamental de la plaque (mode (1,1)) ayant été identifiée comme la plus sensible à des imperfections des conditions aux limites [5, 15], les résultats présentés sont volontairement limités à la fréquence propre f_{11} (suivant l'équation(2), $f_{11} = \omega_{11}/2\pi = 77.03$ Hz).

5. Solveur modal du logiciel Comsol Multiphysics®, avec outil de maillage *physics-controlled* procurant des tailles d'élément minimale et maximale de 1.93 mm et 26.5 mm, respectivement.

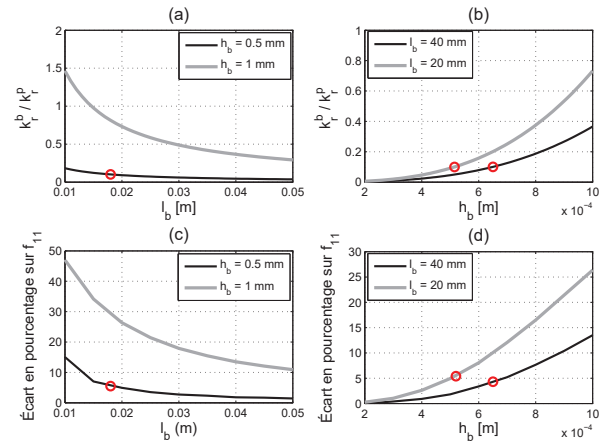


FIGURE 3 – (a) Valeur du rapport k_r^b/k_r^p pour une hauteur variable de lamelle et deux épaisseurs fixes - (b) Valeur du rapport k_r^b/k_r^p pour une épaisseur variable de lamelle et deux hauteurs fixes - (c) Écart en pourcentage sur la fréquence f_{11} pour une hauteur variable de lamelle pour deux épaisseurs fixes - (d) Écart en pourcentage sur la fréquence f_{11} pour une épaisseur variable et deux hauteurs fixes / Les ronds rouges indiquent les valeurs h_b, l_b pour lesquelles le rapport k_r^b/k_r^p vaut 0.1, et les écarts en pourcentage correspondants sur f_{11} .

Les figures 3(a,c) présentent respectivement l'effet d'une variation de la hauteur des lamelles (pour deux épaisseurs fixées) sur la valeur du rapport k_r^b/k_r^p et sur l'écart en pourcentage sur la fréquence f_{11} . Les figures 3(b,d) présentent quand-à-elles l'effet d'une variation de l'épaisseur des lamelles (pour deux hauteurs fixées) sur la valeur du rapport k_r^b/k_r^p et sur l'écart en pourcentage sur la fréquence f_{11} . Il apparaît que l'écart en pourcentage sur la fréquence du mode (1,1) varie de la même manière que la valeur du rapport k_r^b/k_r^p . L'équation (8) pourrait donc être utilisée afin de prédire l'écart en pourcentage lorsque des conditions d'appui simple sont implémentées avec ce type de montage. En termes pratiques, si jamais un écart maximum de 5% est souhaité (cercles rouges indiqués sur les figures 3(a-d)), il est par exemple possible de déduire que (1) si l'épaisseur des lamelles à utiliser est fixée à 0.5 mm, leur hauteur l_b devrait alors être supérieure ou égale à 18 mm, et (2) si des lamelles d'une épaisseur de 1 mm et d'une hauteur de 50 mm (ou moins) sont uniquement disponibles, il ne sera pas possible d'atteindre la précision en fréquence souhaitée. Au vu des résultats présentés dans les figures 3(a-d)), une simple condition empirique peut être définie : $\% \Delta f \leq 5\% \Leftrightarrow k_r^b/k_r^p \leq 0.1$.

De manière plus générale, le rapport k_r^b/k_r^p peut être lié à un objectif de précision fréquentielle et permettre de définir les couples adéquats de hauteur et d'épaisseur de lamelles. De tels couples peuvent être facilement définis en traçant une cartographie comme celle présentée en figure 4, dans laquelle le logarithme base 10 du rapport k_r^b/k_r^p est tracé pour différentes valeurs de longueur (entre 5 et 50 mm) et d'épaisseur (entre 0.1 et 1 mm). Suivre une précision en fréquence de 5% revient alors à simplement suivre la ligne de valeur constante $\log_{10}(k_r^b/k_r^p) = -1$ ($k_r^b/k_r^p = 0.1$), et permet d'intégrer les possibles contraintes techniques. À titre d'exemple, si une épaisseur de lamelle de 0.6 mm était uniquement disponible, la hauteur des lamelles devrait alors atteindre 30 mm (au lieu des 18 mm précédemment indiqués

pour une épaisseur de 0.5 mm, voir figure 3(a,c)).

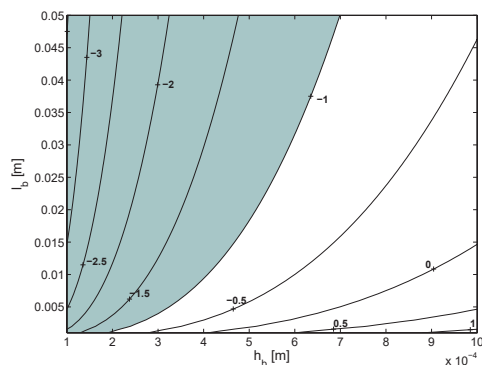


FIGURE 4 – Tracé de $\log_{10}(k_r^b/k_r^p)$ pour différents couples de valeurs (h_b, l_b) - la zone blanche délimite la zone pour laquelle les valeurs de (h_b, l_b) ne permettent pas de satisfaire la condition $\log_{10}(k_r^b/k_r^p) \leq -1$.

La partie 'Résultats de simulation' du tableau 2 indique les valeurs de fréquences propres théoriques et simulées (pour le cas $l_b = 20$ mm, $h_b = 0.5$ mm, également considéré dans la partie expérimentale), ainsi que les écarts en pourcentage correspondants. L'écart le plus important est obtenu pour le mode (1, 1) avec une valeur de 3.9%, et est égal ou inférieur à 2% pour les neuf autres modes de vibration considérés. Ceci confirme le fait qu'une étude limitée au premier mode de vibration permet de définir une limite haute du rapport k_r^b/k_r^p garantissant l'atteinte de la précision fréquentielle désirée pour tous les autres modes (en accord avec [5, 15], qui ont constaté que l'écart fréquentiel du à des conditions aux limites imparfaites est le plus important pour le mode fondamental de vibration de la plaque).

Étant donné l'impossibilité de fournir tous les renseignements désirés concernant la partie 'réalisation pratique du panneau' dans cette communication faute de place, le lecteur intéressé est invité soit à se reporter à la référence [16], soit à télécharger le rapport technique 'Instructions et plan de montage - Complément CFA 2016' ⁶.

4 Résultat d'expériences menées sur différents panneaux assemblés suivant la démarche proposée

4.1 Réponse d'un panneau non bafflé à une excitation mécanique ponctuelle

Une première mesure a été réalisée sur un panneau (identique à celui décrit en section 3), en utilisant une excitation mécanique ponctuelle (pot vibrant équipé d'une cellule de force) et une mesure de la vitesse vibratoire transverse à l'aide d'un vibromètre laser à balayage (mesure réalisée sur une grille régulière de 27×23 points sur la bande fréquentielle 50 – 2000 Hz, signal d'excitation de type bruit blanc). Un facteur de perte moyen ($\eta = 0.004$) a été évalué par la méthode de la largeur de bande à -3 dB sur les premières résonances structurelles, et supposé

6. https://www.researchgate.net/profile/Olivier_Robin

constant en fonction de la fréquence ⁷. La figure 5 présente une comparaison entre mobilité théorique (calculée au point d'excitation en utilisant la dérivée de l'équation 5 pour une force d'excitation unitaire) et mobilité mesurée (extraite de la mesure par vibrométrie laser). L'accord entre résultats théoriques et expérimentaux est très satisfaisant jusqu'à une fréquence de 1500 Hz. À l'exception du mode fondamental pour lequel la précision en fréquence excède la valeur limite de 5% préalablement définie, l'ensemble des résultats expérimentaux sur les neuf autres modes considérés est en très bonne adéquation avec les résultats précédemment obtenus dans la section 3. La partie 'Résultats expérimentaux' du tableau 2 indique les fréquences mesurées ainsi que les écarts en fréquence correspondants.

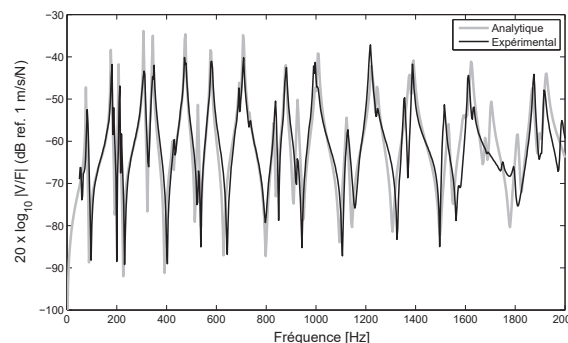


FIGURE 5 – Comparaison des mobilités théorique et expérimentale au point d'excitation - le résultat analytique est indiquée en trait gris, et le résultat expérimental en trait noir.

La figure 6 présente une comparaison pour trois modes de vibration [(3, 2), (3, 3) et (4, 2)] des formes propres théoriques (équation 3) et des déformées opérationnelles obtenues. Ces dernières sont tracées en utilisant le déplacement de la plaque sous une excitation unitaire à chaque fréquence de résonance expérimentale, ensuite normalisé afin d'avoir un maximum unitaire (comme pour les formes propres). Comme dans le cas des fréquences de résonance, l'accord entre formes propres théoriques et expérimentales est satisfaisant.

4.2 Réponse d'un panneau bafflé à une excitation de type 'champ acoustique diffus'

Le panneau (identique à celui décrit en section 3 et utilisé en section 4.1) a été installé dans la niche existante entre les salles couplées (réverbérante - anéchoïque) du Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (montage affleurant du côté réverbérant). Une structure de type double paroi a été ensuite construite autour du panneau, avec un découplage mécanique, afin de prévenir les fuites acoustiques par transmission directe ou indirecte. Une mesure de perte par transmission a ensuite été réalisée. Une excitation acoustique a été générée dans la chambre d'émission (réverbérante) à

7. Étant donné sa valeur très faible, il est supposé que la réponse résonante du panneau sous excitation mécanique à une fréquence donnée inclue uniquement le mode correspondant. Les déformées opérationnelles identifiées à chaque fréquence de résonance (aux pics de réponse) sont alors considérées équivalentes aux déformées modales.

TABLEAU 2 – Comparaison des fréquences propres théoriques (\mathfrak{R} (Eq. (2))) et des fréquences propres calculées et mesurées expérimentalement (au pic de réponse) pour les dimensions choisies de lamelles ($l_b = 2$ cm, $h_b = 0.5$ mm) - les écarts fréquentiels en pourcentage pour chaque cas (simulation ou expérience) par rapport au cas théorique sont également indiqués.

Indice (m,n) du mode	(1,1)	(2,1)	(1,2)	(2,2)	(3,1)	(1,3)	(3,2)	(2,3)	(4,1)	(3,3)
Fréquence théorique [Hz]	77	177.3	207.9	304.1	344.3	426.1	475.2	526.3	578.1	693.3
Résultats de simulation										
Fréquence calculée [Hz]	80.8	180.8	211.7	311.3	347.5	429.6	477.6	528.9	580.8	694.6
Écart (%)	3.9	2	1.8	1	0.9	0.8	0.5	0.5	0.5	0.2
Résultats expérimentaux										
Fréquence mesurée [Hz]	82.1	181.3	212.5	307.8	348.4	431.3	478.1	530.6	584.4	696.9
Écart (%)	6.6	2.3	2.2	1.2	1.2	1.2	0.6	0.8	1.1	0.5

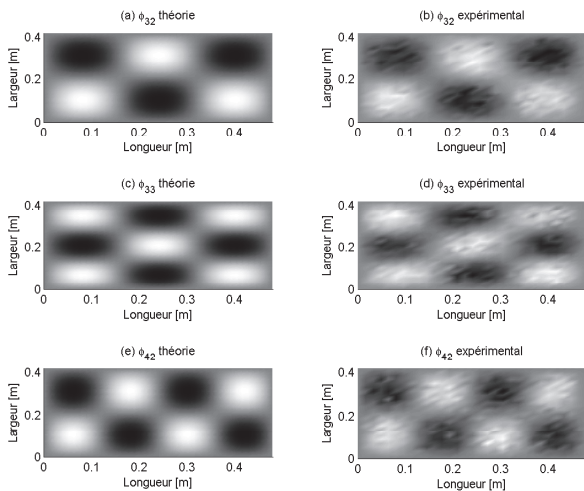


FIGURE 6 – Comparaison respective entre formes propres théoriques (a,c,d) et expérimentales (b,d,f) pour les modes de vibration (3, 2), (3, 3) et (4, 2).

l'aide d'un haut-parleur alimenté par un bruit blanc, et la pression quadratique moyenne dans la salle a été mesurée à l'aide d'un microphone tournant ce qui permet d'estimer l'intensité acoustique moyenne incidente par unité de surface. L'intensité acoustique moyenne rayonnée dans la chambre de réception (anéchoïque) a été mesurée à l'aide d'une sonde intensimétrique composé de deux microphones demi-pouce et d'une entretoise de 12 mm, par balayage manuel de la surface du panneau durant la mesure. La perte par transmission, ou *Transmission Loss* (TL), est calculée à l'aide de la relation $TL = L_p - L_i - 6$ dB⁸. Une prédiction numérique de la perte par transmission a été obtenue par l'utilisation d'un code par éléments finis⁹. Le panneau a été modélisé comme une paroi isotrope séparant deux milieux fluides semi-infinis, et maillé sur 49×43 éléments (donc une taille d'élément de 1 cm satisfaisant la règle usuelle de 6 éléments par longueur d'onde jusqu'à une fréquence proche de 6000 Hz). La figure 7 présente une comparaison entre résultats de simulations et expérimentaux, en bandes fines (7(a)) ou en bandes de douzièmes d'octave (7(b)). La comparaison en figure 7(a) montre une très bonne adéquation entre simulation et mesure, et tous les creux

8. L_p étant le niveau de pression quadratique mesuré et L_i le niveau d'intensité acoustique rayonnée mesuré, tous les deux en dB. Le facteur -6 provient de la relation entre pression quadratique moyenne et intensité acoustique moyenne dans un champ acoustique diffus.

9. NovaFEM©Mecanum Inc. - ESI-Group

de TL correspondant aux résonances structurelles sont bien identifiés sur la bande fréquentielle considérée. Les seuls écarts notables entre mesures et simulations se situent en-dessous d'une fréquence de 300 Hz approximativement, et sont attribués à des conditions de champ acoustique non diffus en dessous de la fréquence de Schroeder (environ 400 Hz pour cette salle). La figure 7(b) confirme le bon accord entre simulation et mesure entre 500 et 6000 Hz. Les écarts plus importants vus en dessous de 300 Hz, et bien visibles dans cette représentation en bandes de douzièmes d'octaves, sont toujours attribués aux conditions de champ non diffuses dans la chambre d'émission.

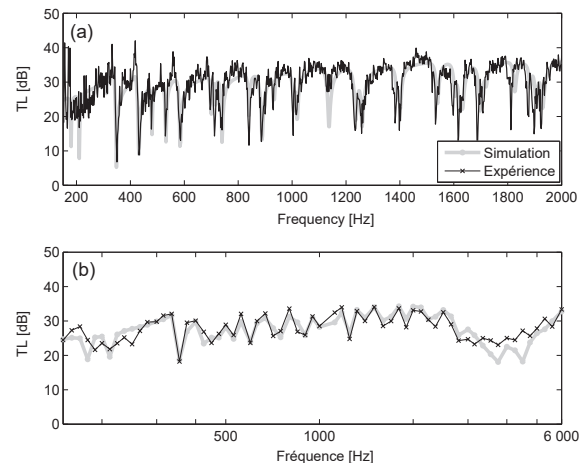


FIGURE 7 – (a) Comparaison du TL simulé (trait gris épais) et mesuré (trait noir fin) en bandes fines de 150 à 2000 Hz - (b) Comparaison (même légende) en bandes de douzièmes d'octave de 150 à 6000 Hz.

4.3 Résultat d'expériences menées sur différents panneaux conçus suivant la méthode proposée

Deux panneaux différents de celui utilisé en sections 4.1 et 4.2 ont été réalisés au Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (voir résultats de test en figure 8, pour des mesures réalisées sous excitation mécanique comme en section 4.1). Le panneau A est un panneau de dimensions strictement identiques à celui décrit dans le tableau 1, mais en acier ($E = 200$ GPa, $\rho = 7800$ kg/m³). Des lamelles identiques à celles employées pour le panneau aluminium sont utilisées. Le rapport k_r^b/k_r^p

vaut alors approximativement 0.2. Le panneau B est une réplique du panneau décrit dans le tableau 1, pour lequel la longueur et la largeur ont été multipliées par un facteur 1.25 ($0.6 \times 0.525 \text{ m}^2$). Les hauteurs et épaisseurs des languettes sont restées inchangées ($k_r^b/k_r^p \approx 0.05$). Hormis dans le cas du premier mode de vibration pour lequel l'écart en pourcentage varie alors entre 6 % (panneau B) et 9 % (panneau A), l'écart entre fréquences propres théoriques et fréquences pics expérimentales reste satisfaisant pour les autres fréquences propres et systématiquement inférieur ou égal à 2.5%. L'utilisation du rapport k_r^b/k_r^p montre une bonne robustesse et un bon accord avec les résultats précédemment obtenus (légère réduction de l'erreur en pourcentage pour le panneau B avec $k_r^b/k_r^p \approx 0.5$, et augmentation de l'erreur pour le panneau A avec $k_r^b/k_r^p \approx 0.2$). La valeur maximale précédemment suggérée de 0.1 pourrait donc être sensiblement relaxée tout en garantissant une très bonne reproduction des modes vibratoires (hormis le mode fondamental de la plaque).

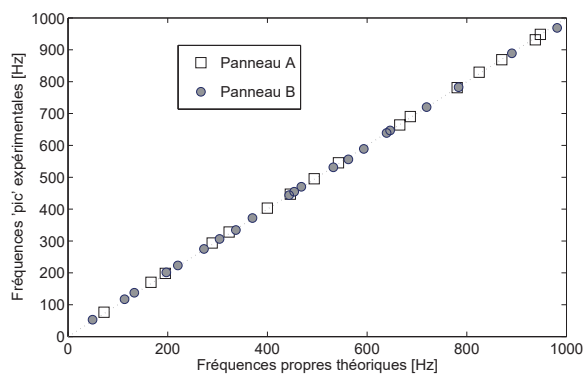


FIGURE 8 – Comparaison entre fréquences propres théoriques (équation 2) et fréquences pics relevées pour les deux panneaux considérés.

5 Conclusion

Une méthode expérimentale pour la réalisation de conditions aux limites de type 'appui simple' sur des plaques rectangulaires a été décrite, ainsi que la définition d'un critère simple qui permet de dimensionner des lamelles qui supporteront un panneau quelconque. L'ensemble des résultats expérimentaux présentés démontre un bon accord avec une solution analytique et des résultats numériques, et permet une validation globale de la méthode et de la pertinence du critère de dimensionnement suggéré.

Références

- [1] A.W. Leissa, *Vibration of plates* (NASA SP-1960, 1969), Chap.4, pp. 41–159.
- [2] E.G. Williams, *Fourier Acoustics : Sound radiation and nearfield acoustical holography*, (Academic Press, San Diego, CA, USA, 1999), Chap. 2.14, pp. 62–77.
- [3] F. Fahy and P. Gardonio, *Sound and structural vibration : radiation, transmission and response*, 2nd edition (Academic Press, Oxford, UK, 2007), Chap. 2 and Chap. 9.
- [4] J.B. Ochs, and J.C. Snowdon, "Transmissibility across simply supported thin plates. I. Rectangular and square plates with and without damping layers," *J. Acoust. Soc. Am.*, **58**(4), 832–840 (1975).
- [5] Y. Champoux, S. Brunet, and A. Berry, "On the construction of a simply supported rectangular plate for noise and vibration studies," *Experimental Techniques* **20** (1), 24–26 (1996).
- [6] W.H. Hoppmann II and J. Greenspon, "An experimental device for obtaining elastic rotational constraints on the boundary of a plate," In *Proceedings of the 2nd U.S. National Congress of Applied Mechanics*, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, June 14–18, 1954.
- [7] A.R. Barnard and S.A. Hambric, "Development of a set of structural acoustic teaching demonstrations using a simply-supported plate," In *Proceedings of the Noise-Con 2014 Conference*, Fort Lauderdale, FL (USA), September 08–10, 2014.
- [8] C.H. Hansen and S.D. Snyder, *Active control of noise and vibration*, (E & FN Spon, London, UK, 1997), Chap. 11, pp. 1136.
- [9] J. Pan, S.D. Snyder, C.H. Hansen and C.R. Fuller, "Active control of far-field sound radiated by a rectangular panel : A general analysis," *J. Acoust. Soc. Am.* **91**(4), 2056–2066 (1992).
- [10] S.H. Yoon and P.A. Nelson, "Estimation of acoustic source strength by inverse methods : Part II," *J. Sound Vib.* **233**(4), 669–705 (2000).
- [11] N. Quaegebeur, P. Micheau and A. Berry, "Decentralized harmonic control of sound radiation and transmission by a plate using a virtual impedance approach," *J. Acoust. Soc. Am.*, **125**(5), 2978–2986 (2009).
- [12] O. Robin, A. Berry and S. Moreau, "Experimental vibroacoustic testing of plane panels using synthesized random pressure fields," *J. Acoust. Soc. Am.*, **135**(6), 3434–3445 (2014).
- [13] A. Berry, O. Robin and F. Pierron, "Identification of dynamic loading on a bending plate using the Virtual Fields Method," *J. Sound Vib.*, **333**(26), 7151–7164 (2014).
- [14] O. Robin, A. Berry, N. Atalla, S.A. Hambric and M.R. Shepherd, "Experimental evidence of modal wavenumber relation to zeros in the wavenumber spectrum of a simply supported plate (L)," *J. Acoust. Soc. Am.*, **137**(5), 2978–2981 (2015).
- [15] A.V. Bapat, N. Venkatramani, and S. Suryanarayan, "Simulation of classic edge conditions by finite elastic restraints in the vibration analysis of plates," *J. Sound Vib.*, **120**(1), 127–140 (1988).
- [16] O. Robin, J.-D. Chazot, R. Boulandet, M. Michau, A. Berry and N. Atalla, "A Plane and Thin Panel with Representative Simply Supported Boundary Conditions for Laboratory Vibroacoustic Tests," *Acta Acust. united Ac.* **102**(1), 170–182 (2016).